

수학 기본 실력 100% 충전



개념충전 » 수능 기초 연산서

고등 수학(상)

[정답 및 해설]

I

다항식

I - 1 다항식의 연산

pp. 10~22

01 **답** 1) $5x^4, -3x^2y^3, 2y^5, 6xy, 3$ 2) $4, 2y^5+3$
3) $5, 5x^4+3$

02 **답** $3xy, -5xy$

03 **답** x^3-x^2+x-2

04 **답** $10-x^2+2x^3$

05 **답** 다항식의 차수, 상수항, 동류항

06 **답** 1) $5x^2+2x+3$ 2) $2x^2+1$ 3) x^2+4x-6
4) $2x^2+x+5$

1) $(3x^2+x+2)+(2x^2+x+1)$
 $= (3x^2+2x^2)+(x+x)+(2+1)$
 $= \boxed{5}x^2 + \boxed{2}x + \boxed{3}$

2) $(x^2-x-2)+(x^2+x+3)$
 $= (x^2+x^2)+(-x+x)+(-2+3)$
 $= 2x^2+1$

3) $(-2x^2+2x-9)+(3x^2+2x+3)$
 $= (-2x^2+3x^2)+(2x+2x)+(-9+3)$
 $= x^2+4x-6$

4) $(x^2+2)+(x^2+x+3)$
 $= (x^2+x^2)+x+(2+3)$
 $= 2x^2+x+5$

07 **답** 1) $x+1$ 2) $5x^2-x-1$ 3) -1 4) $6x^2-3x-9$

3) $(2x^2+x+3)-(2x^2+x+4)$
 $= 2x^2+x+3-2x^2-x-4$
 $= (2x^2-2x^2)+(x-x)+(3-4)$
 $= \boxed{-1}$

4) $(8x^2+x-7)-(2x^2+4x+2)$
 $= 8x^2+x-7-2x^2-4x-2$
 $= (8x^2-2x^2)+(x-4x)+(-7-2)$
 $= 6x^2-3x-9$

08 **답** 1) $2x^2+4x+6$ 2) $-2x+2$

1) $A+B=(x^2+x+4)+(x^2+3x+2)=2x^2+4x+6$

2) $A-B=(x^2+x+4)-(x^2+3x+2)=-2x+2$

09 **답** 1) $9x^3-5x+4$ 2) x^3+x-2

1) $A+B=(5x^3-2x+1)+(4x^3-3x+3)$
 $= 9x^3-5x+4$

2) $A-B=(5x^3-2x+1)-(4x^3-3x+3)$
 $= x^3+x-2$

10 **답** 1) $-2x^2-3x-1$ 2) $-2x^3+x+3$

1) $A+B=(-x^3-x^2-x+1)+(x^3-x^2-2x-2)$
 $= -2x^2-3x-1$

2) $A-B=(-x^3-x^2-x+1)-(x^3-x^2-2x-2)$
 $= -x^3-x^2-x+1-x^3+x^2+2x+2$
 $= -2x^3+x+3$

11 **답** 1) $2x^3+6x^2+4x+5$ 2) $2x^3+4x^2-2x+5$
3) $-x^3-9x^2$ 4) x^3+6x^2+7x+2

1) $\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 3 \\ x^2 + 3x \\ +) x^3 + 4x^2 + x + 2 \\ \hline 2x^3 + 6x^2 + 4x + 5 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 3 \\ -x^2 - 3x \\ +) x^3 + 4x^2 + x + 2 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 - 2x + 5 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} 2x^3 + 2x^2 + 6 \\ x^2 + 3x \\ +) -3x^3 - 12x^2 - 3x - 6 \\ \hline -x^3 - 9x^2 \end{array}$

4) $A+2B-(A-C)=A+2B-A+C=2B+C$
 $= 2(x^2+3x)+(x^3+4x^2+x+2)$
 $= x^3 + \boxed{6}x^2 + \boxed{7}x + \boxed{2}$

12 **답** 동류항, 부호

13 **답** 1) a^7 2) x^7 3) b^6 4) x^{12} 5) $\frac{y^5}{x^5}$ 6) a^2 7) $\frac{1}{a^2}$

14 **답** 1) a^{15} 2) b^{22} 3) x^{11} 4) $\frac{1}{x^2}$ 5) a^7b^5

1) $(a^2)^4 \times a^7 = a^{2 \times 4} \times a^7 = a^8 \times a^7 = a^{15}$

2) $(b^3)^5 \times b^7 = b^{3 \times 5} \times b^7 = b^{15} \times b^7 = b^{22}$

3) $(x^3)^2 \times x^5 = x^{3 \times 2} \times x^5 = x^6 \times x^5 = x^{11}$

4) $(x^6)^2 \div (x^7)^2 = x^{12} \div x^{14} = \frac{1}{x^{14-12}} = \frac{1}{x^2}$

5) $(a^3b^3)^3 \div (ab^2)^2 = a^9b^9 \div a^2b^4 = a^{9-2}b^{9-4} = a^7b^5$

15 **답** (1) a^{m+n} (2) a^{mn} (3) a^nb^n (4) a^{m-n}

16 **답** 1) ab^2-2a^2b-2ab 2) $a^3b+ab^2+ab^4$ 3) x^3-1
4) $a^3-5ab^2-2b^3$ 5) $2x^3+3x^2-5x-3$
6) x^3-5x+2 7) $x^3-x^2y-3xy^2-y^3$

1) $a(b^2-2ab-2b) = \boxed{ab^2} - 2a^2b - 2ab$

2) $ab(a^2+b+b^3) = a^3b + ab^2 + ab^4$

3) $(x-1)(x^2+x+1) = x^3+x^2+x-x^2-x-1 = x^3-1$

4) $(a+2b)(a^2-2ab-b^2)$
 $= a^3 - 2a^2b - ab^2 + 2a^2b - 4ab^2 - 2b^3$
 $= a^3 - 5ab^2 - 2b^3$

5) $(2x+1)(x^2+x-3) = 2x^3 + 2x^2 - 6x + x^2 + x - 3$
 $= 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$

6) $(x^2+2x-1)(x-2) = x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x - x + 2$
 $= x^3 - 5x + 2$

7) $(x^2-2xy-y^2)(x+y)$
 $= x^3 + x^2y - 2x^2y - 2xy^2 - xy^2 - y^3$
 $= x^3 - x^2y - 3xy^2 - y^3$

17 **답** 분배, 동류항

18 **답** 1) $3yz+2xyz$ 2) $3z-4xz$ 3) $7x-9xy$
 4) $2z-4xyz$ 5) $4a^2b-3b-2$
 6) $2xy^2z^7+3y^5z^6$ 7) $14x-6y$ 8) $10-30x$

1) $(15xyz+10x^2yz) \div 5x$
 $= \frac{15xyz+10x^2yz}{5x}$
 $= \frac{15xyz}{5x} + \frac{10x^2yz}{5x} = 3yz+2xyz$

2) $(6xyz-8x^2yz) \div 2xy$
 $= \frac{6xyz-8x^2yz}{2xy}$
 $= \frac{6xyz}{2xy} - \frac{8x^2yz}{2xy} = 3z-4xz$

3) $(14x^2z-18x^2yz) \div 2xz$
 $= \frac{14x^2z}{2xz} - \frac{18x^2yz}{2xz} = 7x-9xy$

4) $(-8xyz+16x^2y^2z) \div (-4xy)$
 $= \frac{-8xyz}{-4xy} + \frac{16x^2y^2z}{-4xy} = 2z-4xyz$

5) $(12a^3b^2c-6abc-9ab^2c) \div 3abc$
 $= \frac{12a^3b^2c}{3abc} - \frac{6abc}{3abc} - \frac{9ab^2c}{3abc} = 4a^2b-3b-2$

6) $(2x^2z^3+3xy^3z^2) \div \frac{x}{y^2z^4} = (2x^2z^3+3xy^3z^2) \times \frac{y^2z^4}{x}$
 $= 2xy^2z^7+3y^3z^6$

7) $(7x^2-3xy) \div \frac{1}{2}x = (7x^2-3xy) \times \frac{2}{x} = 14x-6y$

8) $(12x^2-36x^3) \div \frac{6x^2}{5} = (12x^2-36x^3) \times \frac{5}{6x^2}$
 $= 10-30x$

19 **답** 1) $x+1$ 2) $-2x+1$ 3) $-5x+8$ 4) $3x-2$

1)
$$\begin{array}{r} x+\boxed{1} \\ x+2 \overline{) x^2+3x+3} \\ \underline{x^2+2x} \\ x+3 \\ \underline{x+2} \\ \boxed{1} \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} \boxed{-2x}+1 \\ -x+1 \overline{) 2x^2-3x+4} \\ \underline{2x^2-2x} \\ -x+4 \\ \underline{ -x+1} \\ \boxed{3} \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} -5x+8 \\ x+1 \overline{) -5x^2+3x+1} \\ \underline{-5x^2-5x} \\ 8x+1 \\ \underline{8x+8} \\ -7 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} 3x-2 \\ 2x+3 \overline{) 6x^2+5x-1} \\ \underline{6x^2+9x} \\ -4x-1 \\ \underline{ -4x-6} \\ 5 \end{array}$$

20 **답** 1) x^2+x-2 2) x^2-4x+8
 3) $2x^2-5x+12$ 4) $-2x^2-6x-3$

1)
$$\begin{array}{r} x^2+\boxed{x}-2 \\ x+1 \overline{) x^3+2x^2-x+1} \\ \underline{x^3+x^2} \\ x^2-x \\ \underline{ \boxed{x^2+x}} \\ -2x+1 \\ \underline{ -2x-2} \\ \boxed{3} \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} \boxed{x^2}-4x+\boxed{8} \\ x+1 \overline{) x^3-3x^2+4x+1} \\ \underline{x^3+x^2} \\ -4x^2+4x \\ \underline{ -4x^2-4x} \\ 8x+1 \\ \underline{ \boxed{8x+8}} \\ -7 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 2x^2-5x+12 \\ x+2 \overline{) 2x^3-x^2+2x+3} \\ \underline{2x^3+4x^2} \\ -5x^2+2x \\ \underline{ -5x^2-10x} \\ 12x+3 \\ \underline{ 12x+24} \\ -21 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} -2x^2-6x-3 \\ x-1 \overline{) -2x^3-4x^2+3x+1} \\ \underline{-2x^3+2x^2} \\ -6x^2+3x \\ \underline{ -6x^2+6x} \\ -3x+1 \\ \underline{ -3x+3} \\ -2 \end{array}$$

- 21 **답** 1) 몫: $x+1$, 나머지: $x+2$
 2) 몫: $x+3$, 나머지: $-8x+5$
 3) 몫: $4x+7$, 나머지: $16x+13$
 4) 몫: $2x-1$, 나머지: $x+5$

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r} x + \boxed{1} \leftarrow \text{몫} \\ x^2 + x + 1 \overline{) x^3 + 2x^2 + 3x + 3} \\ \underline{x^3 + x^2 + \boxed{x}} \\ x^2 + 2x + 3 \\ \underline{x^2 + \boxed{x} + 1} \\ \boxed{x} + 2 \leftarrow \text{나머지} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{r} x + 3 \leftarrow \text{몫} \\ x^2 + 2x - 1 \overline{) x^3 + 5x^2 - 3x + 2} \\ \underline{x^3 + 2x^2 - x} \\ 3x^2 - 2x + 2 \\ \underline{3x^2 + 6x - 3} \\ -8x + 5 \leftarrow \text{나머지} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{r} 4x + 7 \leftarrow \text{몫} \\ x^2 - 2x - 1 \overline{) 4x^3 - x^2 - 2x + 6} \\ \underline{4x^3 - 8x^2 - 4x} \\ 7x^2 + 2x + 6 \\ \underline{7x^2 - 14x - 7} \\ 16x + 13 \leftarrow \text{나머지} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \begin{array}{r} 2x - 1 \leftarrow \text{몫} \\ 2x^2 + 2x - 1 \overline{) 4x^3 + 2x^2 - 3x + 6} \\ \underline{4x^3 + 4x^2 - 2x} \\ -2x^2 - x + 6 \\ \underline{-2x^2 - 2x + 1} \\ x + 5 \leftarrow \text{나머지} \end{array}
 \end{array}$$

- 22 ㉞ 1) $x^3 + 2x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 2)(x + 1) - 2x - 1$
 2) $x^3 + 2x - 1 = (x^2 + 2x - 1)(x - 2) + 7x - 3$
 3) $2x^3 + 2x^2 - x + 1 = (x^2 - x + 1)(2x + 4) + x - 3$

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r} \boxed{x+1} \leftarrow Q \\ x^2 + x + 2 \overline{) x^3 + 2x^2 + x + 1} \\ \underline{x^3 + x^2 + 2x} \\ x^2 - x + 1 \\ \underline{x^2 + x + 2} \\ \boxed{-2x-1} \leftarrow R \end{array} \\
 \therefore x^3 + 2x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 2)(\boxed{x+1}) + (\boxed{-2x-1})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{r} x - 2 \leftarrow Q \\ x^2 + 2x - 1 \overline{) x^3 + 2x^2 - x} \\ \underline{x^3 + 2x^2 - x} \\ -2x^2 + 3x - 1 \\ \underline{-2x^2 - 4x + 2} \\ 7x - 3 \leftarrow R \end{array} \\
 \therefore x^3 + 2x^2 - x + 1 = (x^2 + 2x - 1)(x - 2) + 7x - 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{r} 2x + 4 \leftarrow Q \\ x^2 - x + 1 \overline{) 2x^3 + 2x^2 - x + 1} \\ \underline{2x^3 - 2x^2 + 2x} \\ 4x^2 - 3x + 1 \\ \underline{4x^2 - 4x + 4} \\ x - 3 \leftarrow R \end{array} \\
 \therefore 2x^3 + 2x^2 - x + 1 = (x^2 - x + 1)(2x + 4) + x - 3
 \end{array}$$

23 ㉞ BQ + R, 나누어떨어진다

- 24 ㉞ 1) $x^2 + 4x + 4$ 2) $x^2 + 6x + 9$ 3) $4x^2 + 4x + 1$
 4) $9x^2 + 12x + 4$ 5) $x^2 + 3xy + \frac{9}{4}y^2$

$$\begin{array}{l}
 1) (x+2)^2 = x^2 + 2 \times x \times \boxed{2} + \boxed{2}^2 \\
 = x^2 + \boxed{4}x + \boxed{4}
 \end{array}$$

- 25 ㉞ 1) $x^2 - 6x + 9$ 2) $x^2 - 10x + 25$ 3) $4x^2 - 4x + 1$
 4) $9x^2 - 24x + 16$ 5) $\frac{1}{4}x^2 - xy + y^2$

$$\begin{array}{l}
 1) (x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times \boxed{3} + \boxed{3}^2 \\
 = x^2 - \boxed{6}x + \boxed{9}
 \end{array}$$

- 26 ㉞ 1) $x^2 - 1$ 2) $4 - x^2$ 3) $x^2 - y^2$
 4) $4a^2 - 1$ 5) $9y^2 - 4x^2$

$$1) (x+1)(x-1) = x^2 - \boxed{1}^2 = x^2 - \boxed{1}$$

- 27 ㉞ 1) $x^2 + 3x + 2$ 2) $x^2 + x - 6$
 3) $x^2 - 2x - 15$ 4) $6x^2 + 5x + 1$

$$\begin{array}{l}
 1) (x+1)(x+2) = x^2 + (1+2)x + 1 \cdot 2 \\
 = x^2 + 3x + 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2) (x-2)(x+3) = x^2 + (-2+3)x + (-2) \cdot 3 \\
 = x^2 + x - 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3) (x+3)(x-5) = x^2 + (3-5)x + 3 \cdot (-5) \\
 = x^2 - 2x - 15
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4) (2x+1)(3x+1) = 2 \cdot 3x^2 + (2 \cdot 1 + 1 \cdot 3)x + 1 \cdot 1 \\
 = 6x^2 + 5x + 1
 \end{array}$$

- 28 ㉞ 1) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ 2) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
 3) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$ 4) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
 5) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$ 6) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
 7) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

$$\begin{array}{l}
 1) (x+1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 \\
 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2) (x+3)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \boxed{3} + 3 \cdot x \cdot \boxed{3}^2 + \boxed{3}^3 \\
 = x^3 + \boxed{9}x^2 + \boxed{27}x + 27
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3) (x+4)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 + 4^3 \\
 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4) (2x+1)^3 = (\boxed{2x})^3 + 3 \cdot (\boxed{2x})^2 \cdot 1 + 3 \cdot \boxed{2x} \cdot 1^2 + 1^3 \\
 = \boxed{8}x^3 + \boxed{12}x^2 + \boxed{6}x + 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5) (3x+2)^3 = (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 + 2^3 \\
 = 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6) (x+y)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + y^3 \\
 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3
 \end{array}$$

$$7) (x+2y)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 + (2y)^3 \\ = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

29 ㉞ 1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 2) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
 3) $27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$ 4) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$
 5) $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$

$$1) (x-1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot (-1) + 3 \cdot x \cdot (-1)^2 + (-1)^3 \\ = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$2) (x-2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot (-2) + 3 \cdot x \cdot (-2)^2 + (-2)^3 \\ = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$3) (3x-1)^3 \\ = (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (-1) + 3 \cdot 3x \cdot (-1)^2 + (-1)^3 \\ = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$$

$$4) (2x-3)^3 \\ = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot (-3) + 3 \cdot 2x \cdot (-3)^2 + (-3)^3 \\ = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

$$5) (x-3y)^3 \\ = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot (-3y) + 3 \cdot x \cdot (-3y)^2 + (-3y)^3 \\ = x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$$

30 ㉞ (1) $a^2 + 2ab + b^2$ (2) $a^2 - b^2$
 (3) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (4) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

31 ㉞ 1) $x^3 + 1$ 2) $x^3 + y^3$ 3) $a^3 + 8b^3$
 1) $(x+1)(x^2-x+1) = (x+1)(x^2-x \cdot 1 + 1^2) \\ = x^3 + 1^3 = x^3 + 1$
 2) $(x+y)(x^2-xy+y^2) = x^3 + y^3$
 3) $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2) = a^3 + (2b)^3 = a^3 + 8b^3$

32 ㉞ 1) $x^3 - 8$ 2) $27x^3 - 1$ 3) $x^3 - y^3$
 1) $(x-2)(x^2+2x+4) = x^3 - 2^3 = x^3 - 8$
 2) $(3x-1)(9x^2+3x+1) = (3x)^3 - 1^3 = 27x^3 - 1$
 3) $(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3$

33 ㉞ 1) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$
 2) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$
 3) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$
 1) $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$
 2) $(x+y-z)^2 = \{x+y+(-z)\}^2 \\ = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$
 3) $(x-y+z)^2 = \{x+(-y)+z\}^2 \\ = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz + 2zx$

34 ㉞ 1) $x^4 + x^2 + 1$ 2) $x^4 + 4x^2 + 16$
 1) $(x^2+x+1)(x^2-x+1) = x^4 + x^2 \cdot 1^2 + 1^4 = x^4 + x^2 + 1$

$$2) (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) = x^4 + x^2 \cdot 2^2 + 2^4 \\ = x^4 + 4x^2 + 16$$

35 ㉞ (1) $a^3 + b^3$ (2) $a^3 - b^3$
 (3) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

36 ㉞ 1) 5 2) 1
 1) $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$
 2) $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \cdot 2 = 1$

37 ㉞ 1) 30 2) 24
 1) $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 6^2 - 2 \cdot 3 = 30$
 2) $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 6^2 - 4 \cdot 3 = 24$

38 ㉞ 1) 13 2) 17
 1) $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 3^2 + 2 \cdot 2 = 13$
 2) $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = 3^2 + 4 \cdot 2 = 17$

39 ㉞ 1) 42 2) 48
 1) $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 6^2 + 2 \cdot 3 = 42$
 2) $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = 6^2 + 4 \cdot 3 = 48$

40 ㉞ 1) 45 2) -124
 1) $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ = 3^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 45$
 2) $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ = (-4)^3 - 3 \cdot (-5) \cdot (-4) = -124$

41 ㉞ 1) 9 2) -28
 1) $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ = 3^3 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 9$
 2) $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ = (-4)^3 + 3 \cdot (-3) \cdot (-4) = -28$

42 ㉞ (1) $2ab$ (2) $4ab$ (3) $3ab(a+b)$ (4) $3ab(a-b)$

43 ㉞ 1) 7 2) 5
 1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$
 2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 5$

44 ㉞ 1) 14 2) 12
 1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14$
 2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$

45 [답] 1) 38 2) 40

1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 6^2 + 2 = 38$
 2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 6^2 + 4 = 40$

46 [답] 1) 27 2) 29

1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$
 2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 5^2 + 4 = 29$

47 [답] 1) 5 2) 23 3) 110

1) $x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면
 $x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$
 2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 5^2 - 2 = 23$
 3) $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$
 $= 5^3 - 3 \cdot 1 \cdot 5 = 110$

48 [답] 1) 1 2) 3 3) 4

1) $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면
 $x - 1 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 1$
 2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 1^2 + 2 = 3$
 3) $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 4$

49 [답] (1) 2, 2 (2) 4

I - 2 나머지정리

pp. 23~31

50 [답] 1) × 2) ○ 3) × 4) × 5) ○ 6) ○ 7) ○

51 [답] 항등식

52 [답] 0, 1, -1

등식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 x 에 대한 항등식이면
 x 에 어떤 값을 대입하여도 등식이 항상 성립하므로
 $x=0, x=1, x=-1$ 일 때에도 성립한다.
 $x=0$ 을 대입하면 $c = 0$ ㉠
 $x=1$ 을 대입하면 $a+b+c=0$ ㉡
 $x=-1$ 을 대입하면 $a-b+c=0$ ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에서 $a=0, b=0, c=0$
 역으로 $a=0, b=0, c=0$ 이면 등식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 모든 x 에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

53 [답] 0, 1

등식 $ax+b=a'x+b'$ 이 x 에 대한 항등식이면 x 에 어떤 값을 대입하여도 등식이 항상 성립하므로
 $x=0$ 을 대입하면 $b=b'$ ㉠
 $x=1$ 을 대입하면 $a+b=a'+b'$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $a=a', b=b'$
 역으로 $a=a', b=b'$ 이면 $ax+b=a'x+b'$ 은 모든 x 에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

54 [답] 1) $a=2, b=3$ 2) $a=3, b=-1$
 3) $a=3, b=4$ 4) $a=-1, b=6$

1) [계수비교법]

$3x+2=(a+1)x+b-1$ 에서 양변의 계수를 비교하면
 $3=a+1, 2=b-1 \quad \therefore a=2, b=3$

[수치대입법]

$3x+2=(a+1)x+b-1$ 에
 $x=0$ 을 대입하면 $2=b-1 \quad \therefore b=3$ ㉠
 $x=1$ 을 대입하면 $5=a+b$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면 $a=2$
 $\therefore a=2, b=3$

2) [계수비교법]

$4x+2=(a-b)x+a+b$ 에서 양변의 계수를 비교하면
 $4=a-b, 2=a+b$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=-1$

[수치대입법]

$4x+2=(a-b)x+a+b$ 에
 $x=0$ 을 대입하면 $2=a+b$ ㉠
 $x=1$ 을 대입하면 $6=2a \quad \therefore a=3$
 $a=3$ 을 ㉠에 대입하면 $b=-1$
 $\therefore a=3, b=-1$

3) [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면
 $x^2+x+2=(x-1)^2+a(x-1)+b$
 $=x^2-2x+1+ax-a+b$
 $=x^2+(a-2)x-a+b+1$

주어진 등식이 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$a-2=1, -a+b+1=2$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=4$

[수치대입법]

$x=1$ 을 대입하면 $4=b$ ㉠
 $x=0$ 을 대입하면 $2=1-a+b \quad \therefore a-b=-1$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면 $a=3$
 $\therefore a=3, b=4$

4) 계수비교법

우변을 전개하여 정리하면

$$x^2 - 3x + 8 = x^2 - 2x + 1 + ax - a + b$$

$$= x^2 + (a-2)x + 1 - a + b$$

양변의 계수를 비교하면

$$-3 = a - 2, 8 = 1 - a + b$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 6$

수치대입법

$x = 1$ 을 대입하면 $6 = b$

$x = 0$ 을 대입하면 $8 = 1 - a + b$

$\therefore a = -1, b = 6$

- 55 [답] 1) $a=2, b=-3$ 2) $a=2, b=4$
3) $a=5, b=-1$ 4) $a=-5, b=-4$

1) 계수비교법

우변을 전개하여 정리하면

$$2x^2 + 3x - 2 = a(x+1)^2 - (x+1) + b$$

$$= ax^2 + 2ax + a - x - 1 + b$$

$$= ax^2 + (2a-1)x + a + b - 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$2 = a, 3 = 2a - 1, -2 = a + b - 1$$

연립하여 풀면 $a = 2, b = -3$

수치대입법

$x = -1$ 을 대입하면 $2 - 3 - 2 = b \quad \therefore b = -3$

$x = 0$ 을 대입하면 $-2 = a - 1 + b$

연립하여 풀면 $a = 2, b = -3$

2) 계수비교법

우변을 전개하여 정리하면

$$2x^2 + x + 3 = a(x+1)^2 - 3(x+1) + b$$

$$= ax^2 + 2ax + a - 3x - 3 + b$$

$$= ax^2 + (2a-3)x + a + b - 3$$

양변의 계수를 비교하면

$$2 = a, 1 = 2a - 3, 3 = a + b - 3$$

연립하여 풀면 $a = 2, b = 4$

수치대입법

$x = -1$ 을 대입하면 $4 = b$

$x = 0$ 을 대입하면 $3 = a - 3 + b$

연립하여 풀면 $a = 2, b = 4$

3) 계수비교법

우변을 전개하여 정리하면

$$3x^2 - x - 3 = 3(x-1)^2 + a(x-1) + b$$

$$= 3x^2 - 6x + 3 + ax - a + b$$

$$= 3x^2 + (a-6)x - a + b + 3$$

양변의 계수를 비교하면

$$-1 = a - 6, -3 = -a + b + 3$$

연립하여 풀면 $a = 5, b = -1$

수치대입법

$x = 1$ 을 대입하면 $-1 = b$

$x = 0$ 을 대입하면 $-3 = 3 - a + b$

연립하여 풀면 $a = 5, b = -1$

4) 계수비교법

우변을 전개하여 정리하면

$$3x^2 + x + 4 = 3(x+1)^2 + a(x-1) + b$$

$$= 3x^2 + 6x + 3 + ax - a + b$$

$$= 3x^2 + (a+6)x - a + b + 3$$

양변의 계수를 비교하면

$$1 = a + 6, 4 = -a + b + 3$$

연립하여 풀면 $a = -5, b = -4$

수치대입법

$x = -1$ 을 대입하면 $6 = -2a + b$

$x = 0$ 을 대입하면 $4 = 3 - a + b$

연립하여 풀면 $a = -5, b = -4$

56 [답] 미정계수법, 계수비교법, 수치대입법

- 57 [답] 1) -3 2) 3 3) $-\frac{1}{8}$ 4) 1 5) -17

1) 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$ 을

일차식 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는

$$f(\boxed{-1}) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + (-1) + 1 = \boxed{-3}$$

$$2) f(2) = \boxed{2}^3 - 2 \cdot \boxed{2}^2 + \boxed{2} + 1 = \boxed{3}$$

$$3) f\left(\boxed{-\frac{1}{2}}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$= -\frac{1}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = \boxed{-\frac{1}{8}}$$

$$4) f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 + 1 = 1$$

$$5) f(-2) = (-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 + (-2) + 1 = -17$$

- 58 [답] 1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{34}{27}$ 3) $\frac{29}{27}$ 4) -13

$$1) f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$$

$$2) f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1$$

$$= -\frac{2}{27} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{34}{27}$$

$$3) f\left(-\frac{2}{3}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \left(-\frac{2}{3}\right) + 1$$

$$= -\frac{16}{27} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{29}{27}$$

$$4) f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - (-2) + 1 = -16 + 2 + 1 = -13$$

59 [답] $f(a), f\left(\frac{b}{a}\right)$

60 [답] 1) 4 2) 2 3) -3 4) $-\frac{9}{2}$ 5) 8 6) -6

1) 나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$ 이다.

그런데 나머지가 1이 되어야 하므로 $f(2)=\boxed{1}$ 이다.

$$f(2)=16-4a+1=\boxed{1} \quad \therefore a=\boxed{4}$$

2) $f(1)=2-a+1=1 \quad \therefore a=2$

3) $f(-1)=2 \cdot (-1)^3 - a \cdot (-1)^2 + 1 = 2$
 $-2-a+1=2 \quad \therefore a=-3$

4) $f(-2)=2 \cdot (-2)^3 - a \cdot (-2)^2 + 1 = 3$
 $-16-4a+1=3 \quad \therefore a=-\frac{9}{2}$

5) $f(4)=2 \cdot 4^3 - a \cdot 4^2 + 1 = 1$
 $128-16a+1=1 \quad \therefore a=8$

6) $f(-3)=2 \cdot (-3)^3 - a \cdot (-3)^2 + 1 = 1$
 $-54-9a+1=1 \quad \therefore a=-6$

61 [답] 1) -3 2) -3 3) $\frac{9}{4}$ 4) $-\frac{33}{2}$

1) $f(1)=1+a+2+4=4 \quad \therefore a=-3$

2) $f(2)=8+4a+4+4=4 \quad \therefore a=-3$

3) $f(-2)=(-2)^3+a \cdot (-2)^2+2 \cdot (-2)+4=1$
 $-8+4a-4+4=1 \quad \therefore a=\frac{9}{4}$

4) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2+2 \cdot \frac{1}{2}+4=1$
 $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}a+1+4=1 \quad \therefore a=-\frac{33}{2}$

62 [답] $f(a)$

63 [답] $x+2$

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (단, a, b 는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

이 등식은 항등식이므로 양변에 $x=1, x=2$ 를 각각 대입하면

$$f(1)=a+b, f(2)=2a+b$$

나머지정리에 의하여 $f(1)=\boxed{3}, f(2)=\boxed{4}$ 이므로

$$a+b=\boxed{3}, 2a+b=\boxed{4}$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=\boxed{2}$

따라서 구하는 나머지는 $x+\boxed{2}$ 이다.

64 [답] $-2x+5$

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (단, a, b 는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$$

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 3, $x+2$ 로 나눈 나머지가 9이므로

$$f(1)=a+b=3, f(-2)=-2a+b=9$$

$$\therefore a=-2, b=5$$

따라서 구하는 나머지는 $-2x+5$ 이다.

65 [답] $x+4$

다항식 $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (단, a, b 는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x+1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

$f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 3, $x-2$ 로 나눈 나머지가 6이므로

$$f(-1)=-a+b=3, f(2)=2a+b=6$$

$$\therefore a=1, b=4$$

따라서 구하는 나머지는 $x+4$ 이다.

66 [답] $2x^2-3x+1$

다항식 $f(x)$ 를 $x(x-1)(x+1)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 ax^2+bx+c (단, a, b, c 는 상수)라고 하면

$$f(x)=x(x-1)(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$$

$f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지가 1, $x-1$ 로 나눈 나머지가 0, $x+1$ 로 나눈 나머지가 6이므로

$$f(0)=c=1, f(1)=a+b+c=0, f(-1)=a-b+c=6$$

$$\therefore a=2, b=-3, c=1$$

따라서 구하는 나머지는 $2x^2-3x+1$ 이다.

67 [답] 일차, 이차

68 [답] 1) 0 2) 0 3) -6 4) 24 5) $\frac{3}{8}$

1) 다항식 $f(x)$ 가 $x-1$ 로 나누어떨어지려면 인수정리에 의하여 $f(\boxed{1})=0$ 이어야 하므로

$$f(\boxed{1})=1-1+a=0 \quad \therefore a=\boxed{0}$$

2) $f(-1)=(-1)^3+1+a=0 \quad \therefore a=0$

3) $f(2)=2^3-2+a=0 \quad \therefore a=-6$

4) $f(-3)=(-3)^3+3+a=0$
 $-27+3+a=0 \quad \therefore a=24$

5) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{2}+a=0$

$$\frac{1}{8}-\frac{1}{2}+a=0 \quad \therefore a=\frac{3}{8}$$

69 [답] 1) 인수이다. 2) 인수이다. 3) 인수이다.

4) 인수가 아니다.

1) $f(1)=1-2-1+2=0$ 이므로 $x-1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다.

2) $f(-1)=-1-2+1+2=0$ 이므로 $x+1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다.

76 답 몫 : x^2+3x+2 , 나머지 : -1

나눗셈
$$\begin{array}{r} x^2+3x+2 \leftarrow \text{몫} \\ 3x-2 \overline{) 3x^3+7x^2-5} \\ \underline{3x^3-2x^2} \\ 9x^2 \\ \underline{9x^2-6x} \\ 6x-5 \\ \underline{6x-4} \\ -1 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

조립제법
$$\frac{2}{3} \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & 7 & 0 & -5 \\ & 2 & 6 & 4 \\ \hline 3 & 9 & 6 & -1 \leftarrow \text{나머지} \end{array} \right.$$

$$3x^3+7x^2-5 = \left(x-\frac{2}{3}\right)(3x^2+9x+6) - 1$$

$$= (3x-2)(x^2+3x+2) - 1$$

$\therefore x^2+3x+2 \leftarrow \text{몫}$

77 답 몫 : x^2+2 , 나머지 : -3

나눗셈
$$\begin{array}{r} x^2+2 \leftarrow \text{몫} \\ 2x+1 \overline{) 2x^3+x^2+4x-1} \\ \underline{2x^3+x^2} \\ 4x-1 \\ \underline{4x+2} \\ -3 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

조립제법
$$-\frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & -1 \\ & -1 & 0 & -2 \\ \hline 2 & 0 & 4 & -3 \leftarrow \text{나머지} \end{array} \right.$$

$$2x^3+x^2+4x-1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)(2x^2+4) - 3$$

$$= (2x+1)(x^2+2) - 3$$

$\therefore x^2+2 \leftarrow \text{몫}$

78 답 몫 : x^2-x , 나머지 : -1

나눗셈
$$\begin{array}{r} x^2-x \leftarrow \text{몫} \\ 3x+1 \overline{) 3x^3-2x^2-x-1} \\ \underline{3x^3+x^2} \\ -3x^2-x \\ \underline{-3x^2-x} \\ -1 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

조립제법
$$-\frac{1}{3} \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & -1 & -1 \\ & -1 & 1 & 0 \\ \hline 3 & -3 & 0 & -1 \leftarrow \text{나머지} \end{array} \right.$$

$$3x^3-2x^2-x-1 = \left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2-3x) - 1$$

$$= (3x+1)(x^2-x) - 1$$

$\therefore x^2-x \leftarrow \text{몫}$

79 답 몫, 나머지

I - 3 인수분해

pp. 32~43

80 답 1) $x(a+b)$ 2) $x(1-y)$ 3) $a(1-bc)$
4) $x^2(y-1)$ 5) $axy(x+y)$ 6) $y(a+b-c)$
7) $(x-1)(a+1)$ 8) $(a+b)(c-d)$

8) $ac-bd-ad+bc = a(c-d)+b(c-d)$
 $= (c-d)(a+b) = (a+b)(c-d)$

81 답 1) $(a+1)^2$ 2) $(x-5)^2$ 3) $(x+6)^2$
4) $(2x+1)^2$ 5) $(3x-1)^2$ 6) $(a+5b)^2$
7) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ 8) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

82 답 1) $(x+2)(x-2)$ 2) $(x+4y)(x-4y)$
3) $(a+3b)(a-3b)$ 4) $(8x+3y)(8x-3y)$
5) $-(5x+1)(5x-1)$ 6) $3(2x+1)$

6) $(x+2)^2 - (x-1)^2 = (x+2+x-1)(x+2-x+1)$
 $= 3(2x+1)$

83 답 1) $(x+1)(x+2)$ 2) $(x-1)(x-7)$
3) $(x-3)(x-7)$ 4) $(2x-3)(x+1)$
5) $(x-4y)(x+2y)$ 6) $(13a+5b)(a-b)$

84 답 (1) $a \pm b$ (2) $(a+b)^2$
(3) $(a-b)^2$ (4) $(a+b)(a-b)$

85 답 1) $(a+1)(a^2-a+1)$ 2) $(a+2)(a^2-2a+4)$
3) $(y+3)(y^2-3y+9)$
4) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$
5) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

1) $a^3+1 = a^3 + \boxed{1}^3 = (a + \boxed{1})(a^2 - a \cdot 1 + 1^2)$
 $= (a + \boxed{1})(a^2 - a + 1)$

2) $a^3+8 = a^3 + 2^3 = (a+2)(a^2-2a+4)$

3) $y^3+27 = y^3 + 3^3 = (y+3)(y^2-3y+9)$

4) $8x^3+1 = (2x)^3 + 1^3 = (2x+1)(4x^2-2x+1)$

5) $x^3+27y^3 = x^3 + (3y)^3 = (x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

86 답 1) $(x-3)(x^2+3x+9)$
2) $(x-2)(x^2+2x+4)$
3) $(2x-1)(4x^2+2x+1)$
4) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$
5) $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

1) $x^3-27 = x^3 - \boxed{3}^3 = (x - \boxed{3})(x^2 + 3 \cdot x + 3^2)$
 $= (x - \boxed{3})(x^2 + 3x + 9)$

2) $x^3-8 = x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$

3) $8x^3-1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)(4x^2+2x+1)$

4) $8x^3-y^3 = (2x)^3 - y^3 = (2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

5) $x^3-27y^3 = x^3 - (3y)^3 = (x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

87 ㉠ 1) $(x+3)^3$ 2) $(x+2)^3$ 3) $(a+3b)^3$

1) $x^3+9x^2+27x+27$
 $=x^3+3\cdot\boxed{x}^2\cdot 3+3\cdot x\cdot\boxed{3}^2+\boxed{3}^3$
 $=(x+\boxed{3})^3$

88 ㉠ 1) $(x-1)^3$ 2) $(x-2)^3$ 3) $(a-3)^3$

1) x^3-3x^2+3x-1
 $=x^3-3\cdot\boxed{x}^2\cdot 1+3\cdot x\cdot\boxed{1}^2-\boxed{1}^3$
 $=(x-\boxed{1})^3$

89 ㉠ (1) (a^2-ab+b^2) (2) (a^2+ab+b^2)
 (3) $(a+b)^3$ (4) $(a-b)^3$

90 ㉠ 1) $(a-b+1)^2$ 2) $(a+b+2c)^2$
 3) $(a-b+c)^2$ 4) $(a+b-c)^2$

1) $a^2+b^2+1-2ab-2b+2a$
 $=a^2+(\boxed{-b})^2+1^2+2a(\boxed{-b})+2(\boxed{-b})\cdot 1+2\cdot 1\cdot a$
 $=(a+(\boxed{-b})+1)^2$
 $=(a-\boxed{b}+1)^2$

[다른 풀이]

주어진 식을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $a^2+b^2+1-2ab-2b+2a$
 $=a^2-(2b-2)a+b^2-2b+1$
 $=a^2-2(b-1)a+(b-1)^2$
 $=(a-(b-1))^2=(a-b+1)^2$

91 ㉠ 1) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$
 2) $(a-b+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca)$
 3) $(x-y-z)(x^2+y^2+z^2+xy-yz+zx)$

2) $a^3-b^3+c^3+3abc$
 $=a^3+(-b)^3+c^3-3\cdot a\cdot(-b)\cdot c$
 $=(a+(\boxed{-b})+c)$
 $\times\{a^2+(\boxed{-b})^2+c^2-a(-b)-(-b)c-ca\}$
 $=(a-\boxed{b}+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca)$

3) $x^3-y^3-z^3-3xyz$
 $=x^3+(\boxed{-y})^3+(-z)^3-3\cdot x\cdot(-y)\cdot(-z)$
 $=(x+(\boxed{-y})+(-z))$
 $\times\{x^2+(-y)^2+(-z)^2-x(\boxed{-y})-(-y)\cdot(-z)$
 $-(-z)\cdot x\}$
 $=(x-\boxed{y}-z)(x^2+y^2+z^2+xy-yz+zx)$

92 ㉠ (1) $(a+b+c)^2$ (2) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

93 ㉠ 1) $(x+2)(x-2)(x^2+1)$
 2) $(x+1)(x-1)(x^2+2)$
 3) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$
 4) $(x+2y)(x-2y)(x+y)(x-y)$
 5) $(x+3)(x+1)(x^2+4x+2)$
 6) $a(a+2)(a^2+2a-1)$

1) $\boxed{x^2}=X$ 로 놓으면
 x^4-3x^2-4
 $=X^2-3X-4$
 $=(X-4)(X+1)$
 $=(x^2-4)(x^2+1)$
 $=(x+\boxed{2})(x-2)(x^2+1)$

2) $x^2=X$ 로 놓으면
 $x^4+x^2-2=X^2+X-2$
 $=(X-1)(X+2)$
 $=(x^2-1)(x^2+2)$
 $=(x+1)(x-1)(x^2+2)$

3) $x^2=X$ 로 놓으면
 $x^4-1=X^2-1$
 $=(X-1)(X+1)$
 $=(x^2-1)(x^2+1)$
 $=(x+1)(x-1)(x^2+1)$

4) $x^2=X, y^2=Y$ 로 놓으면
 $x^4-5x^2y^2+4y^4=X^2-5XY+4Y^2$
 $=(X-4Y)(X-Y)$
 $=(x^2-4y^2)(x^2-y^2)$
 $=(x+\boxed{2y})(x-2y)(x+y)(x-\boxed{y})$

5) $(\boxed{x+2})^2=X$ 로 놓으면
 $(x+2)^4-3(x+2)^2+2$
 $=X^2-3X+2$
 $=(X-1)(X-2)$
 $=\{(x+2)^2-1\}\{(x+2)^2-2\}$
 $=\{(x+2)+\boxed{1}\}\{(x+2)-\boxed{1}\}(x^2+4x+4-2)$
 $=(x+\boxed{3})(x+1)(x^2+4x+2)$

6) $(a+1)^2=X$ 로 놓으면
 $(a+1)^4-3(a+1)^2+2=X^2-3X+2$
 $=(X-1)(X-2)$
 $=\{(a+1)^2-1\}\{(a+1)^2-2\}$
 $=a(a+2)(a^2+2a-1)$

- 94 ㉠ 1) $(x-1)(x-2)(x^2-3x+3)$
 2) $(x-2)(x+1)(x-3)(x+2)$
 3) $(a^2+5a-2)(a^2+5a+8)$

1) $\boxed{x^2-3x} = X$ 로 놓으면
 $(x^2-3x)(x^2-3x+5)+6$
 $=X(X+5)+6$
 $=X^2+5X+6$
 $=(X+2)(X+3)$
 $=(\boxed{x^2-3x}+2)(x^2-3x+3)$
 $=(x-1)(x-\boxed{2})(\boxed{x^2-3x}+3)$

2) $x^2-x = X$ 로 놓으면
 $(x^2-x)(x^2-x-8)+12$
 $=X(X-8)+12$
 $=X^2-8X+12$
 $=(X-2)(X-6)$
 $=(x^2-x-2)(x^2-x-6)$
 $=(x-2)(x+1)(x-3)(x+2)$

3) $a^2+5a+4 = X$ 로 놓으면
 $(a^2+5a+4)(a^2+5a+2)-24$
 $=X(X-2)-24$
 $=X^2-2X-24$
 $=(X-6)(X+4)$
 $=(a^2+5a-2)(a^2+5a+8)$

- 95 ㉠ 1) $(x^2+3x+6)(x+4)(x-1)$
 2) $(x+3)(x-2)(x^2+x-8)$

1) $x(x+1)(x+2)(x+3)-24$
 $=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24$
 $=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-24$
 $\boxed{x^2+3x} = X$ 로 놓으면
 $X(X+2)-24$
 $=X^2+2X-24$
 $=(X+\boxed{6})(X-4)$
 $=(x^2+3x+\boxed{6})(x^2+3x-4)$
 $=(x^2+3x+\boxed{6})(x+\boxed{4})(x-\boxed{1})$

2) $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+24$
 $=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$
 $=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$
 $x^2+x-2 = X$ 로 놓으면
 $X(X-10)+24 = X^2-10X+24$
 $=(X-4)(X-6)$
 $=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$
 $=(x+3)(x-2)(x^2+x-8)$

96 ㉠ 1
 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+k$
 $=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}+k$
 $=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)+k$
 $x^2-5x+4 = X$ 로 놓으면

$X(X+2)+k = X^2+2X+k$
 주어진 식이 x 에 대한 이차식의 완전제곱 꼴로 인수분해되려면 위의 식이 X 에 대한 완전제곱 꼴이 되면 되므로
 $X^2+2X+k = (X+1)^2 \quad \therefore k=1$

- 97 ㉠ 1) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
 2) $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$
 3) $(x^2+3x+5)(x^2-3x+5)$
 4) $(a^2+a+2)(a^2-a+2)$
 5) $(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$
 6) $(x^2+x+5)(x^2-x+5)$
 7) $(a^2+3ab+5b^2)(a^2-3ab+5b^2)$
 8) $(4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)$
 9) $(a^2+a-1)(a^2-a-1)$

1) $a^4+a^2b^2+b^4 = a^4+2a^2b^2+b^4 - \boxed{a^2b^2}$
 $= (a^2+b^2)^2 - (ab)^2$
 $= (a^2+\boxed{ab}+b^2)(a^2-\boxed{ab}+b^2)$

2) $a^4+a^2+1 = a^4+(2a^2-a^2)+1$
 $= a^4+2a^2+1 - \boxed{a^2} = (a^2+1)^2 - \boxed{a^2}$
 $= (a^2+\boxed{a}+1)(a^2-\boxed{a}+1)$

3) $x^4+x^2+25 = x^4+10x^2+25-9x^2 = (x^2+5)^2 - (3x)^2$
 $= (x^2+3x+5)(x^2-3x+5)$

4) $a^4+3a^2+4 = a^4+4a^2+4-a^2 = (a^2+2)^2 - a^2$
 $= (a^2+a+2)(a^2-a+2)$

5) $x^4+2x^2+9 = x^4+6x^2+9-4x^2 = (x^2+3)^2 - (2x)^2$
 $= (x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$

6) $x^4+9x^2+25 = x^4+10x^2+25-x^2 = (x^2+5)^2 - x^2$
 $= (x^2+x+5)(x^2-x+5)$

7) $a^4+a^2b^2+25b^4 = a^4+10a^2b^2+25b^4-9a^2b^2$
 $= (a^2+5b^2)^2 - (3ab)^2$
 $= (a^2+3ab+5b^2)(a^2-3ab+5b^2)$

8) $16x^4+4x^2y^2+y^4 = 16x^4+8x^2y^2+y^4-4x^2y^2$
 $= (4x^2+y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)$

9) $a^4-3a^2+1 = a^4-2a^2+1-a^2 = (a^2-1)^2 - a^2$
 $= (a^2+a-1)(a^2-a-1)$

- 98 ㉠ (1) 치환 (2) x^2, X^2+aX+b (3) x^2

99 **답** 1) $(x-3y+1)(x-y+2)$

2) $(x-y-1)(x-y-2)$

3) $(x+y-3)(x+y+1)$

4) $-(a-b)(b-c)(c-a)$

5) $(a-b)(b-c)(c-a)$

1) 문자 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 3y^2 + 3x - 7y + 2 \\ &= x^2 - (4y-3)x + (3y^2 - 7y + 2) \\ &= x^2 - (4y-3)x + (3y-1)(y-2) \\ &= \{x - (3y-1)\}\{x - (y-2)\} \\ &= (x-3y+1)(x-y+2) \end{aligned}$$

2) $x^2 + y^2 - 2xy - 3x + 3y + 2$
 $= x^2 - (2y+3)x + y^2 + 3y + 2$
 $= x^2 - (2y+3)x + (y+1)(y+2)$
 $= (x-y-1)(x-y-2)$

3) $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y - 3$
 $= x^2 + 2x(y-1) + y^2 - 2y - 3$
 $= x^2 + 2x(y-1) + (y-3)(y+1)$
 $= (x+y-3)(x+y+1)$

4) $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$
 $= a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2$
 $= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + b^2c - bc^2$
 $= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c)$
 $= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\}$
 $= (b-c)(a-b)(a-c)$
 $= -(a-b)(b-c)(c-a)$

5) $a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2)$
 $= ab^2 - ac^2 + bc^2 - a^2b + a^2c - b^2c$
 $= (c-b)a^2 - (c^2-b^2)a + bc(c-b)$
 $= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b)$
 $= (c-b)\{a^2 - (b+c)a + bc\}$
 $= (c-b)(a-b)(a-c) = (a-b)(b-c)(c-a)$

100 **답** 1) $(a-b)(a+b)(a+c)$ 2) $(a-2)(a-b)$
 3) $(a+b)(a-b+c)$ 4) $(a+b)(a-b)(a-c)$

1) 차수가 가장 낮은 문자 c 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} a^3 - ab^2 - b^2c + a^2c &= (a^2 - b^2)c + a(a^2 - b^2) \\ &= (a^2 - b^2)(a + c) \\ &= (a-b)(a+b)(a+c) \end{aligned}$$

2) $a^2 - 2a - ab + 2b = -b(a-2) + a(a-2)$
 $= (a-2)(a-b)$

3) $a^2 + ac - b^2 + bc = c(a+b) + a^2 - b^2$
 $= c(a+b) + (a+b)(a-b)$
 $= (a+b)(c+a-b)$
 $= (a+b)(a-b+c)$

4) $a^3 - ab^2 + b^2c - a^2c = c(b^2 - a^2) + a(a^2 - b^2)$
 $= a(a^2 - b^2) - c(a^2 - b^2)$
 $= (a^2 - b^2)(a - c)$
 $= (a+b)(a-b)(a-c)$

101 **답** (1) 내림차순 (2) 낮은, 내림차순

102 **답** 1) $(x-1)(x-2)(x-3)$
 2) $(x-2)(x^2+x+3)$ 3) $(x+2)(x^2-x+1)$
 4) $(x-1)(x^2-2x+2)$
 5) $(x+1)(x-2)(x-3)$
 6) $(x-2)(x+1)(x+3)$ 7) $(x-1)(x+2)^2$
 8) $(x-1)(x+3)(x-2)$

1) 최고차항의 계수가 1이므로 상수항 -6 의 약수 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ 중 $P(a)=0$ 을 만족하는 a 를 찾는다.

$x=1$ 을 대입하면

$$P(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$$

즉, $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

따라서 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)(x^2-5x+6) \\ &= (x-1)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

2) $P(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x^2+x+3)$$

3) $P(-2) = -8 + 4 + 2 + 2 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ & & -2 & 2 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x+2)(x^2-x+1)$$

4) $P(1) = 1 - 3 + 4 - 2 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 4 & -2 \\ & & 1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x-1)(x^2-2x+2)$$

5) $P(-1) = -1 - 4 - 1 + 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x+1)(x^2-5x+6)$
 $= (x+1)(x-2)(x-3)$

6) $P(2) = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & 2 & 8 & 6 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-2)(x^2+4x+3)$
 $= (x-2)(x+1)(x+3)$

7) $P(1) = 1 + 3 - 4 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & 0 & -4 \\ & & 1 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-1)(x^2+4x+4)$
 $= (x-1)(x+2)^2$

8) $P(1) = 1 - 7 + 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-1)(x^2+x-6)$
 $= (x-1)(x+3)(x-2)$

103 **답** 1) $(2x-1)(x^2+x+1)$

2) $(x-2)(2x+1)(x-3)$

3) $(x-1)(2x-1)(x+2)$

4) $(x-1)(2x-3)(x+1)$

5) $(x-1)(2x^2+2x-3)$

6) $(2x-1)(2x^2+x+1)$

1) 최고차항의 계수가 2이므로 상수항 -1 의 약수를 최고차항의 계수 2의 약수로 나눈 $\pm 1, \pm \frac{1}{2}$ 중 $P(a) = 0$ 을 만족하는 a 를 찾는다.

$x = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 1 = 0$$

즉, $x = \frac{1}{2}$ 은 $P(x)$ 의 인수이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & -1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

따라서 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 + 2x + \boxed{2})$$

$$= (2x - \boxed{1})(x^2 + x + \boxed{1})$$

2) $P(2) = 16 - 36 + 14 + 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -9 & 7 & 6 \\ & & 4 & -10 & -6 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-2)(2x^2-5x-3)$
 $= (x-2)(2x+1)(x-3)$

3) $P(1) = 2 + 1 - 5 + 2 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 1 & -5 & 2 \\ & & 2 & 3 & -2 \\ \hline & 2 & 3 & -2 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-1)(2x^2+3x-2)$
 $= (x-1)(2x-1)(x+2)$

4) $P(1) = 2 - 3 - 2 + 3 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -3 & -2 & 3 \\ & & 2 & -1 & -3 \\ \hline & 2 & -1 & -3 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-1)(2x^2-x-3)$
 $= (x-1)(2x-3)(x+1)$

5) $P(1) = 2 - 5 + 3 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 0 & -5 & 3 \\ & & 2 & 2 & -3 \\ \hline & 2 & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = (x-1)(2x^2+2x-3)$

6) $P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 4 & 0 & 1 & -1 \\ & & 2 & 1 & 1 \\ \hline & 4 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$\therefore P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(4x^2 + 2x + 2)$
 $= (2x - 1)(2x^2 + x + 1)$

104 **답** 1) -1 2) 4 3) 1 4) -4

1) $f(x)$ 가 $x+1$ 을 인수로 가지므로 $f(\boxed{-1}) = 0$ 을 만족해야 한다.

$$f(\boxed{-1}) = (\boxed{-1})^3 - 2 \cdot (\boxed{-1}) + a = 0$$

$\therefore a = \boxed{-1}$

2) $f(-2) = -8 + 4 + a = 0$

$\therefore a = 4$

3) $f(1) = 1 - 2 + a = 0$

$\therefore a = 1$

4) $f(2) = 8 - 4 + a = 0$

$\therefore a = -4$

105 [답] 1) -6 2) 0 3) $-\frac{14}{3}$ 4) $\frac{33}{4}$

1) $f(1)=1+1+a+4=0 \quad \therefore a=-6$

2) $f(-2)=-8+4-2a+4=0 \quad \therefore a=0$

3) $f(-3)=-27+9-3a+4=0 \quad \therefore a=-\frac{14}{3}$

4) $f(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-\frac{a}{2}+4=0 \quad \therefore a=\frac{33}{4}$

106 [답] 1) $a=-4, f(x)=(x-2)(x+1)(x-3)$

2) $a=-8, f(x)=(x-1)(x^2-7x-6)$

3) $a=1, f(x)=(x+2)(x^2-x+3)$

1) $f(x)=x^3+ax^2+x+6$ 이 $x-2$ 를 인수로 가지므로

$f(2)=8+4a+2+6=0 \quad \therefore a=-4$

조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 다음과 같이 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & 2 & -4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$\therefore f(x)=(x-2)(x^2-2x-3)$

$=(x-2)(x+1)(x-3)$

2) $f(1)=1+a+1+6=0 \quad \therefore a=-8$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -8 & 1 & 6 \\ & & 1 & -7 & -6 \\ \hline & 1 & -7 & -6 & 0 \end{array}$$

$\therefore f(x)=(x-1)(x^2-7x-6)$

3) $f(-2)=-8+4a-2+6=0 \quad \therefore a=1$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ & & -2 & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & 0 \end{array}$$

$\therefore f(x)=(x+2)(x^2-x+3)$

107 [답] (i) $f(a)=0$ (ii) $x-a$ (iii) $x-a$

108 [답] 1) 200 2) 3400 3) 600 4) 9600 5) 1000000
6) 1000000 7) 1019

1) $51^2-49^2=(51+49)(51-49)$
 $=100 \times 2=200$

2) $67^2-33^2=(67+33)(67-33)$
 $=100 \times 34=3400$

3) $51^2+52^2-(48^2+49^2)$
 $=(51^2-49^2)+(52^2-48^2)$
 $=(51+49)(51-49)+(52+48)(52-48)$
 $=100 \times 2+100 \times 4=600$

4) $99=x$ 로 놓으면
 $99^2-2 \times 99-3=x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$
 $= (99-3)(99+1)=96 \times 100=9600$

5) $97=a$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & 97^3+3 \times 97^2 \times 3+3 \times 97 \times 3^2+3^3 \\ & =a^3+3 \times a^2 \times 3+3 \times a \times 3^2+3^3 \\ & =(a+3)^3 \\ & =(\boxed{97}+3)^3 \\ & =\boxed{100}^3 \\ & =\boxed{1000000} \end{aligned}$$

6) $103=a$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & 103^3-3 \cdot 103^2 \cdot 3+3 \cdot 103 \cdot 3^2-3^3 \\ & =a^3-3 \cdot a^2 \cdot 3+3 \cdot a \cdot 3^2-3^3 \\ & =(a-3)^3 \\ & =(103-3)^3 \\ & =100^3=1000000 \end{aligned}$$

7) $1020=x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{1020^3-1}{1021 \times 1020+1} & =\frac{x^3-1}{(x+1)x+1} \\ & =\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}=x-1 \\ & =1020-1=1019 \end{aligned}$$

109 [답] $a=b$ 인 이등변삼각형

a, b, c 의 차수가 모두 같으므로 좌변을 a 에 대하여 내림 차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} & (\boxed{b+c})a^2-(b^2-c^2)a-bc^2-cb^2 \\ & =(\boxed{b+c})a^2-(b+c)(b-c)a-bc(b+c) \\ & =(\boxed{b+c})\{a^2-(b-c)a-bc\} \\ & =(\boxed{b+c})(a-b)(a+c)=0 \end{aligned}$$

$b+c>0, a+c>0$ 이므로 $a-b=0 \Rightarrow a=b$

따라서 $a=b$ 인 이등변 삼각형이다.

110 [답] 정삼각형

$a^3+b^3+c^3=3abc$ 에서

$a^3+b^3+c^3-3abc=0$

인수분해 공식에 의해

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$

$a+b+c>0$ 이므로 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$

$=\frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)$

$+(c^2-2ca+a^2)\}$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore a=b=c$

따라서 정삼각형이다.

단원 총정리 문제 I 다항식

01 ②	02 ②	03 ③	04 ③	05 ①
06 ②	07 ②	08 ④	09 ④	10 14
11 ④	12 ②			

- 111 [답] 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
좌변을 a, b, c 중 차수가 가장 낮은 c 에 대하여 정리하면
- $$\begin{aligned} & a^3 + ab^2 - ac^2 + b^3 + ba^2 - bc^2 \\ &= -c^2(a+b) + a^3 + b^3 + ab^2 + ba^2 \\ &= -c^2(a+b) + (a+b)(a^2 - ab + b^2) + ab(a+b) \\ &= (a+b)(-c^2 + a^2 - ab + b^2 + ab) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ & a+b > 0 \text{ 이므로} \\ & a^2 + b^2 - c^2 = 0 \\ & \therefore a^2 + b^2 = c^2 \end{aligned}$$
- 따라서 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

- 112 [답] 19
- $$\begin{aligned} & x^4 + x^3y + xy^3 + y^4 \\ &= x(x^3 + y^3) + y(x^3 + y^3) \\ &= (x^3 + y^3)(x + y) \\ &= \{(x+y)^3 - 3xy(x+y)\}(x+y) \\ &= \{(-1)^3 - 3 \cdot (-6) \cdot (-1)\} \cdot (-1) \\ &= (-1 - 18) \cdot (-1) = 19 \end{aligned}$$

- 113 [답] 3
- $$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ & \text{여기서 } a+b+c=0 \text{ 이므로} \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \\ & a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \\ & \therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3 \end{aligned}$$

- 114 [답] 30
- a 에 대하여 내림차순으로 정리하면
- $$\begin{aligned} & cb^2 - ca^2 + bc^2 - ba^2 + ac^2 - ab^2 \\ &= -(c+b)a^2 + (c^2 - b^2)a + cb^2 + bc^2 \\ &= -(c+b)a^2 + (c+b)(c-b)a + bc(b+c) \\ &= (b+c)\{-a^2 + (c-b)a + bc\} \\ &= (b+c)(-a+c)(a+b) \\ &= (b+c)(c-a)(a+b) \\ &= 5 \times 2 \times 3 = 30 \end{aligned}$$

- 115 [답] 문자

01 [답] ②

$$\begin{array}{r} 7x^3 + 5x^2 - x - 1 \\ -) 2x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \\ \hline 9x^3 + x^2 + 4x - 7 \end{array}$$

- 02 [답] ②
- $(x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x - 2)(x^3 - 3x^2 + x + 2)$ 의 전개식에
서 x^4 은
(4차항) \times (상수항), (3차항) \times (1차항),
(2차항) \times (2차항), (1차항) \times (3차항)
으로 구할 수 있다.
- $$\begin{aligned} & x^4 \times 2 + 2x^3 \times x + (-4x^2) \times (-3x^2) + 3x \times x^3 \\ &= (2 + 2 + 12 + 3)x^4 = 19x^4 \end{aligned}$$
- 따라서 x^4 의 계수는 19이다.

- 03 [답] ③
- $x+y=3$ 의 양변을 제곱하면
 $(x+y)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 9$
 $x^2 + y^2 = 5$ 이므로
 $5 + 2xy = 9 \Leftrightarrow 2xy = 4 \quad \therefore xy = 2$
 $\therefore x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= 3^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$

- 04 [답] ③
- 계수비교법에 의하여 양변의 계수를 비교하면
 $a-2=3, 3=-b+1 \quad \therefore a=5, b=-2$
 $\therefore a+b=5-2=3$

- 05 [답] ①
- 다항식 $x^4 - 3x^3 + 4x + 3$ 을 $x^2 + 1$ 로 직접 나누자.

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 1 \\ x^2 + 1 \overline{) x^4 - 3x^3 + 4x + 3} \\ \underline{x^4 + x^2} \\ -3x^3 - x^2 + 4x + 3 \\ \underline{-3x^3 - 3x} \\ -x^2 + 7x + 3 \\ \underline{-x^2 - 1} \\ 7x + 4 \end{array}$$

- 즉, $Q(x) = x^2 - 3x - 1, R(x) = 7x + 4$ 이므로
 $Q(1) = -3, R(0) = 4$
 $\therefore R(0) - Q(1) = 4 - (-3) = 7$

06 [답] ②

다항식 $f(x)$ 를 $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (단, a, b 는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x+2)(x-3)Q(x)+ax+b$$

다항식 $f(x)$ 를 $x+2, x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 2, 7이므로 나머지정리에 의하여

$$f(-2)=-2a+b=2, f(3)=3a+b=7$$

$$\therefore a=1, b=4$$

따라서 구하는 나머지는 $x+4$ 이다.

07 [답] ②

$f(x)$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2)=8-4+2a+b=0 \quad \therefore 2a+b=-4 \dots\dots \textcircled{1}$$

$f(x)$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어지므로

$$f(-1)=-1-1-a+b=0 \quad \therefore -a+b=2 \dots\dots \textcircled{2}$$

①과 ②을 연립하여 풀면 $a=-2, b=0$

$$\therefore a+b=-2$$

08 [답] ④

x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2+xy+4x+2y+4 &= y(x+2)+x^2+4x+4 \\ &= y(x+2)+(x+2)^2 \\ &= (x+2)(y+x+2) \\ &= (x+2)(x+y+2) \end{aligned}$$

09 [답] ④

$$\begin{aligned} x(x-1)(x+2)(x+3)-4 &= \{x(x+2)\}\{(x-1)(x+3)\}-4 \\ &= (x^2+2x)(x^2+2x-3)-4 \end{aligned}$$

$x^2+2x=X$ 라고 하면

$$\begin{aligned} X(X-3)-4 &= X^2-3X-4 \\ &= (X-4)(X+1) \\ &= (x^2+2x-4)(x^2+2x+1) \\ &= (x^2+2x-4)(x+1)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore a=1$$

10 [답] 14

$x^2-4x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x-4+\frac{1}{x}=0$$

$$x+\frac{1}{x}=4$$

$$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$$

11 [답] ④

99999= x 로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{99999^3+1}{99998 \times 99999+1} &= \frac{x^3+1}{(x-1)x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}=x+1 \\ &= 99999+1=100000 \end{aligned}$$

12 [답] ②

좌변을 a 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} ab(a+b)+bc(b-c)-ca(c+a) &= a^2b+ab^2+b^2c-bc^2-c^2a-ca^2 \\ &= (b-c)a^2+(b^2-c^2)a+bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2+(b-c)(b+c)a+bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2+(b+c)a+bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c)=0 \end{aligned}$$

$a>0, b>0, c>0$ 이므로 $a+b>0, a+c>0$

$$b-c=0 \quad \therefore b=c$$

따라서 이 삼각형은 $b=c$ 인 이등변삼각형이다.

[다른 풀이]

a, b, c 의 차수가 모두 같으므로 어느 문자에 대하여 정리해도 상관없다.

좌변을 b 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} a^2b+ab^2+b^2c-bc^2-c^2a-ca^2 &= (a+c)b^2+(a^2-c^2)b-ac(a+c) \\ &= (a+c)b^2+(a+c)(a-c)b-ac(a+c) \\ &= (a+c)\{b^2+(a-c)b-ac\} \\ &= (a+c)(b+a)(b-c)=0 \end{aligned}$$

$a+c>0, b+a>0$ 이므로 $b-c=0$

$$\therefore b=c$$

따라서 이 삼각형은 $b=c$ 인 이등변삼각형이다.

II

방정식과 부등식

II - 1 복소수와 이차방정식

pp. 50~83

01 **답** 1) i 2) $\sqrt{5}i$ 3) $3i$ 4) $2\sqrt{6}i$ 5) $10i$

6) $-\sqrt{19}i$ 7) $-6i$ 8) $-4\sqrt{3}i$

2) $\sqrt{-5} = \sqrt{5 \times (-1)} = \sqrt{5} \times \sqrt{-1} = \sqrt{5} \boxed{i}$

3) $\sqrt{-9} = \sqrt{9 \times (-1)} = \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = \boxed{3i}$

02 **답** 1) 실수부분: 2, 허수부분: 3

2) 실수부분: 5, 허수부분: -3

3) 실수부분: $\sqrt{2}$, 허수부분: -6

4) 실수부분: 9, 허수부분: 0

5) 실수부분: 0, 허수부분: 5

03 **답** -1, -1, 허수단위, 복소수

04 **답** 1)~4) 실수 5)~7) 순허수

8)~10) 순허수가 아닌 허수

05 **답** 1) ○ 2) ○ 3) × 4) ○ 5) × 6) ○

3) $(\sqrt{-3})^2 = (\sqrt{3}i)^2 = -3$ 4) $\sqrt{-4} = 2i$ 5) $i^2 = -1$

06 **답** $b=0, a=0, b \neq 0, a \neq 0, b \neq 0$

07 **답** 1) $x=-1, y=3$ 2) $x=-4, y=3$

3) $x=-4, y=3$ 4) $x=2, y=3$

5) $x=2, y=-4$ 6) $x=5, y=5$

7) $x=-2, y=-1$ 8) $x=-1, y=1$

9) $x=2, y=5$

1) $x+1, y-3$ 이 실수이므로

$(x+1) + (y-3)i = 0$ 을 만족시키려면

$x+1=0, y-3=0$

$\therefore x = \boxed{-1}, y = \boxed{3}$

2) 실수부분은 실수부분끼리, 허수부분은 허수부분끼리 같아야 하므로

$3=y, x=-4 \quad \therefore x=-4, y=3$

3) $x+y, 2y$ 는 실수이므로

$6 + (x+y)i = 2y - i$ 를 만족시키려면

$6 = \boxed{2y}, x+y = \boxed{-1}$

$\therefore x = \boxed{-4}, y = \boxed{3}$

4) $(x+y) + (x-y)i = 5 - i$ 에서

$x+y=5, x-y=-1$

두 식을 연립하면 $x=2, y=3$

5) $3x-7i=6+(2y+1)i$ 에서 $3x=6, -7=2y+1$

$\therefore x=2, y=-4$

6) $x+(x-y)i=5$ 에서 $x=5, x-y=0$

$\therefore x=5, y=5$

7) $(2x+1) + (1+y)i = -3$ 에서 $2x+1=-3, 1+y=0$

$\therefore x=-2, y=-1$

8) $(1+x) + (2-y)i = i$ 에서 $1+x=0, 2-y=1$

$\therefore x=-1, y=1$

9) $(x-2) + 3i = (y-2)i$ 에서 $x-2=0, 3=y-2$

$\therefore x=2, y=5$

08 **답** (1) c, d (2) $0, 0$

09 **답** 1) $1-i$ 2) $2-3i$ 3) $\sqrt{5}-\sqrt{3}i$ 4) $-5-4i$

5) $9-i$ 6) $-7-i$ 7) $-8-\sqrt{3}i$ 8) $-1+2i$

9) $-2i$ 10) $4i$ 11) $\sqrt{3}i$ 12) 1

13) -21 14) $2+\sqrt{11}$

10 **답** 1) $3-2i$ 2) $2+3i$ 3) -7 4) $-10i$

5) $3-8i$ 6) 0 7) $2-\sqrt{3}$ 8) $-(\sqrt{2}+1)i$

11 **답** $a-bi, \bar{z}$

12 **답** 1) $1+5i$ 2) $5+i$ 3) $13-2i$ 4) -8

5) $-5-3i$ 6) $2+2i$ 7) $-7-5i$ 8) $-5-8i$

1) $(-1+2i) + (2+3i) = (\boxed{-1} + 2) + (\boxed{2} + 3)i$
 $= \boxed{1} + \boxed{5}i$

2) $(3+2i) + (2-i) = (3+2) + (2-1)i = 5+i$

3) $(8-3i) + (5+i) = (8+5) + (-3+1)i = 13-2i$

4) $(-i-4) + (-4+i) = -8$

5) $(7i+7) + (-10i-12) = -5-3i$

6) $(-3i+8) + (5i-6) = 2+2i$

7) $(-5-4i) + (-2-i) = -7-5i$

8) $(-1-i) + (-4-7i) = -5-8i$

13 **답** 1) $-2+i$ 2) $3-2i$ 3) $4+3i$

4) -9 5) $-11-6i$ 6) $2+6i$

1) $(1+2i) - (3+i) = 1+2i-3-i$
 $= (\boxed{1}-3) + (\boxed{2}-1)i$
 $= \boxed{-2} + i$

2) $(2+4i) - (6i-1) = 2+4i-6i+1 = 3-2i$

3) $(1+5i) - (2i-3) = 1+5i-2i+3 = 4+3i$

4) $(-3-4i) - (6-4i) = -3-4i-6+4i = -9$

5) $(-8-i) - (5i+3) = -8-i-5i-3 = -11-6i$

6) $(-3+4i) - (-2i-5) = -3+4i+2i+5 = 2+6i$

14 ㉞ (1) $a+c, b+d$ (2) $a-c, b-d$

15 ㉞ 1) $5+i$ 2) $16-2i$ 3) $1+3i$ 4) $12-i$
 5) $4+3i$ 6) $-5-i$ 7) 2 8) -10
 9) -2 10) $-5-12i$

1) $(2+3i)(1-i)$
 $= \{2 \times \boxed{1} - \boxed{3} \times (-1)\} + \{2 \times (-1) + 3 \times 1\}i$
 $= \boxed{5} + i$
 2) $(2+3i)(2-4i) = (4+12) + (-8+6)i = 16-2i$
 3) $(1+i)(2+i) = (2-1) + (2+1)i = 1+3i$
 4) $(2-5i)(1+2i) = (2+10) + (-5+4)i = 12-i$
 5) $(1+2i)(2-i) = (2+2) + (4-1)i = 4+3i$
 6) $(-2-3i)(1-i) = (-2-3) + (-3+2)i = -5-i$
 7) $(1+i)(1-i) = (1+1) + (1-1)i = 2$
 8) $(-3-i)(3-i) = (-9-1) + (3-3)i = -10$
 9) $(-\sqrt{2}i)^2 = (-\sqrt{2})^2 i^2 = -2$
 10) $(2-3i)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3i + (3i)^2$
 $= 4 - 12i - 9 = -5 - 12i$

16 ㉞ $ac-bd, ad+bc$

17 ㉞ 1) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ 2) $-\frac{7}{25} - \frac{26}{25}i$ 3) i
 4) $-\frac{36}{17} + \frac{9}{17}i$ 5) $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$

1) $\frac{1}{2-i} = \frac{2+i}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i}{\boxed{5}} = \frac{2}{\boxed{5}} + \frac{1}{\boxed{5}}i$
 2) $\frac{2-5i}{4+3i} = \frac{(2-5i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{(8-15) + (-20-6)i}{16+9}$
 $= \frac{\boxed{-7} - 26i}{25} = \frac{\boxed{-7}}{25} - \frac{26}{25}i$
 3) $\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$
 4) $\frac{9i}{1-4i} = \frac{9i(1+\boxed{4i})}{(1-4i)(1+\boxed{4i})} = \frac{9i + (\boxed{-36})}{17}$
 $= \frac{\boxed{-36}}{17} + \frac{9}{17}i$
 5) $\frac{3i}{2+i} = \frac{3i(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{6i+3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$

18 ㉞ 1) $16-13i$ 2) $-3-4i$ 3) 1 4) $10+5i$

1) $3i - \{-2i + 2(9i-8)\} = 3i - (16i-16) = 16-13i$
 2) $(4+2i) \times (1-2i) \div 2i$
 $= \frac{(4+2i)(1-2i)}{2i} = \frac{8-6i}{2i}$
 $= \frac{(8-6i) \cdot i}{2i \cdot i} = \frac{8i+6}{-2} = -4i-3 = -3-4i$

3) $\frac{2}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} = \frac{2(1+i) + (1-i)^2}{(1-i)(1+i)}$
 $= \frac{2+2i+1-2i-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

4) $(3+2i)(2-i) - \frac{6-8i}{1+2i} = (8+i) - \frac{(6-8i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$
 $= (8+i) - \frac{-10-20i}{5}$
 $= 8+i + (2+4i) = 10+5i$

19 ㉞ 1) 2 2) $-2i$ 3) $2i$ 4) $\frac{1+i}{2}$

5) $\frac{-1+i}{2}$ 6) 1 7) $-2-2i$

1) $a+b = (1-i) + (1+i) = 2$

2) $a^2 = (1-i)^2 = 1^2 - 2i + i^2 = -2i$

3) $b^2 = (1+i)^2 = 1^2 + 2i + i^2 = 2i$

4) $\frac{1}{a} = \frac{1}{1-i} = \frac{1+i}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i}{2}$

5) $-\frac{1}{b} = -\frac{1}{1+i} = \frac{-(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+i}{2}$

6) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{2}{(1+i)(1-i)} = \frac{2}{2} = 1$

7) $a^3 = (1-i)^3 = 1^3 - 3i + 3i^2 - i^3 = -2-2i$

20 ㉞ 1) $-2-i$ 2) -4 3) $3-4i$ 4) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i$

5) $\frac{-2+4i}{5}$ 6) $\frac{-1-2i}{2}$ 7) $-2+11i$

1) $a+b = -2i + (i-2) = -2-i$

2) $a^2 = (-2i)^2 = -4$

3) $b^2 = (i-2)^2 = i^2 - 4i + 4 = 3-4i$

4) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{-2-i}{-2i(i-2)}$
 $= \frac{2+i}{-2-4i} = \frac{(2+i)(-2+4i)}{(-2-4i)(-2+4i)}$
 $= \frac{-8+6i}{20} = -\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i$

5) $\frac{a}{b} = \frac{-2i}{i-2} = \frac{-2i(i+2)}{(i-2)(i+2)} = \frac{2-4i}{-5} = \frac{-2+4i}{5}$

6) $\frac{b}{a} = \frac{i-2}{-2i} = \frac{(i-2) \times i}{-2i \times i} = \frac{-1-2i}{2}$

7) $b^3 = (i-2)^3 = i^3 - 3 \cdot i^2 \cdot 2 + 3 \cdot i \cdot 2^2 - 2^3$
 $= -i + 6 + 12i - 8 = -2 + 11i$

21 ㉞ 1) 8 2) -2

1) 주어진 식을 전개하여 정리하면

$$(4+2i)(a-4i) = 4a - 16i + 2ai + 8$$

$$= (4a+8) + (-16+2a)i$$

실수가 되려면 (허수부분) = 0이어야 하므로

$$-16+2a = \boxed{0} \Leftrightarrow 2a = 16 \quad \therefore a = \boxed{8}$$

2) 순허수가 되려면 (실수부분) = 0이어야 하므로

$$4a+8 = \boxed{0} \Leftrightarrow 4a = -8 \quad \therefore a = \boxed{-2}$$

22 ㉠ 1) 2) -6

$a(1+i)+2(3-i)=(a+6)+(a-2)i$ 이므로

1) $a-2=0 \quad \therefore a=2$

2) $a+6=0 \quad \therefore a=-6$

23 ㉠ 1) $-\frac{2}{3}$ 2) $\frac{3}{8}$

$-(1-2ai)(3-4i)=8a-3+(6a+4)i$ 이므로

1) $6a+4=0 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

2) $8a-3=0 \quad \therefore a=\frac{3}{8}$

24 ㉠ 1) $1-i$ 2) $2i$ 3) $-2i$ 4) i

1) $z=1+i$ 이므로 $\bar{z}=1-i$ 이다.

2) $z-\bar{z}=(1+i)-(1-i)=(1-1)+(i+i)=2i$

3) $\bar{z}^2=(1-i)^2=1^2-2i+i^2=1-2i-1=-2i$

4) $\frac{z}{\bar{z}}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{(1+i)^2}{1^2-i^2}=\frac{2i}{2}=i$

25 ㉠ 1) 4 2) 5 3) 6

1) $z+\bar{z}=(2+i)+(2-i)=4$

2) $z\bar{z}=(2+i)(2-i)=4-i^2=5$

3) $z^2+\bar{z}^2=(2+i)^2+(2-i)^2=3+4i+3-4i=6$

26 ㉠ 1) $1-2i$ 2) 2 3) $4i$ 4) 5 5) $\frac{-3+4i}{5}$ 6) -6

1) $z=1+2i$ 이므로 $\bar{z}=1-2i$ 이다.

2) $z+\bar{z}=(1+2i)+(1-2i)=2$

3) $z-\bar{z}=(1+2i)-(1-2i)=4i$

4) $z\bar{z}=(1+2i)(1-2i)=5$

5) $\frac{z}{\bar{z}}=\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{(1+2i)^2}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{-3+4i}{5}$

6) $z^2+\bar{z}^2=(1+2i)^2+(1-2i)^2$
 $=(-3+4i)+(-3-4i)=-6$

27 ㉠ 1) 10 2) 25 3) 34

1) $\alpha+\beta=(1+2i)+(2-i)=3+i,$

$\overline{\alpha+\beta}=3-i$

$\therefore (\alpha+\beta)(\overline{\alpha+\beta})=(3+i)(3-i)=10$

2) $\alpha+\beta=(3-i)+(2+i)=5,$

$\overline{\alpha+\beta}=5$

$\therefore (\alpha+\beta)(\overline{\alpha+\beta})=5 \cdot 5=25$

3) $\alpha+\beta=(2+2i)+(3+i)=5+3i,$

$\overline{\alpha+\beta}=5-3i$

$\therefore (\alpha+\beta)(\overline{\alpha+\beta})=(5+3i)(5-3i)$
 $=25+9=34$

28 ㉠ 1) $x=-7, y=2$ 2) $x=-2, y=5$

3) $x=2, y=1$ 4) $x=0, y=2$

1) $(x+6y)+i(x-2y)=5-11i$

$$\begin{cases} x+6y=5 \\ x-2y=-11 \end{cases}$$

$\therefore x=\boxed{-7}, y=\boxed{2}$

2) $(x+2y)+i(2x+y)=8+i$

$$\begin{cases} x+2y=8 \\ 2x+y=1 \end{cases}$$

$\therefore x=\boxed{-2}, y=\boxed{5}$

3) $(2+i)^2=4+4i+i^2=3+4i$

$(2-i)^2=4-4i+i^2=3-4i$

$\therefore (2+i)^2x+(2-i)^2y$
 $= (3+4i)x+(3-4i)y$
 $= (3x+3y)+(4x-4y)i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3x+3y=\boxed{9}, 4x-4y=4$

$\therefore x+y=\boxed{3}, x-y=1$

두 식을 연립하여 풀면 $x=\boxed{2}, y=\boxed{1}$

4) $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1+i}=\frac{x(1+i)+y(1-i)}{(1-i)(1+i)}$
 $=\frac{(x+y)+(x-y)i}{2}$
 $=\frac{x+y}{2}+\frac{x-y}{2}i=1-i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$\frac{x+y}{2}=1, \frac{x-y}{2}=-1$

$\therefore x+y=2, x-y=-2$

두 식을 연립하여 풀면

$x=0, y=2$

29 ㉠ $c-di, c-di, c^2+d^2, c^2+d^2, c+di$

30 ㉠ 1) -1 2) -i 3) i 4) -i 5) 1

6) 2 7) -i-1 8) 0 9) 0

3) $i^9=i^{8+1}=(i^4)^2 \cdot i=\boxed{i}$

4) $(-i)^5=-i^5=-i^4 \cdot i=-i$

5) $i^{100}=(i^4)^{25}=1$

6) $i^{100}+i^{200}=(i^4)^{25}+(i^4)^{50}=1+1=2$

7) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}=\frac{i+1}{i^2}=-i-1$

8) $\frac{1}{i}+i^2+\frac{1}{i^3}+i^4=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$

9) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$

- 31 ㉠ 1) i 2) -1 3) i 4) -1 5) 1
6) $-i$ 7) -1 8) i 9) -1 10) -1

1) $\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$

2) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 = i^2 = -1$

3) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5 = i^5 = i$

4) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{10} = i^{10} = (i^4)^2 \cdot i^2 = -1$

5) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1000} = i^{1000} = (i^4)^{250} = 1$

6) $\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$

7) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 = (-i)^2 = -1$

8) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = (-i)^3 = -i^3 = -(-i) = i$

9) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10} = (-i)^{10} = i^{10} = (i^4)^2 \cdot i^2 = -1$

10) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1002} = (-i)^{1002} = (i^4)^{250} \cdot i^2 = -1$

- 32 ㉠ 1, i , -1 , $-i$

- 33 ㉠ 1) $\pm i$ 2) $\pm\sqrt{3}i$ 3) $\pm 2\sqrt{2}i$ 4) $\pm 3i$
5) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 6) $\pm\frac{\sqrt{6}}{3}i$

3) $\pm\sqrt{8}i = \pm 2\sqrt{2}i$

4) $\pm\sqrt{9}i = \pm 3i$

5) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}i = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$

6) $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}i = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}i$

- 34 ㉠ 1) $x = \pm\sqrt{2}$ 2) $x = \pm\sqrt{2}i$ 3) $x = \pm\sqrt{3}i$
4) $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 5) $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 6) $x = \pm 3\sqrt{3}i$

6) $x^2 = -27 \Rightarrow x = \pm\sqrt{27}i \quad \therefore x = \pm 3\sqrt{3}i$

- 35 ㉠ 1) $3\sqrt{2}i$ 2) $6i$

1) $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + \sqrt{2^3}i = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i$
 $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2})i = \boxed{3\sqrt{2}i}$

2) $\sqrt{-16} + \sqrt{-4} = 4i + 2i = 6i$

- 36 ㉠ 1) $-3i$ 2) $-5\sqrt{2}i$

1) $\sqrt{-4} - \sqrt{-25} = 2i - 5i = -3i$

2) $3\sqrt{-2} - 4\sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i - 8\sqrt{2}i = -5\sqrt{2}i$

- 37 ㉠ \sqrt{ai} , $\pm\sqrt{ai}$

- 38 ㉠ 1) $\sqrt{6}i$ 2) $4i$ 3) $9i$ 4) $-\sqrt{6}$
5) -4 6) $-\sqrt{15}$

1) $\sqrt{-2}\sqrt{3} = \sqrt{2i} \times \sqrt{3} = \boxed{\sqrt{6}i}$

2) $\sqrt{-2}\sqrt{8} = \sqrt{2i} \times 2\sqrt{2} = 4i$

3) $\sqrt{27}\sqrt{-3} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}i = 9i$

4) $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{2i} \times \sqrt{3i} = \boxed{-\sqrt{6}}$

5) $\sqrt{-2}\sqrt{-8} = \sqrt{2i} \times 2\sqrt{2}i = -4$

6) $\sqrt{-5}\sqrt{-3} = \sqrt{5i} \times \sqrt{3i} = -\sqrt{15}$

- 39 ㉠ 1) $\sqrt{3}i$ 2) $\frac{\sqrt{21}}{7}i$ 3) $\frac{i}{2}$ 4) $-2i$ 5) $-\frac{\sqrt{5}}{2}i$
6) $\sqrt{3}$ 7) 2 8) $\frac{\sqrt{21}}{7}$

1) $\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}i$

2) $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}i$

3) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}i}{2\sqrt{2}} = \frac{i}{2}$

4) $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = \frac{2}{i} = \frac{2i}{i^2} = -2i$

5) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{5}}{2i} = \frac{\sqrt{5}i}{2i^2} = -\frac{\sqrt{5}}{2}i$

6) $\frac{\sqrt{-12}}{\sqrt{-4}} = \frac{2\sqrt{3}i}{2i} = \sqrt{3}$

7) $\frac{\sqrt{-12}}{\sqrt{-3}} = \frac{2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i} = 2$

8) $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-7}} = \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{7}i} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

- 40 ㉠ 1) $3\sqrt{2}i$ 2) $-2i$ 3) $-15 - \frac{3}{5}i$
4) $-2 + 2i$ 5) $-\frac{2}{3}$

1) $\sqrt{-2} + \sqrt{-32} - \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i - 2\sqrt{2}i$
 $= (1+4-2)\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

2) $\frac{2-2\sqrt{-1}}{1+\sqrt{-1}} = \frac{2-2i}{1+i} = \frac{2(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}$
 $= \frac{2(1-i)^2}{2} = -2i$

3) $\sqrt{-9}\sqrt{-25} + \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{-25}} = 3i \cdot 5i + \frac{3}{5i} = -15 - \frac{3}{5}i$

4) $\sqrt{8}\sqrt{-2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}$
 $= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i \cdot \sqrt{2}i + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}i} + \frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}i}$
 $= 4i - 4 - 2i + 2 = -2 + 2i$

5) $\frac{1-\sqrt{-2}}{1+\sqrt{-2}} + \frac{1+\sqrt{-2}}{1-\sqrt{-2}} = \frac{1-\sqrt{2}i}{1+\sqrt{2}i} + \frac{1+\sqrt{2}i}{1-\sqrt{2}i}$
 $= \frac{(1-\sqrt{2}i)^2 + (1+\sqrt{2}i)^2}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)}$
 $= \frac{1-2\sqrt{2}i-2+1+2\sqrt{2}i-2}{3}$
 $= -\frac{2}{3}$

41 [답] 1) $1-i$ 2) $1+2i$ 3) $-16-7i$

$z=a+bi$ (단, a, b 는 실수)라고 두면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

1) $(1+i)z+i\bar{z}=1+i$ 에서

$$(1+i)(a+bi)+i(a-bi)=1+i$$

$$a-b+(a+b)i+ai+b=1+i$$

$$a+(2a+b)i=1+i \text{ 이므로}$$

$$a=1, 2a+b=1 \quad \therefore a=\boxed{1}, b=\boxed{-1}$$

따라서 $z=a+bi=\boxed{1-i}$ 이다.

2) $(1+i)(a+bi)-3(a-bi)=-4+9i$

$$a-b+(a+b)i-3a+3bi=-4+9i$$

$$(-2a-b)+(a+4b)i=-4+9i$$

$$-2a-b=-4, a+4b=9 \quad \therefore a=1, b=2$$

따라서 $z=a+bi=1+2i$ 이다.

3) $(1-i)(a-bi)+i(a+bi)=-2+7i$

$$a-b-(a+b)i+ai-b=-2+7i$$

$$(a-2b)-bi=-2+7i$$

$$a-2b=-2, -b=7 \quad \therefore a=-16, b=-7$$

따라서 $z=a+bi=-16-7i$ 이다.

42 [답] (1) $-\sqrt{ab}$ (2) $-\sqrt{\frac{a}{b}}$

43 [답] 1) $x=0$ 2) $x=\frac{9}{4}$ 3) $x=-1$ 4) $x=-4$

5) 해는 모든 실수 6) 해는 모든 실수, $x=0$

7) 해는 없다, $x=\frac{3+3a}{a-1}$ 8) 해는 없다, $x=\frac{-a-6}{a-1}$

9) 해는 없다, $x=\frac{6a}{a+9}$ 10) 해는 없다, $x=\frac{5a+1}{-2a-1}$

1) $3x=0 \quad \therefore x=0$

2) $4x-1=8 \Rightarrow 4x=9 \quad \therefore x=\frac{9}{4}$

3) $5x+2=3x \Rightarrow 5x-3x=-2 \Rightarrow 2x=-2$
 $\therefore x=-1$

4) $\frac{x+1}{3}=\frac{x}{4} \Rightarrow 4(x+1)=3x \Rightarrow 4x+4=3x$
 $\therefore x=-4$

5) $x+2=3x-2(x-1) \Rightarrow x+2=x+2$
 $0 \cdot x=0 \quad \therefore$ 해는 모든 실수

6) $ax=0$
 (i) $a \neq 0$ 일 때, $x=0$
 (ii) $a=0$ 일 때, $0 \cdot x=0 \quad \therefore$ 해는 모든 실수

7) $a(x-3)=x+3 \Rightarrow ax-3a=x+3$
 $\Rightarrow (a-1)x=3+3a$

(i) $a \neq 1$ 일 때, $x=\frac{3+3a}{a-1}$

(ii) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=6 \quad \therefore$ 해는 없다.

8) $a(x+1)=x-6 \Rightarrow (a-1)x=-a-6$

(i) $a \neq 1$ 일 때, $x=\frac{-a-6}{a-1}$

(ii) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=-7 \quad \therefore$ 해는 없다.

9) $3x(3+a)-a(2x+2)=4a \Rightarrow (9+a)x=6a$

(i) $a \neq -9$ 일 때, $x=\frac{6a}{a+9}$

(ii) $a=-9$ 일 때, $0 \cdot x=-54 \quad \therefore$ 해는 없다.

10) $-2x(1-a)-x(4a-1)=5a+1$

$$\Rightarrow (-2a-1)x=5a+1$$

(i) $a \neq -\frac{1}{2}$ 일 때, $x=\frac{5a+1}{-2a-1}$

(ii) $a=-\frac{1}{2}$ 일 때, $0 \cdot x=-\frac{3}{2} \quad \therefore$ 해는 없다.

44 [답] 방정식, 해(근)

45 [답] 1) $x=4$ 또는 $x=-5$ 2) $x=2$ 또는 $x=8$

3) $x=2$ (중근) 4) $x=-7$ 또는 $x=6$

5) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

1) $x^2+x-20=0 \Rightarrow (x-4)(x+5)=0$
 $\therefore x=4$ 또는 $x=-5$

2) $x^2-10x+16=0 \Rightarrow (x-2)(x-8)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=8$

3) $x^2-4x+4=0 \Rightarrow (x-2)^2=0$
 $\therefore x=2$ (중근)

4) $x^2+x-42=0 \Rightarrow (x+7)(x-6)=0$
 $\therefore x=-7$ 또는 $x=6$

5) $2x^2-x-1=0 \Rightarrow (2x+1)(x-1)=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

46 [답] 1) $x=\pm 2$ 2) $x=\pm \frac{2}{3}$

3) $x=-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $x=1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}i$

1) $x^2-4=0$
 상수항을 이항하면 $x^2=4 \quad \therefore x=\pm \boxed{2}$

2) $9x^2-4=0, 9x^2=4, x^2=\frac{4}{9} \quad \therefore x=\pm \frac{2}{3}$

3) $x^2+x+1=0$ 에서 $x^2+x=-1$

양변에 $\boxed{\frac{1}{4}}$ 을 더하면

$$x^2+x+\frac{1}{4}=-1+\frac{1}{4}, \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{3}{4}$$

$$x+\frac{1}{2}=\boxed{\pm \frac{\sqrt{3}}{2}i} \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \pm \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

4) $2x^2 - 4x + 5 = 0$
 $x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0, x^2 - 2x = -\frac{5}{2}$
 $(x-1)^2 = -\frac{3}{2}, x-1 = \pm\sqrt{\frac{6}{2}}i \quad \therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}i$

47 [답] 1) $x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$ 2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}i}{6}$
 1) $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$
 2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{1 \pm \sqrt{11}i}{6}$

48 [답] 1) $x = -1 \pm \sqrt{3}i$ 2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$
 1) $x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$
 2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 2 \times (-1)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

49 [답] 1) $x=2$ 2) $x=\frac{5}{2}$ 3) $x=1$
 1) 방정식 $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 이므로
 $(-1)^2 - m \cdot (-1) + 2m - 4 = 0$
 $3m = \boxed{3} \quad \therefore m = \boxed{1}$
 $m = \boxed{1}$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = \boxed{2}$
 따라서 다른 한 근은 $x = \boxed{2}$ 이다.
 2) $x = -1$ 을 대입하면
 $2 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -3$
 $m = -3$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면
 $2x^2 - 3x - 5 = 0, (2x-5)(x+1) = 0$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$
 따라서 다른 한 근은 $x = \frac{5}{2}$ 이다.
 3) $x=2$ 를 대입하면
 $m \cdot 2^2 + (1-2m) \cdot 2 + m^2 + 2m - 1 = 0$
 $m^2 + 2m + 1 = 0$
 $(m+1)^2 = 0 \quad \therefore m = -1$
 $m = -1$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $-x^2 + 3x - 2 = 0, x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x-1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$
 따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

50 [답] (1) $\frac{b}{a}, \frac{d}{c}$ (2) $p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$
 (3) $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (4) $\frac{-b' \pm \sqrt{(b')^2 - ac}}{a}$

51 [답] 1) $x = -1$ 또는 $x = 1$ 2) $x = \pm 1$ 또는 $x = \pm 3$
 3) $x = \pm 5$ 4) $x = 0$ 또는 $x = \pm 3$
 5) $x = 0$ 또는 $x = \pm 4$ 6) $x = \pm \frac{1}{2}$ 또는 $x = \pm 3$

1) [방법 1] $x^2 = |x|^2$ 이므로 주어진 방정식은
 $|x|^2 + |x| - 2 = 0 \Leftrightarrow (|x|+2)(|x|-1) = 0$
 그런데 $|x| \geq 0$ 이므로 $|x| = \boxed{1}$ 이다.
 따라서 $x = \boxed{-1}$ 또는 $x = 1$

[방법 2] $x^2 + |x| - 2 = 0$ 에서
 (i) $x < 0$ 일 때
 $x^2 - x - 2 = 0, (x-2)(x+1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = \boxed{-1}$
 그런데 $x < 0$ 이므로 $x = \boxed{-1}$ 이다.

(ii) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $(x+2)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 1$
 그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = \boxed{1}$ 이다.

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는
 $x = \boxed{-1}$ 또는 $x = 1$

2) $x^2 - 4|x| + 3 = 0$ 에서 $x^2 = |x|^2$ 이므로
 $|x|^2 - 4|x| + 3 = 0 \Leftrightarrow (|x|-1)(|x|-3) = 0$
 $|x| = 1$ 또는 $|x| = 3$
 $\therefore x = \pm 1$ 또는 $x = \pm 3$

3) $x^2 - 2|x| - 15 = 0$ 에서 $x^2 = |x|^2$ 이므로
 $|x|^2 - 2|x| - 15 = 0$
 $(|x|-5)(|x|+3) = 0$
 $|x| = 5$ ($\because |x| \geq 0$)
 $\therefore x = \pm 5$

4) $x^2 - 3|x| = 0$ 에서 $x^2 = |x|^2$ 이므로
 $|x|^2 - 3|x| = 0 \Leftrightarrow |x|(|x|-3) = 0$
 $|x| = 0$ 또는 $|x| = 3$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = \pm 3$

5) $x^2 - 4|x| = 0$ 에서 $x^2 = |x|^2$ 이므로
 $|x|^2 - 4|x| = 0 \Leftrightarrow |x|(|x|-4) = 0$
 $|x| = 0$ 또는 $|x| = 4$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = \pm 4$

6) $2x^2 - 7|x| + 3 = 0$ 에서 $x^2 = |x|^2$ 이므로
 $2|x|^2 - 7|x| + 3 = 0$
 $(2|x|-1)(|x|-3) = 0$
 $|x| = \frac{1}{2}$ 또는 $|x| = 3$
 $\therefore x = \pm \frac{1}{2}$ 또는 $x = \pm 3$

52 [답] $|x|^2, |x|, -x$

- 53 [답] 1) 12 2) $x=1\pm\sqrt{3}$ 3) 서로 다른 두 실근
 $x^2-2x-2=0$ 에서 $a=1, b=-2, c=-2$ 이므로
 1) $b^2-4ac=(-2)^2-4\times 1\times (-2)=12$

- 54 [답] 1) 0 2) $x=1$ 3) 실근
 $x^2-2x+1=0$ 에서 $a=1, b=-2, c=1$ 이므로
 1) $b^2-4ac=(-2)^2-4=0$
 2) $x^2-2x+1=(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$

- 55 [답] 1) -8 2) $x=2\pm\sqrt{2}i$ 3) 서로 다른 두 허근
 $x^2-4x+6=0$ 에서 $a=1, b=-4, c=6$ 이므로
 1) $b^2-4ac=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 6=-8$
 2) $x=2\pm\sqrt{4-6}=2\pm\sqrt{2}i$

- 56 [답] 1) 서로 다른 두 실근 2) 서로 다른 두 실근
 3) 서로 다른 두 실근 4) 서로 다른 두 실근
 5) 서로 다른 두 실근 6) 서로 다른 두 실근

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

- 1) $x^2-5x+2=0$ 에서
 $D=(-5)^2-4\times 1\times 2=17 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근
 2) $x^2-4x-1=0$ 에서
 $D=(-4)^2-4\times 1\times (-1)=20 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근
 3) $x^2-4x+2=0$ 에서
 $D=(-4)^2-4\times 1\times 2=8 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근
 4) $3x^2+x-2=0$ 에서
 $D=1^2-4\times 3\times (-2)=25 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근
 5) $3x^2+5x-2=0$ 에서
 $D=5^2-4\times 3\times (-2)=49 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근
 6) $(x-2)(x-6)=5, x^2-8x+7=0$
 $D=(-8)^2-4\times 1\times 7=36 > 0$
 \therefore 서로 다른 두 실근

- 57 [답] 1) 중근 2) 중근 3) 중근 4) 중근
 5) 중근 6) 중근 7) 중근

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

- 1) $x^2-4x+4=0$ 에서
 $D=(-4)^2-4\times 1\times 4=0 \quad \therefore$ 중근
 2) $x^2+10x+25=0$ 에서
 $D=10^2-4\times 1\times 25=0 \quad \therefore$ 중근

- 3) $4x^2-4x+1=0$ 에서
 $D=(-4)^2-4\times 4\times 1=0 \quad \therefore$ 중근

- 4) $9x^2+6x+1=0$ 에서
 $D=6^2-4\times 9\times 1=0 \quad \therefore$ 중근

- 5) $9x^2-6x+1=0$ 에서
 $D=(-6)^2-4\times 9\times 1=0 \quad \therefore$ 중근

- 6) $4x^2-12x+9=0$ 에서
 $D=(-12)^2-4\times 4\times 9=0 \quad \therefore$ 중근

- 7) $2x^2+2\sqrt{6}x+3=0$ 에서
 $D=(2\sqrt{6})^2-4\times 2\times 3=0 \quad \therefore$ 중근

- 58 [답] 1) 서로 다른 두 허근 2) 서로 다른 두 허근
 3) 서로 다른 두 허근 4) 서로 다른 두 허근
 5) 서로 다른 두 허근 6) 서로 다른 두 허근
 7) 서로 다른 두 허근

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

- 1) $2x^2-x+3=0$ 에서
 $D=(-1)^2-4\times 2\times 3=-23 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 2) $x^2-x+1=0$ 에서
 $D=(-1)^2-4\times 1\times 1=-3 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 3) $x^2+x+1=0$ 에서
 $D=1^2-4\times 1\times 1=-3 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 4) $x^2+9=0$ 에서
 $D=0^2-4\times 1\times 9=-36 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 5) $3x^2-6x+4=0$ 에서
 $D=(-6)^2-4\times 3\times 4=-12 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 6) $2x^2-3x+2=0$ 에서
 $D=(-3)^2-4\times 2\times 2=-7 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근
 7) $x^2-4x+5=0$ 에서
 $D=(-4)^2-4\times 1\times 5=-4 < 0$
 \therefore 서로 다른 두 허근

- 59 [답] 1) $k > -\frac{9}{4}$ 2) $k < 4$ 3) $k < 63$

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

- 1) $x^2+3x-k=0$ 에서
 $D=3^2-4\times 1\times (-k)=9+4k > 0$
 $\therefore k > -\frac{9}{4}$

2) $x^2 - 4x + k = 0$ 에서
 $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k > 0 \quad \therefore k < 4$

3) $x^2 + 16x + k + 1 = 0$ 에서
 $D = 16^2 - 4 \times 1 \times (k + 1)$
 $= 256 - 4k - 4 = -4k + 252 > 0$
 $\therefore k < 63$

60 [답] 1) $k \leq \frac{13}{4}$ 2) $k < 0$ 또는 $0 < k \leq 2$

1) $x^2 - 3x + (k - 1) = 0$ 에서
 $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (k - 1) = -4k + 13 \geq 0$
 $\therefore k \leq \frac{13}{4}$

2) $kx^2 + 8x + 8 = 0$ 에서
 $D = 8^2 - 4 \times k \times 8 = 64 - 32k \geq 0 \quad \therefore k \leq 2$
 이때, $k \neq 0$ 이어야 하므로 $k < 0$ 또는 $0 < k \leq 2$

61 [답] 1) $k < -\frac{9}{4}$ 2) $k > \frac{25}{8}$ 3) $k > \frac{1}{4}$
 4) $k > \frac{1}{12}$ 5) $k > 3$

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

1) $x^2 + 3x - k = 0$ 에서
 $D = 3^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 9 + 4k < 0$
 $\therefore k < \boxed{-\frac{9}{4}}$

2) $x^2 - 5x + 2k = 0$ 에서
 $D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 2k = 25 - 8k < 0$
 $\therefore k > \frac{25}{8}$

3) $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$ 에서
 $D = (2k - 1)^2 - 4 \times 1 \times k^2 = -4k + 1 < 0$
 $\therefore k > \frac{1}{4}$

4) $3x^2 + x + k = 0$ 에서
 $D = 1^2 - 4 \times 3 \times k = 1 - 12k < 0$
 $\therefore k > \frac{1}{12}$

5) $kx^2 + 6x + 3 = 0$ 에서
 $D = 6^2 - 4 \times k \times 3 = 36 - 12k < 0 \quad \therefore k > 3$

62 [답] 1) $k = -\frac{9}{4}, x = -\frac{3}{2}$ 2) $k = \frac{1}{4}, x = -2$

3) $k = 6, x = -3$ 4) $k = \frac{1}{4}, x = -\frac{1}{4}$

5) $k = 2, x = 1$

6) $k = -1$ 일 때, $x = 0$, $k = 3$ 일 때, $x = -2$

7) $k = 0$ 일 때, $x = 0$, $k = 8$ 일 때, $x = 4$

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

1) $x^2 + 3x - k = 0$ 에서
 $D = 3^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{4}$

$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{3}{2}$

2) $kx^2 + x + 1 = 0$ 에서
 $D = 1^2 - 4 \times k \times 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0 \quad \therefore x = -2$

3) $x^2 + 6x + 2k - 3 = 0$ 에서
 $D = 6^2 - 4(2k - 3) = 48 - 8k = 0 \quad \therefore k = 6$
 $x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 0 \quad \therefore x = -3$

4) $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$ 에서
 $D = (2k - 1)^2 - 4k^2 = -4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$
 $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{4}$

5) $x^2 - kx + (k - 1) = 0$ 에서
 $D = (-k)^2 - 4(k - 1) = (k - 2)^2 = 0 \quad \therefore k = 2$
 $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1$

6) 판별식 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $x^2 + (k + 1)x + k + 1 = 0$ 에서
 $D = (k + 1)^2 - 4(k + 1) = (k + 1)(k - 3) = 0$
 따라서 중근을 갖도록 하는 k 의 값은
 $k = \boxed{-1}$ 또는 $k = 3$

(i) $k = \boxed{-1}$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $x^2 = 0 \quad \therefore x = 0$

(ii) $k = 3$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $x^2 + 4x + 4 = 0, (x + 2)^2 = 0 \quad \therefore x = \boxed{-2}$

따라서
 $k = \boxed{-1}$ 일 때, $x = 0$
 $k = 3$ 일 때, $x = \boxed{-2}$

7) 판별식 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $x^2 - kx + 2k = 0$ 에서
 $D = (-k)^2 - 4 \times 1 \times 2k = k(k - 8) = 0$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 8$

(i) $k = 0$ 일 때, $x^2 = 0 \quad \therefore x = \boxed{0}$

(ii) $k = 8$ 일 때, $x^2 - 8x + 16 = 0$
 $(x - 4)^2 = 0 \quad \therefore x = \boxed{4}$

따라서
 $k = 0$ 일 때, $x = \boxed{0}$
 $k = 8$ 일 때, $x = \boxed{4}$

63 [답] $b^2 - 4ac$ (1) 실근 (2) 중근 (3) 허근

64 [답] 1) 2 2) -2 3) $-\frac{9}{4}$ 4) 4

5) $-\frac{25}{16}$ 6) ± 4 7) 4

(이차식)=0의 판별식을 D 라고 하면

1) $ax^2+4x+2=0$ 에서

$$\frac{D}{4}=2^2-a\cdot 2=\boxed{0} \quad \therefore a=\boxed{2}$$

2) $ax^2+4x-2=0$ 에서

$$\frac{D}{4}=2^2-a\cdot(-2)=4+2a=0 \quad \therefore a=-2$$

3) $ax^2+3x-1=0$ 에서

$$D=3^2-4\cdot a\cdot(-1)=9+4a=0 \quad \therefore a=-\frac{9}{4}$$

4) $ax^2+12x+9=0$ 에서

$$\frac{D}{4}=6^2-a\cdot 9=36-9a=0 \quad \therefore a=4$$

5) $ax^2+5x-4=0$ 에서

$$D=5^2-4\cdot a\cdot(-4)=25+16a=0 \quad \therefore a=-\frac{25}{16}$$

6) $ax^2-8x+a=0$ 에서

$$\frac{D}{4}=(-4)^2-a\cdot a=16-a^2=0 \quad \therefore a=\pm 4$$

7) $ax^2+4ax+3a+4=0$ 에서

$$\frac{D}{4}=(2a)^2-a\cdot(3a+4)=a^2-4a=a(a-4)=0$$

$$\therefore a=4 (\because a \neq 0)$$

65 [답] b^2-4ac

66 [답] 1) $x+4, x+6$ 2) $(x+4)(x+6)\text{cm}^2$

3) $2x^2\text{cm}^2$ 4) $x^2-10x-24=0$

5) 12cm

1) 처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면

직사각형의 가로 길이는 $(x+4)\text{cm}$,

세로의 길이는 $(x+6)\text{cm}$ 이다.

4) $(x+4)(x+6)=2x^2$

$$x^2+10x+24=2x^2 \quad \therefore x^2-10x-24=0$$

5) $x^2-10x-24=0 \Rightarrow (x-12)(x+2)=0$

$$\therefore x=12 (\because x > 0)$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 12cm 이다.

67 [답] 1) 가로의 길이: $(x+5)\text{cm}$,

세로의 길이: $(x-5)\text{cm}$

2) $(x+5)(x-5)\text{cm}^2$

3) $\frac{4}{5}x^2\text{cm}^2$ 4) $x^2-125=0$ 5) $5\sqrt{5}\text{cm}$

4) $(x+5)(x-5)=\frac{4}{5}x^2 \Rightarrow x^2-25=\frac{4}{5}x^2$

$$\frac{1}{5}x^2-25=0 \quad \therefore x^2-125=0$$

5) $x^2=125 \quad \therefore x=5\sqrt{5} (\because x > 0)$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 $5\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

68 [답] 1) $x, x+4$

2) $\frac{1}{2} \times (x+x+4) \times x\text{cm}^2$

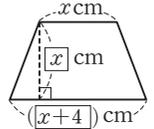
3) $x^2+2x-80=0$

4) 8cm

1) 사다리꼴의 윗변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고

하면 높이는 $x\text{cm}$, 아랫변의 길이는

$(x+4)\text{cm}$ 이다.



3) $80=\frac{1}{2} \times (x+x+4) \times x \Rightarrow 80=(x+2) \times x$

$$\therefore x^2+2x-80=0$$

4) $x^2+2x-80=0 \Rightarrow (x+10)(x-8)=0$

$$\therefore x=8 (\because x > 0)$$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 8cm 이다.

69 [답] 1) $2t, 10-t$

2) $(10+2t)(10-t)\text{cm}^2$

3) $t^2-5t=0$

4) 5초 후

1) 넓이가 100cm^2 가 되는 시각을 t 초 후라고 하면

가로의 길이는 $(10+2t)\text{cm}$,

세로의 길이는 $(10-t)\text{cm}$ 이다.

3) $(10+2t)(10-t)=100$

$$100+10t-2t^2=100$$

$$\therefore t^2-5t=0$$

4) $t^2-5t=0 \Rightarrow t(t-5)=0$

$$\therefore t=0 \text{ 또는 } t=5$$

따라서 직사각형의 넓이가 100cm^2 가 되는 것은 5초 후이다.

70 [답] (i) 구하는 값 (ii) 방정식 (iii) 방정식

71 [답] 1) $x=-2\pm\sqrt{2}$ 2) -4 3) 2

1) $x=-2\pm\sqrt{4-2}=-2\pm\sqrt{2}$

2) $\alpha+\beta=(-2+\sqrt{2})+(-2-\sqrt{2})=-4$

3) $\alpha\beta=(-2+\sqrt{2})(-2-\sqrt{2})=4-2=2$

72 [답] 1) $x=3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ 2) $\frac{5}{2}$ 3) $-\frac{3}{2}$

1) $(x-3)(2x+1)=0 \quad \therefore x=3 \text{ 또는 } x=-\frac{1}{2}$

2) $\alpha+\beta=3+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}$

3) $\alpha\beta=3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}$

73 ㉠ 1) $x = \frac{3 \pm i}{2}$ 2) 3 3) $\frac{5}{2}$

1) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9-10}}{2} = \frac{3 \pm i}{2}$

2) $\alpha + \beta = \left(\frac{3+i}{2}\right) + \left(\frac{3-i}{2}\right) = \frac{6}{2} = 3$

3) $\alpha\beta = \frac{3+i}{2} \times \frac{3-i}{2} = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

74 ㉠ 1) 3 2) -4

1) (두 근의 합) = 3

2) (두 근의 곱) = -4

75 ㉠ 1) -1 2) $\frac{1}{3}$

1) (두 근의 합) = $-\frac{3}{3} = -1$

2) (두 근의 곱) = $\frac{1}{3}$

76 ㉠ 1) 3 2) $\frac{5}{2}$

1) (두 근의 합) = $-\frac{-6}{2} = 3$

2) (두 근의 곱) = $\frac{5}{2}$

77 ㉠ 1) 0 2) 9

1) (두 근의 합) = 0

2) (두 근의 곱) = 9

78 ㉠ 1) $\frac{1}{3}$ 2) 0

1) (두 근의 합) = $\frac{1}{3}$

2) (두 근의 곱) = 0

79 ㉠ 1) 2 2) -3 3) 10 4) $-\frac{2}{3}$
5) 0 6) 16 7) $-\frac{10}{3}$ 8) 26

1) $\alpha + \beta = 2$

2) $\alpha\beta = -3$

3) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \cdot (-3) = 10$

4) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{2}{3}$

5) $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -3 + 2 + 1 = 0$

6) $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 16$

7) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = -\frac{10}{3}$

8) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= 2^3 - 3 \cdot (-3) \cdot 2 = 26$

80 ㉠ 1) 4 2) 5 3) 6 4) $\frac{4}{5}$

5) 10 6) -4 7) $\frac{6}{5}$ 8) 4

1) $\alpha + \beta = 4$

2) $\alpha\beta = 5$

3) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6$

4) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{4}{5}$

5) $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 5 + 4 + 1 = 10$

6) $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4^2 - 4 \cdot 5 = -4$

7) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{6}{5}$

8) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= 4^3 - 3 \cdot 5 \cdot 4 = 4$

81 ㉠ (1) $-\frac{b}{a}$ (2) $\frac{c}{a}$

82 ㉠ 1) -16 2) 18 3) 8 4) $\frac{8}{9}$

두 근의 비가 1 : 2이므로 두 근을 $k, 2k(k \neq 0)$ 로 놓으면
근과 계수의 관계에서

1) (i) $k + 2k = 12$ 이므로 $3k = 12$ $\therefore k = 4$

(ii) $k \cdot 2k = -2m$ 이므로 $m = -k^2 = -4^2 = -16$

2) (i) $k + 2k = 9$ $\therefore k = 3$

(ii) $k \cdot 2k = m \Rightarrow 3 \cdot 6 = m$ $\therefore m = 18$

3) (i) $k + 2k = 6$ $\therefore k = 2$

(ii) $k \cdot 2k = m \Rightarrow 2 \cdot 4 = m$ $\therefore m = 8$

4) (i) $k + 2k = 2$ $\therefore k = \frac{2}{3}$

(ii) $k \cdot 2k = m \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = m$ $\therefore m = \frac{8}{9}$

83 ㉠ -1

이차방정식의 두 근을 $k, 4k(k \neq 0)$ 라고 하면

(i) $k + 4k = 5(m - 1) \Rightarrow 5k = 5(m - 1)$

$\therefore k = m - 1 \dots\dots \text{㉠}$

(ii) $k \cdot 4k = -16m$ $\therefore k^2 = -4m \dots\dots \text{㉡}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$(m - 1)^2 = -4m \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = -4m$

$m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m + 1)^2 = 0$ $\therefore m = -1$

84 ㉠ 27

이차방정식의 두 근을 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

(i) $2k + 3k = \frac{15}{2}$ $\therefore k = \frac{3}{2} \dots\dots \text{㉠}$

(ii) $2k \cdot 3k = \frac{m}{2} \Rightarrow 6k^2 = \frac{m}{2}$ $\therefore k^2 = \frac{m}{12} \dots\dots \text{㉡}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{m}{12} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m}{12}$

$\therefore m = 27$

85 [답] 1, 4

이차방정식의 두 근을 $k, 2k(k \neq 0)$ 라고 하면

(i) $k+2k=m+2 \Rightarrow 3k=m+2 \therefore k=\frac{m+2}{3} \dots\dots \textcircled{1}$

(ii) $k \cdot 2k=2m \therefore k^2=m \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\left(\frac{m+2}{3}\right)^2=m \Rightarrow m^2-5m+4=0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-4)=0$$

$$\therefore m=1 \text{ 또는 } m=4$$

86 [답] -5, 7

두 근의 차가 2이므로 두 근을 $p, p+2$ 라고 하면

근과 계수의 관계로부터

(i) $p+(p+2)=\boxed{m-1} \therefore m=2p+3 \dots\dots \textcircled{1}$

(ii) $p \cdot (p+2)=\boxed{8} \Rightarrow p^2+2p-8=0$

$$(p+4)(p-2)=0 \therefore p=\boxed{-4} \text{ 또는 } p=2$$

이것을 각각 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $m=\boxed{-5}$ 또는 $m=7$

87 [답] -3, 7

두 근의 차가 1이므로 두 근을 $p, p+1$ 이라고 하면

(i) $p+(p+1)=m-2 \therefore m=2p+3 \dots\dots \textcircled{1}$

(ii) $p \cdot (p+1)=6 \Rightarrow p^2+p-6=0 \Rightarrow (p+3)(p-2)=0$

$$\therefore p=-3 \text{ 또는 } p=2$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면 $m=-3$ 또는 $m=7$

88 [답] 0, 2

두 근의 차가 1이므로 두 근을 $p, p+1$ 이라고 하면

(i) $p+(p+1)=2m+1 \therefore p=m \dots\dots \textcircled{1}$

(ii) $p \cdot (p+1)=3m$

$\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$m(m+1)=3m \Rightarrow m^2-2m=0 \Rightarrow m(m-2)=0$$

$$\therefore m=0 \text{ 또는 } m=2$$

89 [답] 1) $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ 2) $\pm 6\sqrt{2}$ 3) $17, \frac{1}{2}$

1) 한 근이 다른 근의 2배이므로 두 근을 $k, 2k(k \neq 0)$ 라고 하면 근과 계수의 관계로부터

$$k+2k=-6m \therefore m=\boxed{-\frac{1}{2}}k \dots\dots \textcircled{1}$$

$k \cdot 2k=-m^2+1$ 에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$2k^2=-\left(-\frac{1}{2}k\right)^2+1 \Rightarrow \frac{9}{4}k^2=1 \Rightarrow k^2=\frac{4}{9}$$

$$\therefore k=\boxed{\pm \frac{2}{3}}$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $m=\boxed{-\frac{1}{3}}$ 또는 $m=\boxed{\frac{1}{3}}$

2) 한 근이 다른 근의 2배이므로 두 근을 $k, 2k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$k+2k=m \therefore m=3k$$

$$k \cdot 2k=16 \Rightarrow 2k^2=16$$

$$\Rightarrow k^2=8 \therefore k=\pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore m=3k=3 \cdot (\pm 2\sqrt{2})=\pm 6\sqrt{2}$$

3) 한 근이 다른 근의 2배이므로 두 근을 $k, 2k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$k+2k=m-2 \therefore m=3k+2 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$k \cdot 2k=3m-1 \therefore 2k^2=3m-1$$

$\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$2k^2=3(3k+2)-1$$

$$2k^2-9k-5=0$$

$$(k-5)(2k+1)=0$$

$$\therefore k=5 \text{ 또는 } k=-\frac{1}{2}$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$m=17 \text{ 또는 } m=\frac{1}{2}$$

90 [답] (1) mk, nk (2) $a+p, a$ (3) a, pa

91 [답] 1) $x^2-x-2=0$ 2) $x^2-5x+6=0$

3) $x^2-2x+\frac{3}{4}=0$ 4) $x^2-3=0$

5) $x^2-2x-1=0$ 6) $x^2-4x+1=0$

7) $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$ 8) $x^2+4=0$

9) $x^2+49=0$ 10) $x^2-2x+2=0$

11) $x^2-6x+10=0$ 12) $x^2-2x+10=0$

1) (두 근의 합) $=2+(-1)=1,$

(두 근의 곱) $=2 \times (-1)=-2$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2-x-\boxed{2}=0$$

2) (두 근의 합) $=2+3=5,$ (두 근의 곱) $=2 \times 3=6$

$$\therefore x^2-5x+6=0$$

3) (두 근의 합) $=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2,$

$$\text{(두 근의 곱)}=\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}=\frac{3}{4}$$

$$\therefore x^2-2x+\frac{3}{4}=0$$

4) (두 근의 합) $=-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0,$

(두 근의 곱) $=-\sqrt{3} \times \sqrt{3}=-3$

$$\therefore x^2-3=0$$

5) (두 근의 합) $=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2,$

(두 근의 곱) $=(1+\sqrt{2}) \times (1-\sqrt{2})=-1$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-\boxed{2}x-\boxed{1}=0$

- 6) (두 근의 합) = $(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$,
 (두 근의 곱) = $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$
 $\therefore x^2-4x+1=0$
- 7) (두 근의 합) = $2\sqrt{3}$, (두 근의 곱) = 1
 $\therefore x^2-2\sqrt{3}x+1=0$
- 8) (두 근의 합) = 0, (두 근의 곱) = $-2i \cdot 2i = -4i^2 = 4$
 $\therefore x^2+4=0$
- 9) (두 근의 합) = 0, (두 근의 곱) = $-7i \cdot 7i = -49i^2 = 49$
 $\therefore x^2+49=0$
- 10) (두 근의 합) = 2,
 (두 근의 곱) = $(1+i)(1-i) = 1^2 - i^2 = 2$
 $\therefore x^2-2x+2=0$
- 11) (두 근의 합) = 6, (두 근의 곱) = $(3-i)(3+i) = 10$
 $\therefore x^2-6x+10=0$
- 12) (두 근의 합) = 2, (두 근의 곱) = $(1+3i)(1-3i) = 10$
 $\therefore x^2-2x+10=0$

- 92 [답] 1) $x^2-6x+20=0$ 2) $x^2-5x+9=0$
 3) $x^2-4x+15=0$ 4) $x^2-8x+15=0$
 5) $x^2-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}=0$ 6) $x^2+x+25=0$
 7) $x^2+\frac{1}{5}x+1=0$

$\alpha+\beta=3, \alpha\beta=5$ 이므로

- 1) $2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=6, 2\alpha \cdot 2\beta=4\alpha\beta=20$
 $\therefore x^2-6x+20=0$
- 2) $(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=5$
 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1=5+3+1=9$
 $\therefore x^2-5x+9=0$
- 3) $(2\alpha-1)+(2\beta-1)=2(\alpha+\beta)-2=2 \cdot 3-2=4$
 $(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$
 $=4 \cdot 5-2 \cdot 3+1=15$
 $\therefore x^2-4x+15=0$
- 4) $(\alpha+\beta)+\alpha\beta=8, \alpha\beta(\alpha+\beta)=5 \times 3=15$
 $\therefore x^2-8x+15=0$
- 5) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{5}, \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{5}$
 $\therefore x^2-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}=0$
- 6) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2 \cdot 5=-1$
 $\alpha^2 \cdot \beta^2=(\alpha\beta)^2=5^2=25$
 $\therefore x^2+x+25=0$
- 7) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{-1}{5}=-\frac{1}{5}, \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\beta}=1$
 $\therefore x^2+\frac{1}{5}x+1=0$

93 [답] $x^2+4x-12=0$

진수는 b 를 바르게 보고 풀었으므로

$$b = -2 \times 6 = -12$$

한서는 a 를 바르게 보고 풀었으므로

$$-a = (-2+\sqrt{7})+(-2-\sqrt{7}) = -4$$

$$\therefore a = \boxed{4}$$

따라서 처음 이차방정식은

$$x^2 + \boxed{4}x - 12 = 0$$

94 [답] $x^2+2x-24=0$

$$b = -4 \times 6 = -24$$

$$a = -\{(-1+\sqrt{2}i)+(-1-\sqrt{2}i)\} = 2$$

$$\therefore x^2+2x-24=0$$

95 [답] (1) $\alpha+\beta, \alpha\beta$ (2) $\alpha+\beta, \alpha\beta$

96 [답] 1) $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

2) $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$

3) $(x+3i)(x-3i)$

4) $(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2})(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2})$

5) $(x-\frac{1+\sqrt{11}i}{2})(x-\frac{1-\sqrt{11}i}{2})$

6) $(x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i)$

7) $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

8) $(x+3-\sqrt{6})(x+3+\sqrt{6})$

9) $(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

10) $2(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{2})(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{2})$

1) $x^2-2=0$ 의 근이 $x = \pm\sqrt{2}$ 이므로

$$x^2-2 = (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$$

2) $x^2-5=0$ 의 근이 $x = \pm\sqrt{5}$ 이므로

$$x^2-5 = (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$$

3) $x^2+9=0$ 의 근이 $x = \pm 3i$ 이므로

$$x^2+9 = (x+3i)(x-3i)$$

4) $x^2-x-1=0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 이므로

$$x^2-x-1 = (x-\frac{1+\sqrt{5}}{2})(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2})$$

5) $x^2-x+3=0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}i}{2}$ 이므로

$$x^2-x+3 = (x-\frac{1+\sqrt{11}i}{2})(x-\frac{1-\sqrt{11}i}{2})$$

6) $x^2-2x+4=0$ 의 근이 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$ 이므로

$$x^2-2x+4 = (x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i)$$

7) $x^2+2x-1=0$ 의 근이 $x = -1 \pm \sqrt{2}$ 이므로

$$x^2+2x-1 = (x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$$

II - 2 이차방정식과 이차함수

pp. 84 ~ 103

8) $x^2+6x+3=0$ 의 근이 $x=-3\pm\sqrt{6}$ 이므로

$$x^2+6x+3=(x+3-\sqrt{6})(x+3+\sqrt{6})$$

9) $x^2-4x+6=0$ 의 근이 $x=2\pm\sqrt{2}i$ 이므로

$$x^2-4x+6=(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$$

10) $2x^2-2x+3=0$ 의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}i}{2}$ 이므로

$$2x^2-2x+3=2\left(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{2}\right)$$

97 **답** $x-a, x-\beta$

98 **답** 1) $x=2-\sqrt{3}$ 2) $a=-4, b=1$

1) a, b 가 유리수이고 주어진 방정식의 한 근이 $2+\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$ 이다.

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$-a=2+\sqrt{3}+\boxed{2-\sqrt{3}}=\boxed{4}$$

$$b=(2+\sqrt{3})(\boxed{2-\sqrt{3}})=4-3=\boxed{1}$$

$$\therefore a=\boxed{-4}, b=\boxed{1}$$

99 **답** 1) $x=1-\sqrt{2}$ 2) $a=-2, b=-1$

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=-\{(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})\}=-2$$

$$b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1$$

100 **답** 1) $x=3+\sqrt{3}$ 2) $a=-6, b=6$

1) 주어진 방정식의 한 근이 $3-\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $3+\sqrt{3}$ 이다.

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=-\{(3-\sqrt{3})+(3+\sqrt{3})\}=-6$$

$$b=(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})=6$$

101 **답** 1) $x=1-2i$ 2) $a=-2, b=5$

1) 주어진 방정식의 한 근이 $1+2i$ 이므로 다른 한 근은 $1-2i$ 이다.

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=-\{(1+2i)+(1-2i)\}=-2$$

$$b=(1+2i)(1-2i)=5$$

102 **답** 1) $x=2-\sqrt{3}i$ 2) $a=-4, b=7$

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=-\{(2+\sqrt{3}i)+(2-\sqrt{3}i)\}=-4$$

$$b=(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)=4+3=7$$

103 **답** 1) $x=3-\sqrt{2}i$ 2) $a=-6, b=11$

2) 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=-\{(3+\sqrt{2}i)+(3-\sqrt{2}i)\}=-6$$

$$b=(3+\sqrt{2}i)(3-\sqrt{2}i)=9+2=11$$

104 **답** (1) $p-q\sqrt{m}$ (2) $p-qi$

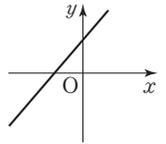
105 **답** 1) \bigcirc 2) \bigcirc 3) \bigcirc 4) \times 5) \bigcirc

6) \times 7) \times 8) \bigcirc 9) \bigcirc

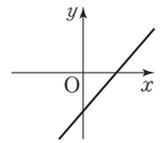
106 **답** 1) 제 1, 2, 3 사분면 2) 제 1, 3, 4 사분면

3) 제 1, 2, 4 사분면 4) 제 2, 3, 4 사분면

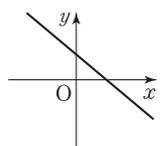
1) 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.



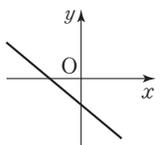
2) 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



3) 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



4) 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.



107 **답** 1) 제 1, 2, 3 사분면 2) 제 2, 4 사분면

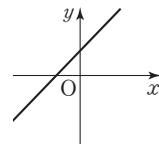
$ax+by+c=0$ 에서 $by=-ax-c$

$$\therefore y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

1) $ab < 0$ 이므로 (기울기) > 0

$bc < 0$ 이므로 (y 절편) > 0

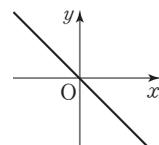
따라서 함수 $ax+by+c=0$ 의 그래프를 그리면 그림과 같으므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.



2) $ab > 0$ 이므로 (기울기) < 0

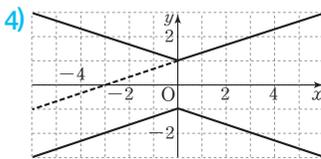
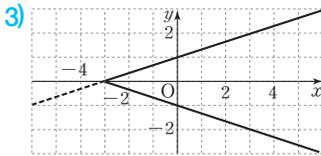
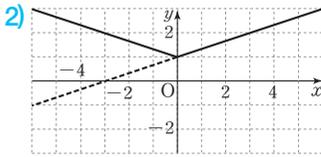
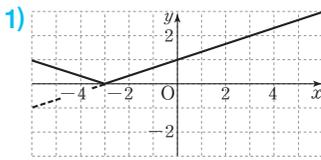
$c=0$ 이므로 (y 절편) $= 0$

따라서 함수 $ax+by+c=0$ 의 그래프를 그리면 그림과 같으므로 제 2, 4 사분면을 지난다.

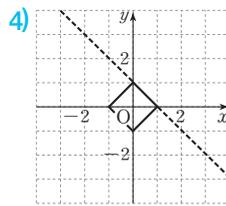
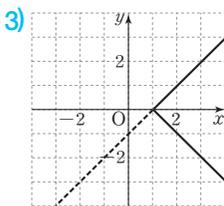
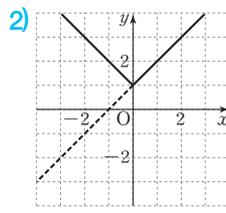
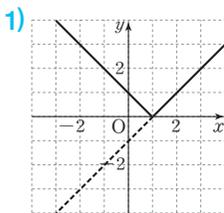


108 **답** (1) a, b (2) $>, <, =$

109 [답] 1)~4) 해설 참조



110 [답] 1)~4) 해설 참조



111 [답] (1) $y \geq 0, y < 0$ (2) $x < 0$ (3) $y < 0$ (4) 원점

112 [답] 1) $y = 2(x+1)^2 - 1$ 2) $(-1, -1)$ 3) $x = -1$

1) $y = 2x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 2x + 1) - 1$
 $= 2(x+1)^2 - 1$

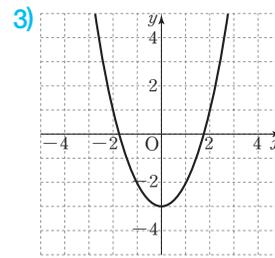
113 [답] 1) $y = 3(x-1)^2 - 3$ 2) $(1, -3)$ 3) $x = 1$

1) $y = 3x^2 - 6x = 3(x^2 - 2x + 1) - 3$
 $= 3(x-1)^2 - 3$

114 [답] 1) $y = -(x-2)^2 + 4$ 2) $(2, 4)$ 3) $x = 2$

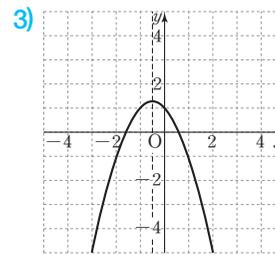
1) $y = -x^2 + 4x = -(x^2 - 4x + 4) + 4$
 $= -(x-2)^2 + 4$

115 [답] 1) $(0, -3)$ 2) $x = 0$ 3) 해설 참조



116 [답] 1) $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ 2) $x = -\frac{1}{2}$ 3) 해설 참조

1) $y = -x^2 - x + 1$
 $= -(x^2 + x + \frac{1}{4}) + 1 + \frac{1}{4}$
 $= -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$



117 [답] 1) $a > \frac{3}{2}$ 2) $-\frac{4}{3} < a < 0$

1) $y = x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 3$
 $= (x-a)^2 - 2a + 3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{a}, -2a+3)$ 이고,

이 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$$\begin{cases} a > 0 & \dots \textcircled{1} \\ -2a + 3 < 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $-2a < -3$

$\therefore a > \frac{3}{2} \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에서 구하는 상수 a 의 값의 범위는

$$a > \boxed{\frac{3}{2}}$$

2) $y = x^2 - 2ax + a^2 + 3a + 4$
 $= (x-a)^2 + 3a + 4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a, 3a+4)$ 이고, 이 꼭짓점

이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$\begin{cases} a < 0 & \dots \textcircled{1} \\ 3a + 4 > 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $3a > -4$

$\therefore a > -\frac{4}{3} \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에서 구하는 상수 a 의 값의 범위는

$$-\frac{4}{3} < a < 0$$

118 ㉞ 1) -4 2) 2

1) $y=x^2+mx-2m$ 을 m 에 대하여 정리하면

$$(x-2)m+x^2-y=0$$

이 식이 m 에 대한 항등식이 되려면

$$x-2=0, x^2-y=0$$

$$\therefore x=2, y=4$$

따라서 점 P의 좌표는 (2, 4)이고, 이 점이 이차함

수의 그래프의 꼭짓점이므로

$$y=(x-2)^2+4=x^2-4x+8$$

즉, $x^2+mx-2m=x^2-4x+8$ 이므로

$$m=-4$$

2) $y=x^2+2mx+4m+5$ 를 m 에 대하여 정리하면

$$(2x+4)m+x^2-y+5=0$$

이 식이 m 에 대한 항등식이 되려면

$$2x+4=0, x^2-y+5=0$$

$$\therefore x=-2, y=9$$

따라서 점 P의 좌표는 (-2, 9)이고, 이 점이 이차함
수의 그래프의 꼭짓점이므로

$$y=(x+2)^2+9=x^2+4x+13$$

즉, $x^2+2mx+4m+5=x^2+4x+13$ 이므로 $m=2$

119 ㉞ (1) m, n, m, n, m (2) $\frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}$

120 ㉞ 1) $y=3(x-3)^2-1$ 2) $y=2x^2-4x-6$

3) $y=x^2-x+4$ 4) $y=3x^2-2x$

5) $y=(x+3)^2-2$ 6) $y=-(x+1)^2+1$

1) 꼭짓점의 좌표가 (3, -1)이므로

$$y=a(x-3)^2-1 \dots \text{㉠}$$

으로 놓으면 ㉠이 점 (2, 2)를 지나므로

$$2=a-1 \quad \therefore a=3$$

$$\therefore y=3(x-3)^2-1$$

2) x 축과의 두 교점의 좌표가 (-1, 0), (3, 0)이므로

$$y=a(x+1)(x-3) \dots \text{㉡}$$

으로 놓으면 ㉡이 점 (2, -6)을 지나므로

$$-6=a \cdot 3 \cdot (-1) \quad \therefore a=2$$

$$\therefore y=2(x+1)(x-3)=2(x^2-2x-3) \\ =2x^2-4x-6$$

3) $y=ax^2+bx+c$ 가 점 (0, 4)를 지나므로

$$y=ax^2+bx+4 \dots \text{㉢}$$

으로 놓으면 ㉢이 두 점 (1, 4), (2, 6)을 지나므로

$$4=a+b+4, 6=4a+2b+4$$

두 식을 연립하면 $a=1, b=-1$

$$\therefore y=x^2-x+4$$

4) $y=ax^2+bx+c$ 가 점 (0, 0)을 지나므로 $c=0$

$$y=ax^2+bx \dots \text{㉣}$$

으로 놓으면 ㉣이 두 점 (-1, 5), (1, 1)을 지나므로

$$5=a-b, 1=a+b$$

두 식을 연립하면 $a=3, b=-2$

$$\therefore y=3x^2-2x$$

5) 축의 방정식이 $x=-3$ 이므로

$$y=a(x+3)^2+n \dots \text{㉤}$$

으로 놓으면 ㉤이 두 점 (-1, 2), (1, 14)를 지나므로

$$2=4a+n, 14=16a+n$$

두 식을 연립하면 $a=1, n=-2$

$$\therefore y=(x+3)^2-2$$

6) 축의 방정식이 $x=-1$ 이므로

$$y=a(x+1)^2+n \dots \text{㉥}$$

으로 놓으면 ㉥이 두 점 (0, 0), (1, -3)을 지나므로

$$0=a+n, -3=4a+n$$

두 식을 연립하면 $a=-1, n=1$

$$\therefore y=-(x+1)^2+1$$

121 ㉞ (1) m, n (2) p, q (3) ax^2+bx+c (4) m

122 ㉞ 1) $a>0, b>0, c>0$ 2) $a>0, b<0, c<0$

3) $a<0, b>0, c<0$ 4) $a<0, b<0, c>0$

1) 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b>0$

(y 절편) >0 이므로 $c>0$

2) 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

대칭축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b<0$

(y 절편) <0 이므로 $c<0$

3) 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

대칭축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b>0$

(y 절편) <0 이므로 $c<0$

4) 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b<0$

(y 절편) >0 이므로 $c>0$

123 ㉞ 1) 해설 참조 2) 해설 참조

1) 주어진 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b>0$

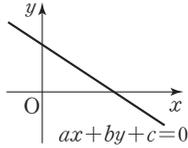
(y 절편) <0 이므로 $c<0$

일차함수의 $ax+by+c=0$ 에서

$$by=-ax-c, y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

$$-\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{b} > 0 \quad (\because a > 0, b > 0, c < 0)$$

이므로 일차함수의 그래프의 개형을 그리면



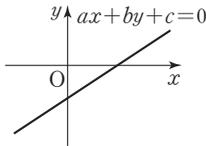
- 2) 주어진 일차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서
 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$
 대칭축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$
 (y 절편) > 0 이므로 $c > 0$

일차함수의 $ax + by + c = 0$ 에서

$$by = -ax - c, y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$-\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} < 0 \quad (\because a < 0, b > 0, c > 0)$$

이므로 일차함수의 그래프의 개형을 그리면



124 [답] (1) >, < (2) 같은 (3) 다른 (4) >, <

125 [답] 1) $x=0$ 또는 $x=3$ 2) $x=-2$ 또는 $x=5$

3) $x=2 \pm \sqrt{6}$ 4) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$ 5) $x = \frac{1}{2}$

1) $2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 2x(x-3) = 0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=3$

2) $x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-5) = 0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

3) $-x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 \pm \sqrt{4+2} = 2 \pm \sqrt{6}$

4) $x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

5) $-4x^2 + 4x - 1 = 0$
 $4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{2}$

126 [답] 1) 0개 2) 1개 3) 2개 4) 1개 5) 0개

1) $x^2 + x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 1^2 - 12 = -11 < 0$
 따라서 교점의 개수는 0이다.

2) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 4 = 0$
 따라서 교점의 개수는 1이다.

3) $x^2 + x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 1^2 + 4 \cdot 2 = 9 > 0$
 따라서 교점의 개수는 2이다.

4) $x^2 + 6x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 3^2 - 9 = 0$
 따라서 교점의 개수는 1이다.

5) $-2x^2 + x - 1 = 0$, 즉 $2x^2 - x + 1 = 0$ 의 판별식을
 D 라고 하면
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$
 따라서 교점의 개수는 0이다.

127 [답] 1) $k < 1$ 2) $k = 1$ 3) $k > 1$

1) 일차함수 $y = x^2 - 2x + k$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른
 두 점에서 만나려면 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 이 서로
 다른 두 실근을 가져야 한다.

이 방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - k = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

2) 일차함수 $y = x^2 - 2x + k$ 의 그래프와 x 축이 접하려면
 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 이 중근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 1$$

3) 일차함수 $y = x^2 - 2x + k$ 의 그래프와 x 축이 만나지 않
 으려면 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 실근이 존재하지
 않아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - k = 0$$

$$\therefore k > 1$$

128 [답] 1) $k > -4$ 2) $k = -4$ 3) $k < -4$

이차방정식 $x^2 - 4x - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $\frac{D}{4} = (-2)^2 + k = 4 + k > 0 \quad \therefore k > -4$

2) $\frac{D}{4} = 4 + k = 0 \quad \therefore k = -4$

3) $\frac{D}{4} = 4 + k < 0 \quad \therefore k < -4$

129 [답] 1) $k < -2$ 또는 $k > 2$

2) $k = \pm 2$ 3) $-2 < k < 2$

이차방정식 $x^2 + kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $D = k^2 - 4 > 0 \Rightarrow k^2 > 4 \quad \therefore k < -2$ 또는 $k > 2$

2) $D = k^2 - 4 = (k+2)(k-2) = 0 \quad \therefore k = \pm 2$

3) $D = k^2 - 4 < 0 \Rightarrow k^2 < 4 \quad \therefore -2 < k < 2$

130 [답] 2

이차방정식 $x^2 - kx - 4 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$p + q = k, pq = -4 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{두 점 사이의 거리가 } 2\sqrt{5} \text{이므로 } |p - q| = \boxed{2\sqrt{5}}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } (p - q)^2 = \boxed{20}$$

$$\therefore (p + q)^2 - 4pq = \boxed{20} \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$k^2 + 16 = \boxed{20} \Leftrightarrow k^2 = 4 \therefore k = \boxed{2} (\because k > 0)$$

131 [답] 5

이차방정식 $x^2 - 4x - k = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$p + q = 4, pq = -k \dots\dots \textcircled{1}$$

$$d = 6 \text{이므로 } |p - q| = 6$$

$$\text{양변을 제곱하면 } (p - q)^2 = 36$$

$$\therefore (p + q)^2 - 4pq = 36 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4^2 - 4 \cdot (-k) = 36 \Leftrightarrow 16 + 4k = 36 \therefore k = 5$$

132 [답] 한 점, 없다, $D = 0, D < 0$

133 [답] 1) $x = 1$ 또는 $x = 4$ 2) $x = 2$

3) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 4) $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -1$

1) $-x^2 + 4x + 1 = -x + 5$ 에서
 $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

2) $x^2 - x + 5 = 3x + 1$ 에서
 $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$

3) $x^2 + 2x + 2 = -x + 1$ 에서
 $x^2 + 3x + 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

4) $2x^2 - x + 3 = -2x + 4$ 에서
 $2x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -1$

134 [답] 1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

2) 한 점에서 만난다.

3) 만나지 않는다.

1) $x^2 + 6x - 5 = -2x - 4$ 에서
 $x^2 + 8x - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$

이때, $\textcircled{1}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 4^2 - (-1) = 17 > 0$$

따라서 이차함수의 그래프와 직선은

서로 다른 두 점에서 만난다.

2) $3x^2 - 7x - 4 = -x - 7$ 에서

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 = 0$$

따라서 이차함수의 그래프와 직선은 한 점에서 만난다.

3) $-2x^2 + x - 4 = -5x + 1$ 에서

$$2x^2 - 6x + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2 \cdot 5 = -1 < 0$$

따라서 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

135 [답] 1) $k < 2$ 2) $k = 2$ 3) $k > 2$

$$x^2 - 3x + 2 = x - k \text{에서}$$

$x^2 - 4x + 2 + k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $\frac{D}{4} = (-2)^2 - (2 + k) = 2 - k > 0 \therefore k < 2$

2) $\frac{D}{4} = 2 - k = 0 \therefore k = 2$

3) $\frac{D}{4} = 2 - k < 0 \therefore k > 2$

136 [답] 1) $k > -1$ 2) $k = -1$ 3) $k < -1$

$$2x^2 - 3x + 1 = x + k \text{에서}$$

$2x^2 - 4x + 1 - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 2(1 - k) = 4 - 2 + 2k = 2 + 2k > 0$
 $\therefore k > -1$

2) $\frac{D}{4} = 2 + 2k = 0 \therefore k = -1$

3) $\frac{D}{4} = 2 + 2k < 0 \therefore k < -1$

137 [답] 1) $k < 1$ 2) $k = 1$ 3) $k > 1$

$$x^2 + x + k = 3x \text{에서}$$

$x^2 - 2x + k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $\frac{D}{4} = (-1)^2 - k = 1 - k > 0 \therefore k < 1$

2) $\frac{D}{4} = 1 - k = 0 \therefore k = 1$

3) $\frac{D}{4} = 1 - k < 0 \therefore k > 1$

138 ① $k < -1$ ② $k = -1$ ③ $k > -1$

$-x^2 + x - k = -x + 2$ 에서
 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

1) $\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k+2) = -1 - k > 0 \quad \therefore k < -1$

2) $\frac{D}{4} = -1 - k = 0 \quad \therefore k = -1$

3) $\frac{D}{4} = -1 - k < 0 \quad \therefore k > -1$

139 ① $m \geq \frac{3}{4}$ ② $m \leq 3$

1) 이차함수 $y = x^2 + 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + m$

이 적어도 한 점에서 만나려면 이차방정식
 $x^2 + 3x + 1 = 2x + m$, 즉 $x^2 + x + (1 - m) = 0$ 의
판별식을 D 라고 할 때, $D \geq 0$ 이어야 하므로

$$1 - 4(1 - m) \geq 0$$

$$4m - 3 \geq 0$$

$$\therefore m \geq \frac{3}{4}$$

2) 이차함수 $y = x^2 - 2x + m$ 의 그래프와 직선 $y = 2x - 1$

이 적어도 한 점에서 만나려면 이차방정식
 $x^2 - 2x + m = 2x - 1$, 즉 $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ 의 판별
식을 D 라고 할 때, $D \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (m+1) = 3 - m \geq 0$$

$$\therefore m \leq 3$$

140 ① $y = 2x + 3$ ② $y = -2x - 7$

1) 직선 $y = -\frac{1}{2}x - 8$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = ax + b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \quad \therefore a = 2$$

따라서 이차함수 $y = -x^2 + 2$ 의 그래프와 직선

$y = 2x + b$ 가 서로 접하므로 이차방정식

$-x^2 + 2 = 2x + b$, 즉 $x^2 + 2x + b - 2 = 0$ 의 판별식을
 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (b-2) = 3 - b = 0 \quad \therefore b = 3$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 2x + 3$

2) 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = ax + b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$a \cdot \frac{1}{2} = -1 \quad \therefore a = -2$$

따라서 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 직선

$y = -2x + b$ 가 서로 접하므로 이차방정식

$x^2 + 2x - 3 = -2x + b$, 즉

$x^2 + 4x - 3 - b = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-3 - b) = 4 + 3 + b = 0 \quad \therefore b = -7$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = -2x - 7$$

141 ① $y = x + 1$ ② $y = x$

1) 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)라고
하면 이 직선이 점 $P(2, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 2a + b \quad \therefore b = -2a + 3$$

이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프와 직선

$y = ax - 2a + 3$ 이 서로 접하므로 이차방정식

$x^2 - 3x + 5 = ax - 2a + 3$, 즉

$x^2 - (a+3)x + 2a + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(a+3)\}^2 - 4(2a+2) = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 0 \quad \therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = x + 1$

2) 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)라고
하면 이 직선이 점 $P(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a + b \quad \therefore b = 1 - a$$

이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프와 직선

$y = ax + 1 - a$ 가 서로 접하므로 이차방정식

$2x^2 - 3x + 2 = ax + 1 - a$, 즉

$2x^2 - (3+a)x + 1 + a = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(3+a)\}^2 - 4 \cdot 2 \cdot (1+a) = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = x$

142 ① $D > 0$ ② $D = 0$ ③ $D < 0$

143 ① $m = -1, n = 13$ ② $m = -4, n = 9$

③ $m = 3, n = 1$

1) 이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = mx + n$, 즉

$2x^2 - (m+3)x + 1 - n = 0$ 의 두 근이 $-2, 3$ 이므로
근과 계수의 관계에 의하여

$$(-2) + 3 = \frac{m+3}{2}, \quad (-2) \cdot 3 = \frac{1-n}{2}$$

$$m+3=2, \quad 1-n=-12$$

$$\therefore m = -1, \quad n = 13$$

2) 이차방정식 $2x^2 + 3 = mx + n$, 즉

$2x^2 - mx + 3 - n = 0$ 의 두 근이 $-3, 1$ 이므로
근과 계수의 관계에 의하여

$$(-3) + 1 = \frac{m}{2}, \quad (-3) \cdot 1 = \frac{3-n}{2}$$

$$m = -4, \quad 3 - n = -6$$

$$\therefore m = -4, \quad n = 9$$

- 3) 이차방정식 $-x^2+2x+3=mx+n$, 즉 $x^2+(m-2)x+n-3=0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $(-2)+1=-m+2, (-2)\cdot 1=n-3$
 $\therefore m=3, n=1$

144 **답** 1) $m=1, n=-3$ 2) $m=4, n=0$

- 1) 이차방정식 $x^2+mx+n=3x-1$, 즉 $x^2+(m-3)x+n+1=0$ 의 계수는 모두 유리수이고, 한 근이 $1-\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $\boxed{1+\sqrt{3}}$ 이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여 $\begin{cases} (1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=-(m-3) \\ (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=\boxed{n+1} \end{cases}$
 $2=-m+3, -2=\boxed{n+1}$
 $\therefore m=1, n=\boxed{-3}$
- 2) 이차방정식 $x^2+mx+n=2x+1$, 즉 $x^2+(m-2)x+n-1=0$ 의 계수는 모두 유리수이고, 한 근이 $\sqrt{2}-1$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{2}-1$ 이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여 $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)+(-\sqrt{2}-1)=-(m-2) \\ (\sqrt{2}-1)(-\sqrt{2}-1)=n-1 \end{cases}$
 $-2=-m+2, -1=n-1$
 $\therefore m=4, n=0$

145 **답** 1) 1 2) 1 3) -2 4) -2

- 1) $f(x)=ax^2+bx+c$ 라고 하면 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표는 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근이 된다. 이때, 두 근의 합은 $-1+\boxed{2}=\boxed{1}$ 이므로 $-\frac{b}{a}=1$
 방정식 $f(x)=4$ 에서 $ax^2+bx+c-4=0$ 이므로 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=\boxed{1}$
- 2) 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근의 합은 1이므로 $-\frac{b}{a}=1$
 방정식 $f(x)=10$ 에서 $ax^2+bx+c-10=0$ 이므로 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=1$
- 3) 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근의 곱은 -2 이므로 $\frac{c}{a}=-2$
 방정식 $f(x)=2x$ 에서 $ax^2+(b-2)x+c=0$ 이므로 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}=-2$

- 4) 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근의 곱은 -2 이므로 $\frac{c}{a}=-2$
 방정식 $f(x)=-3x$ 에서 $ax^2+(b+3)x+c=0$ 이므로 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}=-2$

146 **답** 1) $\sqrt{58}$ 2) $5\sqrt{2}$

- 1) 이차함수 $y=-x^2+4x+2$ 의 그래프와 직선 $y=-x+1$ 의 교점의 좌표를 $(p, -p+1), (q, -q+1)$ 이라고 하면 이차방정식 $-x^2+4x+2=-x+1$, 즉 $x^2-5x-1=0$ 의 두 근이 p, q 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $p+q=\boxed{5}, pq=-1$
 따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{(q-p)^2+\{(-q+1)-(-p+1)\}^2}$
 $=\sqrt{2(p-q)^2}$
 $=\sqrt{2\{(p+q)^2-4pq\}}$
 $=\sqrt{2(\boxed{25}+4)}$
 $=\sqrt{\boxed{58}}$
- 2) 이차함수 $y=x^2-6x+1$ 의 그래프와 직선 $y=x-5$ 의 교점의 좌표를 $(p, p-5), (q, q-5)$ 라고 하면 이차 방정식 $x^2-6x+1=x-5$, 즉 $x^2-7x+6=0$ 의 두 근이 p, q 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $p+q=7, pq=6$
 따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{(q-p)^2+\{(q-5)-(p-5)\}^2}$
 $=\sqrt{2(p-q)^2}$
 $=\sqrt{2\{(p+q)^2-4pq\}}$
 $=\sqrt{2(7^2-4\cdot 6)}=5\sqrt{2}$

147 **답** p, q , 근과 계수

- 148 **답** 1) $x=3$ 일 때 최솟값 2 2) $x=-3$ 일 때 최댓값 0
 3) $x=0$ 일 때 최댓값 1 4) $x=2$ 일 때 최솟값 -4
 5) $x=1$ 일 때 최댓값 2
- 4) $y=2x^2-8x+4$
 $=2(x^2-4x+4)-4$
 $=2(x-2)^2-4$
 이므로 $x=2$ 일 때 최솟값 -4
- 5) $y=-x^2+2x+1$
 $=-(x^2-2x+1)+2$
 $=-(x-1)^2+2$
 이므로 $x=1$ 일 때 최댓값 2

149 ㉞ 1) $a=1, b=6$ 2) $a=-1, b=-2, c=3$

3) $a=-2, b=0$

1) $f(x) = -x^2 + 2ax + 5$
 $= -(x^2 - 2ax + a^2) + 5 + a^2$
 $= -(x-a)^2 + 5 + a^2$

$x=1$ 에서 최댓값 b 를 가지므로
 $a=1, 5+a^2=b$
 $\therefore a=1, b=6$

2) $x=-1$ 에서 최댓값 4를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$

$\therefore f(x) = a(x+1)^2 + 4 \dots\dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 이 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$0 = 4a + 4 \quad \therefore a = -1$

$\therefore f(x) = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$

$\therefore a = -1, b = -2, c = 3$

3) $f(x) = 2x^2 - 4ax + b$
 $= 2(x^2 - 2ax + a^2) + b - 2a^2$
 $= 2(x-a)^2 + b - 2a^2$

$x=-2$ 에서 최솟값 -8 을 가지므로
 $a = -2, b - 2a^2 = -8$
 $\therefore a = -2, b = 0$

150 ㉞ (i) $f(p)=q$ (ii) $f(p)=q$

151 ㉞ 1) 최댓값은 200, 최솟값은 0

2) 최댓값은 2, 최솟값은 -2

3) 최댓값은 8, 최솟값은 1

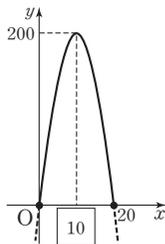
4) 최댓값은 0, 최솟값은 -8

5) 최댓값은 23, 최솟값은 -7

6) 최댓값은 6, 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

1) $y = x(40-2x) = -2x^2 + 40x$
 $= -2(x^2 - 20x + 100) + 200$
 $= -2(x - 10)^2 + 200$

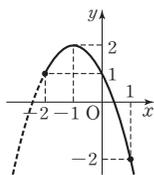
이므로 주어진 x 의 값의 범위에서 이 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x = 10$ 일 때 최댓값은 200이고,
 $x=0$ 또는 $x = 20$ 일 때 최솟값은 0이다.

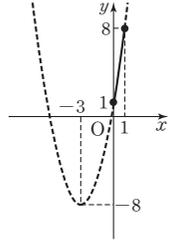
2) 주어진 x 의 값의 범위에서 함수 $y = -(x+1)^2 + 2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = -1$ 일 때 최댓값은 2,
 $x=1$ 일 때 최솟값은 -2 이다.



3) $y = x^2 + 6x + 1$
 $= (x^2 + 6x + 9) - 8$
 $= (x+3)^2 - 8$

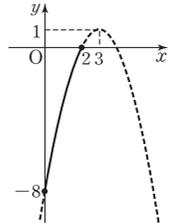
이므로 주어진 x 의 값의 범위에서 이 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x=1$ 일 때 최댓값은 8, $x=0$ 일 때 최솟값은 1이다.

4) $y = -x^2 + 6x - 8$
 $= -(x^2 - 6x + 9) + 1$
 $= -(x-3)^2 + 1$

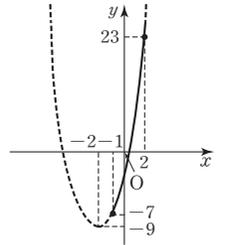
이므로 주어진 x 의 값의 범위에서 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x=2$ 일 때 최댓값은 0, $x=0$ 일 때 최솟값은 -8 이다.

5) $y = 2x^2 + 8x - 1$
 $= 2(x^2 + 4x + 4) - 9$
 $= 2(x+2)^2 - 9$

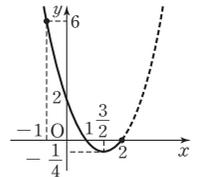
이므로 주어진 x 의 값의 범위에서 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x=2$ 일 때 최댓값은 23,
 $x=-1$ 일 때 최솟값은 -7

6) $y = x^2 - 3x + 2$
 $= (x^2 - 3x + \frac{9}{4}) - \frac{1}{4}$
 $= (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}$

이므로 주어진 x 의 값의 범위에서 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x = -1$ 일 때 최댓값은 6,
 $x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

152 ㉞ 1) 11 2) -6 3) -4

1) $f(x) = x^2 + 2x + k$
 $= (x^2 + 2x + 1) + k - 1$
 $= (x+1)^2 + k - 1$

$f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 최솟값 $k-1$ 을 가지므로

$k-1 = 2 \quad \therefore k = 3$

$\therefore f(x) = x^2 + 2x + 3$

따라서 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $x = 2$ 일 때 $f(x)$ 는 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은

$f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 11$

$$\begin{aligned}
 2) f(x) &= -x^2 + x + k \\
 &= -\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + k + \frac{1}{4} \\
 &= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + k + \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$f(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 최댓값 $k + \frac{1}{4}$ 을 가지므로

$$k + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \therefore k = 0$$

$$\therefore f(x) = -x^2 + x$$

따라서 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $x = -2$ 일 때 $f(x)$ 는 최솟값을 가지므로 구하는 최솟값은

$$f(-2) = -(-2)^2 - 2 = -6$$

$$\begin{aligned}
 3) f(x) &= 2x^2 - 4x + k \\
 &= 2(x^2 - 2x + 1) + k - 2 \\
 &= 2(x - 1)^2 + k - 2
 \end{aligned}$$

$f(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 최솟값 $k - 2$ 를 가지므로 $x = -2$ 일 때 최댓값 14를 가진다.

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + k = 14$$

$$\therefore k = -2$$

따라서 구하는 최솟값은

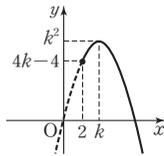
$$f(1) = k - 2 = -2 - 2 = -4$$

153 ㉮ 3

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 + 2kx \\
 &= -(x^2 - 2kx + k^2) + k^2 \\
 &= -(x - k)^2 + k^2
 \end{aligned}$$

(i) $k \geq 2$ 일 때,

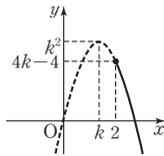
꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 값의 범위에 속하므로 그림에서



$$\boxed{k^2} = 9 \quad \therefore k = \boxed{3} \quad (\because k \geq 2)$$

(ii) $k < 2$ 일 때,

꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 값의 범위에 속하지 않으므로 그림에서



$$\boxed{4k - 4} = 9 \quad \therefore k = \frac{13}{4}$$

그런데 $k = \frac{13}{4}$ 은 $k < 2$ 의 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $k = \boxed{3}$

154 ㉮ 4

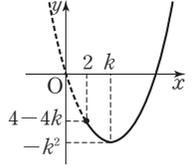
$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 2kx \\
 &= (x^2 - 2kx + k^2) - k^2 \\
 &= (x - k)^2 - k^2
 \end{aligned}$$

(i) $k \geq 2$ 일 때,

꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 값의 범위에 속하므로 오른쪽 그림에서

$$-k^2 = -16$$

$$k^2 = 16 \quad \therefore k = 4 \quad (\because k \geq 2)$$



(ii) $k < 2$ 일 때,

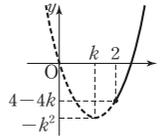
꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 값의 범위에 속하지 않으므로 오른쪽 그림에서

$$4 - 4k = -16$$

$$\therefore k = 5$$

그런데 $k = 5$ 는 $k < 2$ 의 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $k = 4$



155 ㉮ $f(\alpha), f(\beta), f(p)$

156 ㉮ 1) -6 2) 9 3) $-\frac{33}{4}$ 4) -15

$$\begin{aligned}
 1) 2x^2 - 12x + y^2 + 4y + 16 \\
 &= 2(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 4y + 4) - 6 \\
 &= 2(x - \boxed{3})^2 + (y + 2)^2 - 6
 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x - \boxed{3})^2 \geq 0, (y + 2)^2 \geq 0$$

$$\therefore 2x^2 - 12x + y^2 + 4y + 16 \geq \boxed{-6}$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $\boxed{-6}$ 이다.

$$\begin{aligned}
 2) 2x^2 + 4x + y^2 + 6y + 20 \\
 &= 2(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 6y + 9) + 9 \\
 &= 2(x + 1)^2 + (y + 3)^2 + 9
 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x + 1)^2 \geq 0, (y + 3)^2 \geq 0$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 9이다.

$$\begin{aligned}
 3) x^2 - 5x + 2y^2 + 8y + 6 \\
 &= \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) + 2(y^2 + 4y + 4) + 6 - \frac{25}{4} - 8 \\
 &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 2(y + 2)^2 - \frac{33}{4}
 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 \geq 0, (y + 2)^2 \geq 0$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $-\frac{33}{4}$ 이다.

4) $x^2 + y^2 - 10x + 10$
 $= (x^2 - 10x + 25) + y^2 - 15$
 $= (x-5)^2 + y^2 - 15$
 이때, x, y 는 실수이므로
 $(x-5)^2 \geq 0, y^2 \geq 0$
 따라서 주어진 식의 최솟값은 -15 이다.

157 **답** $x=1, y=-1$

$2x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7$
 $= 2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + 4$
 $= 2(x-1)^2 + (y+1)^2 + 4$
 이때, x, y 는 실수이므로
 $(x-1)^2 \geq 0, (y+1)^2 \geq 0$
 이고 주어진 식이 최솟값을 갖기 위해서는 $(x-1)^2 = 0,$
 $(y+1)^2 = 0$ 이 되어야 하므로 그때의 x, y 의 값은 $x=1,$
 $y=-1$ 이다.

158 **답** 1) -5 2) 3

1) $x^2 - 2x + 3 = t$ 로 놓으면
 $t = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ 이므로
 $t \geq 2$
 주어진 함수는
 $y = -(x^2 - 2x + 3)^2 + 2(x^2 - 2x) + 1$
 $= -t^2 + 2(t-3) + 1 = -t^2 + 2t - 5$
 $= -(t-1)^2 - 4 \quad (t \geq 2)$
 따라서 $t = \boxed{2}$ 일 때 최댓값은 $\boxed{-5}$ 이다.

2) $x^2 + 2x = t$ 로 놓으면
 $t = x^2 + 2x = (x^2 + 2x + 1) - 1 = (x+1)^2 - 1$ 이므로
 $t \geq -1$
 주어진 함수는
 $y = -(x^2 + 2x - 1)^2 - 4(x^2 + 2x) + 3$
 $= -(t-1)^2 - 4t + 3 = -t^2 - 2t + 2$
 $= -(t+1)^2 + 3 \quad (t \geq -1)$
 따라서 $t = -1$ 일 때 최댓값은 3 이다.

159 **답** 1) -6 2) -15

1) $x^2 + 4x = t$ 로 놓으면
 $t = x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$ 이므로
 $t \geq -4$
 주어진 함수는
 $y = (x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 5$
 $= t^2 - 2t - 5$
 $= (t-1)^2 - 6 \quad (t \geq -4)$
 따라서 $t = 1$ 일 때 최솟값은 -6 이다.

2) $x^2 - 6x + 3 = t$ 로 놓으면
 $t = x^2 - 6x + 3 = (x-3)^2 - 6$ 이므로
 $t \geq -6$
 주어진 함수는
 $y = (x^2 - 6x + 3)^2 + 4(x^2 - 6x) + 1$
 $= t^2 + 4(t-3) + 1$
 $= t^2 + 4t - 11$
 $= (t+2)^2 - 15 \quad (t \geq -6)$
 따라서 $t = -2$ 일 때 최솟값은 -15 이다.

160 **답** 1) $\frac{1}{5}$ 2) 5

1) $2x + y = 1$ 에서 $y = 1 - 2x$
 $y = 1 - 2x$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면
 $x^2 + y^2 = x^2 + (1 - 2x)^2$
 $= 5\left(x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{4}{25}\right) + 1 - \frac{4}{5}$
 $= 5\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}$
 따라서 $x = \frac{2}{5}$ 일 때 최솟값은 $\frac{1}{5}$ 이다.

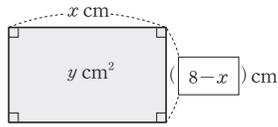
2) $2x - y = 5$ 에서 $y = 2x - 5$
 $y = 2x - 5$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면
 $x^2 + y^2 = x^2 + (2x - 5)^2$
 $= 5(x^2 - 4x + 4) + 25 - 20$
 $= 5(x-2)^2 + 5$
 따라서 $x = 2$ 일 때 최솟값은 5 이다.

161 **답** 최댓값: 10 , 최솟값: -8

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서 $y^2 = -2x^2 + 8$
 y 가 실수이므로
 $-2x^2 + 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4$
 $\therefore -2 \leq x \leq 2$
 $y^2 = -2x^2 + 8$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면
 $4x + y^2 = 4x + (-2x^2 + 8)$
 $= -2(x^2 - 2x + 1) + 10$
 $= -2(x - \boxed{1})^2 + 10 \quad (-2 \leq x \leq 2)$
 따라서 $x = \boxed{1}$ 일 때 최댓값은 10 ,
 $x = -2$ 일 때 최솟값은 $\boxed{-8}$ 이다.

162 **답** (1) m, n, k (2) 범위, 표준형

163 [답] 가로 길이 : 4 cm, 세로 길이 : 4 cm
 다음 그림과 같이 직사각형의 넓이를 $y \text{ cm}^2$, 가로의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면 세로의 길이는 $(8-x) \text{ cm}$ 이다.



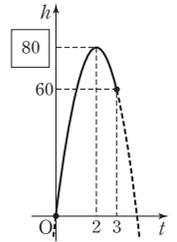
x 와 $8-x$ 는 길이이므로
 $x > 0, 8-x > 0$
 $\therefore 0 < x < 8$
 $\therefore y = x(8-x) = -x^2 + 8x$
 $= -(x^2 - 8x + 16) + 16$
 $= -(x-4)^2 + 16 \quad (0 < x < 8)$
 즉, $x = 4$ 일 때 y 의 최댓값은 16이다.
 따라서 구하는 가로의 길이는 4 cm, 세로의 길이는 4 cm이다.

164 [답] 9 m^2
 직사각형의 넓이를 $y \text{ m}^2$, 가로의 길이를 $x \text{ m}$ 라고 하면 세로의 길이는 $(6-x) \text{ m}$ 이다.
 $x > 0, 6-x > 0$ 이므로
 $0 < x < 6$
 $\therefore y = x(6-x) = -x^2 + 6x$
 $= -(x^2 - 6x + 9) + 9$
 $= -(x-3)^2 + 9 \quad (0 < x < 6)$
 즉, $x = 3$ 일 때 최댓값은 9이다.
 따라서 구하는 넓이의 최댓값은 9 m^2 이다.

165 [답] 54 m^2
 피구장의 넓이를 $y \text{ m}^2$, 가로의 길이를 $x \text{ m}$ 라고 하면 세로의 길이는 $\frac{1}{2}(36-3x) \text{ m}$ 이다.
 x 와 $\frac{1}{2}(36-3x)$ 는 길이이므로
 $x > 0, \frac{1}{2}(36-3x) > 0$
 $\therefore 0 < x < 12$
 $\therefore y = x \times \frac{1}{2}(36-3x)$
 $= \frac{1}{2}(-3x^2 + 36x)$
 $= -\frac{3}{2}(x^2 - 12x + 36) + 54$
 $= -\frac{3}{2}(x-6)^2 + 54 \quad (0 < x < 12)$
 즉, $x = 6$ 일 때 y 의 최댓값은 54이다.
 따라서 구하는 넓이의 최댓값은 54 m^2 이다.

166 [답] 80 m
 폭죽을 쏘고 나서 t 초 후의 높이를 $h \text{ m}$ 라고 하면
 $h = -20t^2 + 80t = -20(t^2 - 4t + 4) + 80$
 $= -20(t-2)^2 + 80$

t 는 시간, h 는 높이이므로
 $0 \leq t \leq 3, h \geq 0$
 이 범위에서 함수 $h = -20t^2 + 80t$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로
 $t = 2$ 일 때 h 의 최댓값은 80이다.
 따라서 폭죽은 최대 80 m까지 올라간다.



167 [답] 1초, 5 m
 공의 t 초 후의 높이를 $h \text{ m}$ 라고 하면
 $h = -5t^2 + 10t$
 $= -5(t^2 - 2t + 1) + 5$
 $= -5(t-1)^2 + 5$
 이므로 $t = 1$ 일 때 h 의 최댓값은 5이다.
 따라서 걸리는 시간은 1초이고 이때의 높이는 5 m이다.

168 [답] $a=4, b=9$
 $h = -2t^2 + 16t + 18$
 $= -2(t^2 - 8t + 16) + 50$
 $= -2(t-4)^2 + 50$
 이므로 $t = 4$ 일 때 h 의 최댓값은 50이다.
 따라서 공은 4초 후에 최고 높이 50 m에 도달한다.
 공이 지면에 도착하는 경우는 높이 h 가 0 m일 때이므로
 $-2t^2 + 16t + 18 = 0$
 $-2(t^2 - 8t - 9) = 0$
 $-2(t-9)(t+1) = 0$
 $\therefore t = -1$ 또는 $t = 9$
 그런데 $t > 0$ 이므로 $t = 9$
 따라서 공은 9초 후에 지면에 도착한다.
 $\therefore a = 4, b = 9$

169 [답] (i) 미지수 (ii) 미지수 (iii) 최댓값, 최솟값

II - 3 여러 가지 방정식

pp. 104 ~ 118

170 [답] 1) $x = -1$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

2) $x = -3$ 또는 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

3) $x = 2$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

4) $x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{4}$

5) $x = 0$ (중근) 또는 $x = 1$

1) $x^3 + 1^3 = 0$ 에서 $(x+1)(x^2-x+1) = 0$

$x+1=0$ 또는 $x^2-x+1=0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

2) $x^3 + 3^3 = 0$ 에서 $(x+3)(x^2-3x+9) = 0$

$x+3=0$ 또는 $x^2-3x+9=0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

3) $x^3 - 2^3 = 0$ 에서 $(x-2)(x^2+2x+4) = 0$

$x-2=0$ 또는 $x^2+2x+4=0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

4) $(2x)^3 - 3^3 = 0$ 에서 $(2x-3)(4x^2+6x+9) = 0$

$2x-3=0$ 또는 $4x^2+6x+9=0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{4}$

5) $x^3 - x^2 = 0$ 에서 $x^2(x-1) = 0$

$x^2=0$ 또는 $x-1=0$ $\therefore x=0$ (중근) 또는 $x=1$

171 [답] 1) $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm 2$

2) $x = \pm \frac{1}{2}i$ 또는 $x = \pm \frac{1}{2}$

3) $x = 0$ (중근) 또는 $x = \pm 1$

4) $x = 0$ (중근) 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$

1) $x^4 - 16 = 0$ 에서 $(x^2+4)(x^2-4) = 0$

$(x^2+4)(x-2)(x+2) = 0$

$\therefore x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm 2$

2) $16x^4 - 1 = 0$ 에서 $(4x^2+1)(4x^2-1) = 0$

$(4x^2+1)(2x-1)(2x+1) = 0$

$\therefore x = \pm \frac{1}{2}i$ 또는 $x = \pm \frac{1}{2}$

3) $x^4 - x^2 = 0$ 에서 $x^2(x^2-1) = 0$

$x^2(x+1)(x-1) = 0$

$\therefore x = 0$ (중근) 또는 $x = \pm 1$

4) $x^4 + x^3 - 2x^2 = 0$ 에서 $x^2(x^2+x-2) = 0$

$x^2(x+2)(x-1) = 0$

$\therefore x = 0$ (중근) 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$

172 [답] $A=0, B=0, C=0$

173 [답] 1) $x = -1$ 또는 $x = 2 \pm i$ 2) $x = 1$ 또는 $x = \pm i$

3) $x = 1$ 또는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ 로 놓으면

$f(-1) = 0$ 이므로 $x+1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} x^3 - 3x^2 + x + 5 & -1 & & & \\ = (x + \boxed{1})(x^2 - 4x + 5) & & 1 & -3 & 1 & 5 \\ & & & -1 & 4 & -5 \\ & & & & 1 & -4 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

즉, 주어진 방정식은

$(x + \boxed{1})(x^2 - 4x + 5) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2 \pm i$

2) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ 로

놓으면

$f(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

$\therefore f(x) = (x-1)(x^2+1)$

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 해는

$x = 1$ 또는 $x = \pm i$

3) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 2$ 로

놓으면

$f(1) = 1 + 2 - 5 + 2 = 0$

$\therefore f(x) = (x-1)(x^2+3x-2)$

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 해는

$x = 1$ 또는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

174 [답] 1) $x = \pm 1$ 또는 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

2) $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

1) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x - 1$ 로 놓으면

$f(1) = 0$ 이므로 $x-1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ & & 1 & -2 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -2 & -2 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = (x-1)(x^3 - 2x^2 - 2x + 1)$

$g(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ 로 놓으면

$g(-1) = 0$ 이므로 $x+1$ 은 $g(x)$ 의 인수이다.

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -2 & -2 & 1 \\ & & -1 & 3 & -1 \\ = (\boxed{x+1})(x^2 - 3x + 1) & & 1 & -3 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore f(x) = (x-1)(x+1)(x^2 - 3x + 1)$

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 해는

$x-1=0$ 또는 $x+1=0$ 또는 $x^2 - 3x + 1 = 0$

$\therefore x = \pm 1$ 또는 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

2) $f(x) = x^4 - 5x - 6$ 으로 놓으면

$$f(-1) = 1 + 5 - 6 = 0 \text{이므로}$$

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & 0 & 0 & -5 & -6 \\ & & -1 & 1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 6)$$

$g(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면

$$g(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0 \text{이므로}$$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$$g(x) = (x-2)(x^2 + x + 3)$$

$$\therefore f(x) = (x+1)(x-2)(x^2 + x + 3)$$

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 해는

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

175 [답] 1) $x=1$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{3}i$

2) $x=3$ 또는 $x = \frac{9 \pm \sqrt{3}i}{2}$

3) $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

1) $x+1=t$ 라고 하면

$$\begin{aligned} t^3 - 2^3 = 0 &\Rightarrow (t-2)(t^2 + 2t + 4) = 0 \text{에서} \\ (x+1-2)\{(x+1)^2 + 2(x+1) + 4\} &= 0 \\ (x-1)(x^2 + 4x + 7) &= 0 \\ \therefore x=1 \text{ 또는 } x &= -2 \pm \sqrt{3}i \end{aligned}$$

2) $x-4=t$ 라고 하면

$$\begin{aligned} t^3 + 1 = 0 &\Rightarrow (t+1)(t^2 - t + 1) = 0 \text{에서} \\ (x-4+1)\{(x-4)^2 - (x-4) + 1\} &= 0 \\ (x-3)(x^2 - 9x + 21) &= 0 \\ \therefore x=3 \text{ 또는 } x &= \frac{9 \pm \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

3) $x-2=t$ 라고 하면

$$\begin{aligned} t^3 - xt = 0 &\Rightarrow t(t^2 - x) = 0 \text{에서} \\ (x-2)\{(x-2)^2 - x\} &= 0 \\ (x-2)(x^2 - 5x + 4) &= 0 \\ (x-2)(x-1)(x-4) &= 0 \\ \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x &= 4 \end{aligned}$$

176 [답] 1) $x = -2$ (중근) 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}$

2) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

1) $x^2 + 4x - 1 = t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} t(t+4) - 5 &= 0 \\ t^2 + 4t - 5 &= 0 \\ (t+5)(t-1) &= 0 \quad \therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 1 \end{aligned}$$

(i) $t = -5$ 일 때, $x^2 + 4x - 1 = -5$ 에서

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

(ii) $t = 1$ 일 때, $x^2 + 4x - 1 = 1$ 에서

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{6}$$

(i), (ii)에서 $x = -2$ (중근) 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}$

2) $x^2 + 5x + 4 = t$ 로 놓으면

$$(t+2)t - 3 = 0$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$(t+3)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = -3 \text{ 또는 } t = 1$$

(i) $t = -3$ 일 때, $x^2 + 5x + 4 = -3$ 에서

$$x^2 + 5x + 7 = 0 \quad \therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t = 1$ 일 때, $x^2 + 5x + 4 = 1$ 에서

$$x^2 + 5x + 3 = 0 \quad \therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(i), (ii)에서 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

177 [답] $x = -1 \pm \sqrt{2}i$

$x^3 + x^2 + ax - 3 = 0$ 의 한 근이 1이므로

$$1 + 1 + a - 3 = 0 \quad \therefore a = \boxed{1}$$

$x^3 + x^2 + x - 3 = 0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \boxed{-1 \pm \sqrt{2}i}$$

따라서 나머지 두 근은 $x = \boxed{-1 \pm \sqrt{2}i}$ 이다.

178 [답] $x = 1 \pm \sqrt{2}$

$x^3 + ax^2 - 3x - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$$-1 + a + 3 - 1 = 0 \quad \therefore a = -1$$

$x^3 - x^2 - 3x - 1 = 0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ & & -1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}$$

따라서 나머지 두 근은 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 이다.

179 [답] 인수정리, 조립제법, $x-a$

180 ㉞ 1) $x = \pm 1$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

2) $x = \pm\sqrt{2}$ 또는 $x = \pm\sqrt{10}$

3) $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm\sqrt{3}$

4) $x = \pm 1$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

5) $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 3$

6) $x = \pm\sqrt{2}$ 또는 $x = \pm\sqrt{3}$

7) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2}$ 또는 $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}i}{2}$

8) $x = -1 \pm 2i$ 또는 $x = 1 \pm 2i$

1) $x^2 = t$ 로 놓으면

$x^4 = (x^2)^2 = t^2$ 이므로 주어진 방정식은

$$t^2 - 3t + 2 = 0, (t-1)(t-2) = 0$$

$\therefore t = 1$ 또는 $t = 2$

(i) $t = 1$ 일 때, $x^2 = 1$ 에서 $x = \boxed{\pm 1}$

(ii) $t = 2$ 일 때, $x^2 = 2$ 에서 $x = \boxed{\pm\sqrt{2}}$

따라서 구하는 해는 $x = \boxed{\pm 1}$ 또는 $x = \boxed{\pm\sqrt{2}}$

2) $x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 12t + 20 = 0, (t-2)(t-10) = 0$$

$\therefore t = 2$ 또는 $t = 10$

(i) $t = 2$ 일 때, $x^2 = 2$ 에서 $x = \pm\sqrt{2}$

(ii) $t = 10$ 일 때, $x^2 = 10$ 에서 $x = \pm\sqrt{10}$

따라서 구하는 해는 $x = \pm\sqrt{2}$ 또는 $x = \pm\sqrt{10}$

3) $x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 + t - 12 = 0, (t+4)(t-3) = 0$$

$\therefore t = -4$ 또는 $t = 3$

(i) $t = -4$ 일 때, $x^2 = -4$ 에서 $x = \pm 2i$

(ii) $t = 3$ 일 때, $x^2 = 3$ 에서 $x = \pm\sqrt{3}$

따라서 구하는 해는 $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm\sqrt{3}$

4) $x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 3t + 2 = 0, (t-1)(t-2) = 0 \quad \therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 2$$

(i) $t = 1$ 일 때, $x^2 = 1$ 에서 $x = \pm 1$

(ii) $t = 2$ 일 때, $x^2 = 2$ 에서 $x = \pm\sqrt{2}$

따라서 구하는 해는 $x = \pm 1$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

5) $x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$$

$\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$

(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$ 에서 $x = \pm 2$

(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$ 에서 $x = \pm 3$

따라서 구하는 해는 $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 3$

6) $x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 5t + 6 = 0, (t-2)(t-3) = 0 \quad \therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 3$$

(i) $t = 2$ 일 때, $x^2 = 2$ 에서 $x = \pm\sqrt{2}$

(ii) $t = 3$ 일 때, $x^2 = 3$ 에서 $x = \pm\sqrt{3}$

따라서 구하는 해는 $x = \pm\sqrt{2}$ 또는 $x = \pm\sqrt{3}$

7) $x^4 - x^2 + 16 = 0, x^4 + 8x^2 + 16 - 9x^2 = 0$

$$(x^2 + 4)^2 - (3x)^2 = 0, (x^2 + 3x + 4)(x^2 - 3x + 4) = 0$$

$$x^2 + 3x + 4 = 0 \text{ 또는 } x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

8) $x^4 + 6x^2 + 25 = 0, x^4 + 10x^2 + 25 - 4x^2 = 0$

$$(x^2 + 5)^2 - (2x)^2 = 0, (x^2 + 2x + 5)(x^2 - 2x + 5) = 0$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm 2i \text{ 또는 } x = 1 \pm 2i$$

181 ㉞ (1) x^2 (2) $A^2 - B^2 = 0$

182 ㉞ 1) $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = 1$ (중근)

3) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = -4 \pm \sqrt{15}$

4) $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

1) $x \neq 0$ 이므로 주어진 방정식의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 5x - 4 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$(t-1)(t+6) = 0$$

$\therefore t = 1$ 또는 $t = -6$

(i) $t = 1$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 1$ 에서

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t = -6$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -6$ 에서

$$x^2 + \boxed{6}x + 1 = 0 \quad \therefore x = \boxed{-3 \pm 2\sqrt{2}}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \boxed{-3 \pm 2\sqrt{2}} \text{이다.}$$

2) $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$$

이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 3t + 2 = 0, (t-1)(t-2) = 0$$

$\therefore t = 1$ 또는 $t = 2$

(i) $t=1$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=1$ 에서

$$x^2-x+1=0 \quad \therefore x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t=2$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=2$ 에서

$$x^2-2x+1=0, (x-1)^2=0 \quad \therefore x=1 \text{ (중근)}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는

$$x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x=1 \text{ (중근)}$$

3) $x^4+11x^3+26x^2+11x+1=0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2+11x+26+\frac{11}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+11\left(x+\frac{1}{x}\right)+26=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+11\left(x+\frac{1}{x}\right)+24=0$$

이때, $x+\frac{1}{x}=t$ 로 놓으면

$$t^2+11t+24=0, (t+3)(t+8)=0$$

$$\therefore t=-3 \text{ 또는 } t=-8$$

(i) $t=-3$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=-3$ 에서

$$x^2+3x+1=0 \quad \therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$$

(ii) $t=-8$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=-8$ 에서

$$x^2+8x+1=0 \quad \therefore x=-4\pm\sqrt{15}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2} \text{ 또는 } x=-4\pm\sqrt{15}$$

4) $x^4-3x^3-2x^2-3x+1=0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2-3x-2-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}-3\left(x+\frac{1}{x}\right)-2=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-3\left(x+\frac{1}{x}\right)-4=0$$

이때, $x+\frac{1}{x}=t$ 로 놓으면

$$t^2-3t-4=0, (t-4)(t+1)=0$$

$$\therefore t=4 \text{ 또는 } t=-1$$

(i) $t=4$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=4$ 에서

$$x^2-4x+1=0 \quad \therefore x=2\pm\sqrt{3}$$

(ii) $t=-1$ 일 때, $x+\frac{1}{x}=-1$ 에서

$$x^2+x+1=0 \quad \therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는

$$x=2\pm\sqrt{3} \text{ 또는 } x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

183 **답** (i) x^2 (ii) $x+\frac{1}{x}$ (iii) $x+\frac{1}{x}$

184 **답** 1) -4 2) 3 3) 5 4) -3 5) $\frac{3}{5}$ 6) 10

1) $\alpha+\beta+\gamma=-4$

2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$

3) $\alpha\beta\gamma=-(-5)=5$

4) $(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1)$

$$=(\alpha\beta-\alpha-\beta+1)(\gamma-1)$$

$$=\alpha\beta\gamma-\alpha\gamma-\beta\gamma+\gamma-\alpha\beta+\alpha+\beta-1$$

$$=\alpha\beta\gamma-(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)-1$$

$$=5-3-4-1=-3$$

5) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{3}{5}$

6) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$$=(-4)^2-2\cdot 3$$

$$=16-6=10$$

185 **답** 1) 2 2) 4 3) 8 4) $\frac{1}{2}$ 5) -4 6) 0

1) $\alpha+\beta+\gamma=-(-2)=2$

2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$

3) $\alpha\beta\gamma=-(-8)=8$

4) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

5) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

$$=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$$

$$=2^2-2\cdot 4=-4$$

6) $\alpha+\beta+\gamma=2$ 이므로

$$\alpha+\beta=2-\gamma, \beta+\gamma=2-\alpha, \gamma+\alpha=2-\beta$$

$$\therefore (\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$$

$$=(2-\gamma)(2-\alpha)(2-\beta)$$

$$=8-4(\alpha+\beta+\gamma)+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$$

$$=8-4\cdot 2+2\cdot 4-8=0$$

186 **답** (1) $-\frac{b}{a}$ (2) $\frac{c}{a}$ (3) $-\frac{d}{a}$

187 **답** 1) $x^3-5x^2+2x+8=0$

2) $x^3+x^2-2x=0$

3) $x^3-11x^2+38x-40=0$

4) $x^3+9x^2+23x+15=0$

5) $x^3+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{1}{16}=0$

1) $x^3-(-1+2+4)x^2+(-2+8-4)x-(-1)\cdot 2\cdot 4=0$

$$\therefore x^3-5x^2+2x+8=0$$

2) $x^3-(0+1-2)x^2+(0-2+0)x-0\cdot 1\cdot (-2)=0$

$$\therefore x^3+x^2-2x=0$$

3) $x^3 - (2+5+4)x^2 + (10+20+8)x - 2 \cdot 5 \cdot 4 = 0$
 $\therefore x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$

4) $x^3 - (-1-3-5)x^2 + (3+15+5)x - (-1) \cdot (-3) \cdot (-5) = 0$
 $\therefore x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0$

5) $x^3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right)x - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$
 $\therefore x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{16} = 0$

188 [답] 1) $x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$ 2) $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$
 $\alpha + \beta + \gamma = -3, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -2, \alpha\beta\gamma = 1$

1) $x^3 - (-\alpha - \beta - \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - (-\alpha\beta\gamma) = 0$
 $x^3 + (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x + \alpha\beta\gamma = 0$
 $\therefore x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$

2) $x^3 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}\right)x^2 + \left(\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha}\right)x - \frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 0$
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = -2$
 $\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = -3$
 $\frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 1$
 $\therefore x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$

189 [답] $\alpha + \beta + \gamma, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha, \alpha\beta\gamma$

190 [답] 1) $a=9, b=-5$ 2) $a=10, b=-8$
 3) $a=1, b=-1$ 4) $a=-4, b=9$
 5) $a=-3, b=1$

1) 계수가 모두 실수이고, 한 근이 $2+i$ 이므로 다른 한 근은 $2-i$ 이다. 나머지 한 근을 a 라고 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2+i) + (2-i) + a = 5 \quad \therefore a = 1$
 $(2+i)(2-i) + (2+i) \cdot 1 + (2-i) \cdot 1 = a$
 $\therefore a = \boxed{9}$
 $(2+i)(2-i) \cdot 1 = -b \quad \therefore b = \boxed{-5}$

2) 계수가 모두 실수이고, 한 근이 $1+i$ 이므로 다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 나머지 한 근을 a 라고 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $(1+i) + (1-i) + a = 6 \quad \therefore a = 4$
 $(1+i)(1-i) + (1+i) \cdot 4 + (1-i) \cdot 4 = a$
 $\therefore a = 10$
 $(1+i)(1-i) \cdot 4 = -b \quad \therefore b = -8$

3) 계수가 모두 실수이고, 한 근이 $-i$ 이므로 다른 한 근은 i 이다. 나머지 한 근을 a 라고 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $(-i) + i + a = 1 \quad \therefore a = 1$
 $(-i) \cdot i + (-i) \cdot 1 + i \cdot 1 = a \quad \therefore a = 1$
 $(-i) \cdot i \cdot 1 = -b \quad \therefore b = -1$

4) 세 근을 각각 $1-2i, 1+2i, a$ 라고 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $(1-2i)(1+2i) \cdot a = 10 \quad \therefore a = 2$
 $(1-2i) + (1+2i) + 2 = -a \quad \therefore a = -4$
 $(1-2i)(1+2i) + 2(1-2i) + 2(1+2i) = b$
 $\therefore b = 9$

5) 세 근을 각각 $2-i, 2+i, a$ 라고 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2-i)(2+i) \cdot a = -5 \quad \therefore a = -1$
 $(2-i) + (2+i) + (-1) = -a \quad \therefore a = -3$
 $(2-i)(2+i) + (2-i)(-1) + (2+i)(-1) = b$
 $\therefore b = 1$

191 [답] $a - bi$

192 [답] 1) 1 2) 0 3) -1 4) 1 5) -1 6) 0

$x^3 = 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0, (x-1)(x^2+x+1) = 0$
 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근이 ω 이므로
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1$
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 의 두 근이 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\omega + \bar{\omega} = -1, \omega\bar{\omega} = 1$

1) $\omega^3 = 1$ 2) $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 3) $\omega + \bar{\omega} = -1$
 4) $\omega\bar{\omega} = 1$ 5) $\omega + \frac{1}{\omega} = \omega + \bar{\omega} = -1$
 6) $\omega^5 + \omega^4 + \omega^3 + \omega^2 + \omega + 1$
 $= \omega^3(\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1)$
 $= 0 (\because \omega^2 + \omega + 1 = 0)$

193 [답] 1) -1 2) 0 3) 1 4) 1 5) 1 6) 0

$x^3 = -1$ 에서 $x^3 + 1 = 0, (x+1)(x^2-x+1) = 0$
 방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근이 ω 이므로
 $\omega^2 - \omega + 1 = 0, \omega^3 = -1$
 $\omega^2 - \omega + 1 = 0$ 의 두 근이 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\omega + \bar{\omega} = 1, \omega\bar{\omega} = 1$

1) $\omega^3 = -1$ 2) $\omega^2 - \omega + 1 = 0$ 3) $\omega + \bar{\omega} = 1$
 4) $\omega\bar{\omega} = 1$ 5) $\omega + \frac{1}{\omega} = \omega + \bar{\omega} = 1$
 6) $\omega^5 + \omega^4 + \omega^3 + \omega^2 + \omega + 1$
 $= \omega^3(\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1)$
 $= -(\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1) = 0$

- 194 [답] (1) ① $1, \omega^2 + \omega + 1$ ② $-1, 1, \bar{\omega}$
 (2) ① $-1, \omega^2 - \omega + 1$ ② $1, 1, -\bar{\omega}$

- 195 [답] 1) $x=2, y=1$ 2) $x=1, y=2$
 3) $x=3, y=4$ 4) $x=-2, y=-1$
 5) $x=1, y=-1$ 6) $x=1, y=0$
 7) $x=-\frac{1}{2}, y=-\frac{3}{2}$

- 1) ①을 ②에 대입하면 $3y-1=3-y$
 $4y=4 \quad \therefore y=1$
 이것을 ②에 대입하면 $x=2$
- 2) ①을 ②에 대입하면 $y=4(y-1)-2$
 $3y=6 \quad \therefore y=2$
 이것을 ①에 대입하면 $x=1$
- 3) ②을 ①에 대입하면 $2x-(x+1)=2$
 $x-1=2 \quad \therefore x=3$
 이것을 ②에 대입하면 $y=4$
- 4) ②을 ①에 대입하면 $2(3y+1)-4y=0$
 $2y=-2 \quad \therefore y=-1$
 이것을 ②에 대입하면 $x=-2$
- 5) ①+②을 하면 $4x=4 \quad \therefore x=1$
 이것을 ①에 대입하면 $y=-1$
- 6) ①+②을 하면 $5x=5 \quad \therefore x=1$
 이것을 ②에 대입하면 $y=0$
- 7) ①+② $\times 2$ 를 하면 $10x=-5 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$
 이것을 ②에 대입하면 $y=-\frac{3}{2}$

- 196 [답] ① 가감법 ② 대입법

- 197 [답] 1) $\begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$
 2) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
 3) $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$
 4) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

- 1) $\begin{cases} 2x+y=5 & \dots\dots \text{㉠} \\ x^2+y^2=25 & \dots\dots \text{㉡} \end{cases}$
 ㉠에서 $y=5-2x \dots\dots \text{㉢}$
 ㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(5-2x)^2=25$
 $5x^2-20x=0, 5x(x-4)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=4$
 이것을 ㉢에 대입하여 y 의 값을 구하면
 (i) $x=0$ 일 때, $y=5$

(ii) $x=4$ 일 때, $y=-3$
 $\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

- 2) $\begin{cases} x-y=2 & \dots\dots \text{㉠} \\ x^2+y^2=10 & \dots\dots \text{㉡} \end{cases}$
 ㉠에서 $x=2+y \dots\dots \text{㉢}$
 ㉢을 ㉡에 대입하면 $(2+y)^2+y^2=10$
 $4+4y+2y^2=10 \Leftrightarrow y^2+2y-3=0$
 $(y+3)(y-1)=0 \quad \therefore y=-3$ 또는 $y=1$
 이것을 ㉢에 대입하면 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x+y=4 & \dots\dots \text{㉠} \\ x^2+xy+y^2=13 & \dots\dots \text{㉡} \end{cases}$
 ㉠에서 $x=4-y \dots\dots \text{㉢}$
 ㉢을 ㉡에 대입하면 $(4-y)^2+y(4-y)+y^2=13$
 $16-8y+y^2+4y-y^2+y^2=13 \Leftrightarrow y^2-4y+3=0$
 $(y-1)(y-3)=0 \quad \therefore y=1$ 또는 $y=3$
 이것을 ㉢에 대입하면 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} 2x+y=3 & \dots\dots \text{㉠} \\ x^2+xy+y^2=3 & \dots\dots \text{㉡} \end{cases}$
 ㉠에서 $y=3-2x \dots\dots \text{㉢}$
 ㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+x(3-2x)+(3-2x)^2=3$
 $x^2+3x-2x^2+9-12x+4x^2=3$
 $3x^2-9x+6=0 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$
 $(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=2$
 이것을 ㉢에 대입하면 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

- 198 [답] 미지수, 이차방정식

- 199 [답] 1) $\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$
 2) $\begin{cases} x=0 \\ y=\sqrt{3}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=0 \\ y=-\sqrt{3}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$
 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$
 3) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$
 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$
 4) $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{13} \\ y=\sqrt{13} \end{cases}$
 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{13} \\ y=-\sqrt{13} \end{cases}$

$$1) \begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 & \text{..... } \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 10 & \text{..... } \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $(x+y)(x-3y)=0$
 $\therefore x=-y$ 또는 $x=3y$
 (i) $x=-y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $y^2+y^2=10, y^2=5$
 $\therefore y=\pm\sqrt{5}$
 $\therefore x=\pm\sqrt{5}, y=\mp\sqrt{5}$ (복부호 동순)
 (ii) $x=3y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $9y^2+y^2=10$
 $y^2=1 \quad \therefore y=\pm 1$
 $\therefore x=\boxed{\pm 3}, y=\pm 1$ (복부호 동순)
 (i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\boxed{3} \\ y=1 \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x=\boxed{-3} \\ y=-1 \end{cases}$

$$2) \begin{cases} x^2 - xy = 0 & \text{..... } \textcircled{1} \\ 2xy - y^2 = 3 & \text{..... } \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $x(x-y)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=y$
 (i) $x=0$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $-y^2=3 \Rightarrow y^2=-3$
 $\therefore y=\pm\sqrt{3}i$
 $\therefore x=0, y=\pm\sqrt{3}i$
 (ii) $x=y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $2y^2-y^2=3 \Rightarrow y^2=3$
 $\therefore y=\pm\sqrt{3}$
 $\therefore x=\pm\sqrt{3}, y=\pm\sqrt{3}$ (복부호 동순)
 (i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=0 \\ y=\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=0 \\ y=-\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

$$3) \begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 & \text{..... } \textcircled{1} \\ 2x^2 + y^2 = 9 & \text{..... } \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $(x-2y)(x+y)=0$
 $\therefore x=2y$ 또는 $x=-y$
 (i) $x=2y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $8y^2+y^2=9 \Rightarrow y^2=1 \quad \therefore y=\pm 1$
 $\therefore x=\pm 2, y=\pm 1$ (복부호 동순)
 (ii) $x=-y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $2y^2+y^2=9 \Rightarrow y^2=3 \quad \therefore y=\pm\sqrt{3}$
 $\therefore x=\pm\sqrt{3}, y=\mp\sqrt{3}$ (복부호 동순)
 (i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$

$$4) \begin{cases} x^2 - 6xy - 5y^2 = 0 & \text{..... } \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 26 & \text{..... } \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $(x-5y)(x-y)=0$
 $\therefore x=5y$ 또는 $x=y$
 (i) $x=5y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $25y^2+y^2=26 \Rightarrow y^2=1 \quad \therefore y=\pm 1$
 $\therefore x=\pm 5, y=\pm 1$ (복부호 동순)
 (ii) $x=y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $2y^2=26 \Rightarrow y^2=13 \quad \therefore y=\pm\sqrt{13}$
 $\therefore x=\pm\sqrt{13}, y=\pm\sqrt{13}$ (복부호 동순)
 (i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{13} \\ y=\sqrt{13} \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{13} \\ y=-\sqrt{13} \end{cases}$

200 **답** (i) 인수분해 (ii) 이차방정식

201 **답** 1) $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$

1) x, y 의 합은 8이고 곱이 15이므로
 두 수 x, y 는 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 t 에 대한 이차방정식 $t^2-8t+15=0$ 의 두 근이 된다.

인수분해하면 $(t-3)(t-5)=0$ 이므로

$$t=\boxed{3} \text{ 또는 } t=\boxed{5}$$

따라서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\boxed{3} \\ y=\boxed{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

2) 두 수 x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-2t-8=0$ 의
 두 근이 된다.

$$(t-4)(t+2)=0 \quad \therefore t=4 \text{ 또는 } t=-2$$

따라서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$$

3) 두 수 x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-9t+20=0$ 의
 두 근이 된다.

$$(t-4)(t-5)=0 \quad \therefore t=4 \text{ 또는 } t=5$$

따라서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$$

202 **답** 1) $\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=-8 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-8 \\ y=-4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$

1) $x+y=u, xy=v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2-2v=80 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ v=32 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $u^2-64=80$

$$u^2=144 \quad \therefore u=\boxed{\pm 12}$$

(i) $u=12, v=32$, 즉 $x+y=12, xy=32$ 일 때

x, y 는 이차방정식 $t^2-12t+32=0$ 의 두 근이므로

$$(t-4)(t-8)=0 \quad \therefore t=4 \text{ 또는 } t=8$$

$$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$$

(ii) $u=-12, v=32$, 즉 $x+y=-12, xy=32$ 일 때

x, y 는 이차방정식 $t^2+12t+32=0$ 의 두 근이므로

$$(t+4)(t+8)=0 \quad \therefore t=-4 \text{ 또는 } t=\boxed{-8}$$

$$\therefore \begin{cases} x=-4 \\ y=-8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-8 \\ y=-4 \end{cases}$$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4 \\ y=-8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-8 \\ y=-4 \end{cases}$$

2) $x+y=u, xy=v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=-1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ u^2-4v=1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $v=u+1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$u^2-4(u+1)=1, u^2-4u-5=0, (u-5)(u+1)=0$$

$$\therefore u=5 \text{ 또는 } u=-1$$

(i) $u=5, v=6$, 즉 $x+y=5, xy=6$ 일 때

x, y 는 이차방정식 $t^2-5t+6=0$ 의 두 근이므로

$$(t-2)(t-3)=0 \quad \therefore t=2 \text{ 또는 } t=3$$

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

(ii) $u=-1, v=0$, 즉 $x+y=-1, xy=0$ 일 때

x, y 는 이차방정식 $t^2+t=0$ 의 두 근이므로

$$t(t+1)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=-1$$

$$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$$

203 $\textcircled{1}$ $t^2-ut+v=0$, 대칭식

204 $\textcircled{1}$ $a=25, b=15$

길이가 160 cm인 철사를 잘라서 한 변의 길이가 각각

a cm, b cm인 두 개의 정사각형을 만들었으므로

$$4a+4b=160 \quad \therefore a+b=40 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이 두 정사각형의 넓이의 합이 850 cm^2 이므로

$$a^2+b^2=\boxed{850} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $a=40-b$

이것을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$(40-b)^2+b^2=850, b^2-40b+375=0$$

$$(b-25)(b-15)=0 \quad \therefore b=25 \text{ 또는 } b=15$$

$$\therefore a=\boxed{25}, b=\boxed{15} (\because a>b)$$

205 $\textcircled{1}$ $a=7, b=5$

문제의 조건에서 식을 세우면

$$\begin{cases} 4a+4b=48 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a^2+b^2=74 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $a+b=12, b=12-a$

$b=12-a$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$a^2+(12-a)^2=74 \Leftrightarrow a^2-12a+35=0$$

$$(a-5)(a-7)=0 \quad \therefore a=5 \text{ 또는 } a=7$$

$$\therefore \begin{cases} a=5 \\ b=7 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} a=7 \\ b=5 \end{cases}$$

그런데 $a>b$ 이므로 $a=7, b=5$

206 $\textcircled{1}$ 83

처음 두 자리 정수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} x^2+y^2=73 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (10y+x)+(10x+y)=\boxed{121} \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 정리하면 $x+y=11$ 이므로 $y=11-x$

$y=11-x$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x^2+(11-x)^2=73, x^2-11x+24=0$$

$$(x-3)(x-8)=0 \quad \therefore x=3 \text{ 또는 } x=8$$

$$\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$$

$x>y$ 이므로 $x=8, y=\boxed{3}$

따라서 처음 정수는 $\boxed{83}$ 이다.

207 $\textcircled{1}$ 84

처음 두 자리 정수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} x^2+y^2=80 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (10y+x)+(10x+y)=132 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 정리하면 $x+y=12$ 이므로 $y=12-x$

$y=12-x$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x^2+(12-x)^2=80, x^2+144-24x+x^2=80$$

$$2x^2-24x+144=80, x^2-12x+32=0$$

$$(x-4)(x-8)=0 \quad \therefore x=4 \text{ 또는 } x=8$$

$$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$$

$x>y$ 이므로 $x=8, y=4$

따라서 처음 정수는 84이다.

208 [답] (i) 미지수 (ii) 연립방정식 (iii) 해

209 [답] 1) (1, 1), (4, 2) 2) (1, 2), (2, 1), (4, 5), (5, 4)
3) (1, 3), (2, 2), (4, 6), (5, 5)

1) $xy - 3x + 2y = 0$ 에서 $x(y-3) + 2(y-3) = -6$
 $(x+2)(y-3) = -6$

$x+2$	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$y-3$	1	2	3	6	-6	-3	-2	-1

이를 만족하는 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는
(-8, 4), (-5, 5), (-4, 6), (-3, 9),
(-1, -3), (0, 0), (1, 1), (4, 2)
따라서 x, y 는 자연수이므로 구하는 해는
(1, 1), (4, 2)

2) $xy - 3x - 3y + 7 = 0$ 에서
 $x(y-3) - 3(y-3) = 2 \Leftrightarrow (x-3)(y-3) = 2$

$x-3$	-2	-1	1	2
$y-3$	-1	-2	2	1

이를 만족하는 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는
(1, 2), (2, 1), (4, 5), (5, 4)이고 x, y 는 모두
자연수이므로 모두 구하는 해이다.

3) $xy - 4x - 3y + 10 = 0$ 에서
 $x(y-4) - 3(y-4) = 2 \Leftrightarrow (x-3)(y-4) = 2$

$x-3$	-2	-1	1	2
$y-4$	-1	-2	2	1

이를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는
(1, 3), (2, 2), (4, 6), (5, 5)이다.

210 [답] 1) $x = -1, y = 2$ 2) $x = 2, y = 4$

1) 주어진 식을 변형하면
 $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0$
 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 0$
이때, x, y 가 실수이므로
 $x+1=0, y-2=0$
 $\therefore x = -1, y = 2$

2) $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 8y + 16) = 0$
 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 0$
이때, x, y 가 실수이므로 $x-2=0, y-4=0$
 $\therefore x = 2, y = 4$

211 [답] (1) (일차식) × (일차식) (2) ① $A = B = 0$ ② $D \geq 0$

II - 4 여러 가지 부등식

pp. 119 ~ 135

212 [답] 1) $-9 \leq 3x \leq 3$ 2) $2 \leq x + 5 \leq 6$
3) $1 \leq -x + 2 \leq 5$ 4) $-1 \leq \frac{x+1}{2} \leq 1$

3) $-1 \leq -x \leq 3 \quad \therefore 1 \leq -x + 2 \leq 5$

4) $-2 \leq x + 1 \leq 2 \quad \therefore -1 \leq \frac{x+1}{2} \leq 1$

213 [답] 1) $-4 < 4x \leq 8$ 2) $1 < x + 2 \leq 4$

3) $-2 \leq -2x + 2 < 4$ 4) $\frac{1}{3} < \frac{x+2}{3} \leq \frac{4}{3}$

3) $-4 \leq -2x < 2 \quad \therefore -2 \leq -2x + 2 < 4$

4) $1 < x + 2 \leq 4 \quad \therefore \frac{1}{3} < \frac{x+2}{3} \leq \frac{4}{3}$

214 [답] 1) $4 \leq x + y \leq 12$ 2) $-4 \leq x - y \leq 4$

3) $3 \leq xy \leq 35$ 4) $\frac{3}{7} \leq \frac{x}{y} \leq 5$

2) $3 \leq x \leq 5, -7 \leq -y \leq -1$

$\therefore -4 \leq x - y \leq 4$

4) $3 \leq x \leq 5, \frac{1}{7} \leq \frac{1}{y} \leq 1 \quad \therefore \frac{3}{7} \leq \frac{x}{y} \leq 5$

215 [답] 1) $8 < x + y < 12$ 2) $-6 < x - y < -2$

3) $12 < xy < 32$ 4) $\frac{1}{4} < \frac{x}{y} < \frac{2}{3}$

2) $2 < x < 4, -8 < -y < -6$

$\therefore -6 < x - y < -2$

4) $2 < x < 4, \frac{1}{8} < \frac{1}{y} < \frac{1}{6} \quad \therefore \frac{1}{4} < \frac{x}{y} < \frac{2}{3}$

216 [답] (1) $>$ (2) $>$, $>$ (3) $>$, $>$ (4) $<$, $<$

217 [답] 1) $x < 2$ 2) $x > 3$ 3) $x < 7$

4) $x \geq -3$ 5) $x < -1$

1) $3x + 2 < 8 \Leftrightarrow 3x < 6 \quad \therefore x < 2$

2) $3x - 2 > x + 4 \Leftrightarrow 2x > 6 \quad \therefore x > 3$

3) $3(x-4) < x + 2 \Leftrightarrow 3x - 12 < x + 2 \quad \therefore x < 7$

4) $\frac{3}{4}x - \frac{2x-7}{4} \geq 1 \Leftrightarrow 3x - (2x-7) \geq 4$

$\therefore x \geq -3$

5) $\frac{2}{3}x + 1 < \frac{1-x}{6} \Leftrightarrow 4x + 6 < 1 - x \quad \therefore x < -1$

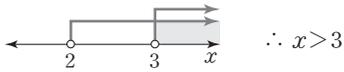
218 [답] 1) $-2 < x \leq 3$ 2) $x > 3$ 3) $-3 \leq x < 2$

1) $x \leq 3, x > -2$

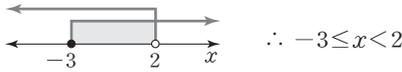


$\therefore -2 < x \leq 3$

2) $2x > 6 \Rightarrow x > 3$ $-3x < -6 \Rightarrow x > 2$



3) $2x \geq -6 \Rightarrow x \geq -3$ $3x < 6 \Rightarrow x < 2$



219 **답** (i) $x > \frac{b}{a}$ (ii) $x < \frac{b}{a}$ (iii) 없다, 모든 실수이다.

220 **답** 1) $1 < x < 2$ 2) $-2 \leq x \leq 6$ 3) $-3 \leq x \leq 2$

4) $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$ 5) $x < 3$ 또는 $x > 9$

1) $|2x-3| < 1$ 에서 $-1 < 2x-3 < 1$

$-1 < 2x-3$ 에서 $x > \boxed{1}$ ㉠

$2x-3 < 1$ 에서 $x < \boxed{2}$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\boxed{1} < x < \boxed{2}$

2) $-4 \leq x-2 \leq 4$

$-4 \leq x-2$ 에서 $x \geq -2$ ㉢

$x-2 \leq 4$ 에서 $x \leq 6$ ㉣

㉢, ㉣에서 $-2 \leq x \leq 6$

3) $-5 \leq 2x+1 \leq 5$

$-5 \leq 2x+1$ 에서 $x \geq -3$ ㉤

$2x+1 \leq 5$ 에서 $x \leq 2$ ㉥

㉤, ㉥에서 $-3 \leq x \leq 2$

4) $2-x \geq 3, x \leq -1$ ㉦

$2-x \leq -3, x \geq 5$ ㉧

㉦, ㉧에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$



5) $2 - \frac{x}{3} > 1, 6-x > 3, x < 3$ ㉨

$2 - \frac{x}{3} < -1, 6-x < -3, x > 9$ ㉩

㉨, ㉩에서 $x < 3$ 또는 $x > 9$

221 **답** 1) $-2 \leq x \leq 2$ 2) $x < 0$ 또는 $x > 6$

1)(i) $x < -1$ 일 때,

$-(x+1)-(x-1) \leq 4 \quad \therefore x \geq -2$

그런데 $x < -1$ 이므로 $\boxed{-2} \leq x < -1$ ㉠

(ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때,

$(x+1)-(x-1) \leq 4$ 에서 $2 \leq 4$ 이므로 주어진

부등식은 이 범위에서 항상 성립한다.

$\therefore -1 \leq x < 1$ ㉡

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$(x+1)+(x-1) \leq 4 \quad \therefore x \leq 2$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $1 \leq x \leq \boxed{2}$ ㉢

따라서 구하는 해는 ㉠, ㉡, ㉢에서 $\boxed{-2} \leq x \leq \boxed{2}$ 이다.

2)(i) $x < 1$ 일 때,

$-2(x-4)-(x-1) > 9$

$-3x > 0$

$\therefore x < 0$ ㉣

(ii) $1 \leq x < 4$ 일 때,

$-2(x-4)+(x-1) > 9$

$-x > 2 \quad \therefore x < -2$

따라서 이 범위에서 해는 없다. ㉤

(iii) $x \geq 4$ 일 때,

$2(x-4)+(x-1) > 9$

$3x > 18$

$\therefore x > 6$ ㉥

㉣, ㉤, ㉥에서 $x < 0$ 또는 $x > 6$

222 **답** (1) $-a < x < a$ (2) $x < -a, x > a$

(3) $a < x < b, -b < x < -a$

223 **답** 1) 4 2) 해설 참조

3) ① $x=1$ 또는 $x=3$ ② $1 < x < 3$

③ $x < 1$ 또는 $x > 3$ ④ $1 \leq x \leq 3$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$

1) $f(1)=0, f(2)=-1, f(3)=0, f(4)=3 > 0$ 이므로 $x=4$ 일 때 $f(x)$ 가 양의 값을 가진다.

$\therefore x=4$

2)

x의 값의 범위	$x-1$	$x-3$	$(x-1)(x-3)$
$x < 1$	-	-	+
$x = 1$	0	-	0
$1 < x < 3$	+	-	-
$x = 3$	+	0	0
$x > 3$	+	+	+

224 **답** $-2 < x < 1$

$x^2+x-2=(x+\boxed{2})(x-\boxed{1})$

x의 값의 범위	$x+2$	$x-1$	$(x+2)(x-1)$
$x < -2$	-	-	+
$x = -2$	0	-	0
$-2 < x < 1$	+	-	-
$x = 1$	+	0	0
$x > 1$	+	+	+

$x^2+x-2=(x+\boxed{2})(x-\boxed{1}) < 0$ 을 만족시키는 x의 값의 범위는 $\boxed{-2} < x < \boxed{1}$ 이다.

225 **답** -, -, -, +, +, 0, -, 0, +

- 226 ㉠ 1) $-7 \leq x \leq 2$ 2) $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$
 3) $5 < x < 6$ 4) $\frac{1}{2} < x < 3$ 5) $1 \leq x \leq 2$
 6) $x < 1$ 또는 $x > \frac{3}{2}$ 7) $-3 \leq x \leq 2$
 8) $-\frac{1}{2} < x < 4$ 9) $x \leq -7$ 또는 $x \geq 1$

1) 부등식의 좌변을 인수분해하면

$$(x + \boxed{7})(x - \boxed{2}) \leq 0$$

따라서 부등식의 해는 $\boxed{-7} \leq x \leq \boxed{2}$

- 2) $x(x-4) \geq 0 \quad \therefore x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$
 3) $(x-5)(x-6) < 0 \quad \therefore 5 < x < 6$
 4) $(2x-1)(x-3) < 0 \quad \therefore \frac{1}{2} < x < 3$
 5) $(x-1)(x-2) \leq 0 \quad \therefore 1 \leq x \leq 2$
 6) $(2x-3)(x-1) > 0 \quad \therefore x < 1$ 또는 $x > \frac{3}{2}$
 7) $x^2+x-6=(x+3)(x-2) \leq 0$
 $\therefore -3 \leq x \leq 2$
 8) $2x^2-7x-4=(2x+1)(x-4) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{2} < x < 4$
 9) $x^2+6x-7=(x+7)(x-1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -7$ 또는 $x \geq 1$

- 227 ㉠ (1) $x < p$ 또는 $x > q$ (2) $p < x < q$
 (3) $x \leq p$ 또는 $x \geq q$ (4) $p \leq x \leq q$

- 228 ㉠ 1) 모든 실수 2) 해는 없다. 3) $x \neq -1$ 인 모든 실수
 4) 모든 실수 5) 모든 실수 6) $x \neq 5$ 인 모든 실수
 7) 해는 없다. 8) $x \neq -\sqrt{3}$ 인 모든 실수
 9) $x = \frac{3}{2}$

1) 이차방정식 $x^2-4x+4=0$ 의 판별식 $\frac{D}{4}$ 를 구하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times 4 = \boxed{0}$$

부등식의 좌변을 완전제곱 꼴로 변형하면

$$x^2-4x+4 = (x - \boxed{2})^2 \geq 0$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여 $(x - \boxed{2})^2 \geq 0$ 이므로
 주어진 부등식의 해는 $\boxed{\text{모든 실수}}$ 이다.

2) $\frac{D}{4} = 2^2 - 4 = 0, x^2+4x+4 = (x+2)^2 < 0$

\therefore 해는 없다.

3) $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 = 0, x^2+2x+1 = (x+1)^2 > 0$

$\therefore x \neq -1$ 인 모든 실수

4) $\frac{D}{4} = (-3)^2 - 9 = 0, 9x^2-6x+1 = (3x-1)^2 \geq 0$

\therefore 모든 실수

5) $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 16 = 0, 16x^2-8x+1 = (4x-1)^2 \geq 0$
 \therefore 모든 실수

6) $x^2-10x+25 > 0, \frac{D}{4} = (-5)^2 - 25 = 0$

$x^2-10x+25 = (x-5)^2 > 0 \quad \therefore x \neq 5$ 인 모든 실수

7) $x^2-2x+1 < 0, \frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 = 0$

$x^2-2x+1 = (x-1)^2 < 0 \quad \therefore$ 해는 없다.

8) $\frac{D}{4} = (\sqrt{3})^2 - 3 = 0, x^2+2\sqrt{3}x+3 = (x+\sqrt{3})^2 > 0$

$\therefore x \neq -\sqrt{3}$ 인 모든 실수

9) $4x^2-12x+9 \leq 0, \frac{D}{4} = (-6)^2 - 36 = 0$

$4x^2-12x+9 = (2x-3)^2 \leq 0 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

- 229 ㉠ (1) $x \neq p$ 인 모든 실수 (2) 없다. (3) 모든 실수
 (4) $x = p$

- 230 ㉠ 1) 모든 실수 2) 모든 실수 3) 해는 없다.
 4) 해는 없다. 5) 모든 실수 6) 해는 없다.
 7) 해는 없다. 8) 모든 실수 9) 모든 실수

1) 이차방정식 $x^2+3x+4=0$ 의 판별식 D 를 구하면

$$D = 3^2 - 4 \times 1 \times 4 = -7 < 0$$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 $\boxed{\text{모든 실수}}$ 이다.

2) $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 3 = -2 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.

3) $D = 1^2 - 4 = -3 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 없다.

4) $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 = -11 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 없다.

5) $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 10 = -6 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.

6) $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -39 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $2 > 0$ 이므로 해는 없다.

7) $\frac{D}{4} = 1^2 - 3 \cdot 1 = -2 < 0$

이때, x^2 의 계수는 $3 > 0$ 이므로 해는 없다.

8) $x^2-4x+5 \geq 0$

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 5 = -1 < 0$$

이때, x^2 의 계수는 $1 > 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.

9) $2x^2-2x+3 \geq 0$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2 \cdot 3 = -5 < 0$$

이때, x^2 의 계수는 $2 > 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.

- 231 ㉠ (1) 모든 실수 (2) 없다. (3) 모든 실수 (4) 없다.

- 232 **답** 1) $x^2-6x+8<0$ 2) $x^2-2x-3<0$
 3) $x^2+5x+6<0$ 4) $x^2-x-12\leq 0$
 5) $x^2-4x-5>0$ 6) $x^2-12x+32\geq 0$
 7) $x^2-7x+12>0$ 8) $x^2+4x-5>0$
- 1) $(x-\boxed{2})(x-4)<0$ 에서 $x^2-\boxed{6}x+\boxed{8}<0$
 2) $(x+1)(x-3)<0 \Rightarrow x^2-2x-3<0$
 3) $(x+3)(x+2)<0 \Rightarrow x^2+5x+6<0$
 4) $(x+3)(x-4)\leq 0 \Rightarrow x^2-x-12\leq 0$
 5) $(x+1)(x-5)>0 \Rightarrow x^2-4x-5>0$
 6) $(x-4)(x-8)\geq 0 \Rightarrow x^2-12x+32\geq 0$
 7) $(x-3)(x-4)>0 \Rightarrow x^2-7x+12>0$
 8) $(x+5)(x-1)>0 \Rightarrow x^2+4x-5>0$

- 233 **답** 1) $a=-10, b=16$ 2) $a=-1, b=-2$
 3) $a=4, b=3$ 4) $a=\frac{3}{4}, b=\frac{1}{8}$
- 1) $(x-2)(x-8)<0 \Rightarrow x^2-10x+16<0$
 $\therefore a=-10, b=16$
 2) $(x+1)(x-2)<0 \Rightarrow x^2-x-2<0$
 $\therefore a=-1, b=-2$
 3) $(x+3)(x+1)<0 \Rightarrow x^2+4x+3<0$
 $\therefore a=4, b=3$
 4) $(x+\frac{1}{2})(x+\frac{1}{4})<0 \Rightarrow x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}<0$
 $\therefore a=\frac{3}{4}, b=\frac{1}{8}$

234 **답** (1) $<, <$ (2) $>, >$

- 235 **답** 1) $-1\leq k<1$ 2) $0<k<3$ 3) $k<-2$
 4) $1<k<9$ 5) $k>\frac{1}{3}$ 6) $k<-1$

1) (i) $k+1>0$ 일 때,

$$\frac{D}{4} = \{-(k+1)\}^2 - 2(k+1) < 0$$

$$k+1>0 \Rightarrow (k+1)(k-1) < 0$$

$$\therefore \boxed{-1} < k < \boxed{1}$$

(ii) $k=-1$ 일 때,

$2>0$ 이므로 항상 성립한다.

$$\therefore \boxed{-1} \leq k < \boxed{1}$$

2) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - 3k = k^2 - 3k = k(k-3) < 0$

$$\therefore 0 < k < 3$$

3) $-2x^2 - 4x + k < 0$ 에서

$$2x^2 + 4x - k > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $2x^2+4x-k>0$ 이 성립하려면 이차방정식 $2x^2+4x-k=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2 \cdot (-k) < 0 \text{에서 } 4+2k < 0$$

$$2k < -4$$

$$\therefore k < -2$$

4) $k>0$ ㉠

$$\frac{D}{4} = \{-(k-3)\}^2 - 4k = k^2 - 10k + 9$$

$$= (k-9)(k-1) < 0 \quad \therefore 1 < k < 9 \text{ ㉡}$$

㉠, ㉡에서 $1 < k < 9$

5) $k>0$ ㉢

$$D = (k-1)^2 - 4k^2 = -3k^2 - 2k + 1 < 0$$

$$3k^2 + 2k - 1 = (3k-1)(k+1) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > \frac{1}{3} \text{ ㉣}$$

㉠, ㉣에서 $k > \frac{1}{3}$

6) 모든 실수 x 에 대하여

이차부등식 $kx^2+4x-3+k<0$ 이 성립하므로

$$k < 0 \text{ ㉤}$$

이차방정식 $kx^2+4x-3+k=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k(-3+k) < 0 \text{에서}$$

$$4+3k-k^2 < 0$$

$$k^2-3k-4 > 0$$

$$(k+1)(k-4) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > 4 \text{ ㉥}$$

㉤, ㉥에서 $k < -1$

- 236 **답** (1) $>, <$ (2) $>, \leq$ (3) $<, <$ (4) $<, \leq$

- 237 **답** 1) $4\leq k\leq 16$ 2) $k\geq\frac{1}{4}$ 3) $-6\leq k\leq -2$

- 4) $-7\leq k\leq -3$ 5) $1\leq k\leq 3$ 6) $k=-2$

1) $D = \{-(k-8)\}^2 - 4k \leq 0$

$$k^2 - 20k + 64 \leq 0 \Rightarrow (k-4)(k-16) \leq 0$$

$$\therefore \boxed{4} \leq k \leq \boxed{16}$$

2) $D = (-1)^2 - 4k = 1 - 4k \leq 0$

$$4k \geq 1 \quad \therefore k \geq \frac{1}{4}$$

3) $\frac{D}{4} = (k+2)^2 + 4(k+2) = (k+2)(k+6) \leq 0$

$$\therefore -6 \leq k \leq -2$$

4) $x^2 - 2(k+3)x - 4(k+3) < 0$

$$\frac{D}{4} = \{-(k+3)\}^2 + 4(k+3) = (k+3)(k+7) \leq 0$$

$$\therefore -7 \leq k \leq -3$$

5) (i) $k=3$ 일 때, $-2 > 0$ 이므로 주어진 부등식은 성립하지 않는다.

(ii) $k-3 < 0$ 일 때, $k < 3 \dots \text{㉠}$

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 + 2(k-3)$$

$$= (k-3)(k-1) \leq 0$$

$$\therefore 1 \leq k \leq 3 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $1 \leq k < 3$

(i), (ii)에서 $1 \leq k < 3$

6) $kx^2 + (2-k)x - 2 > 0$

$$k < 0 \dots \text{㉠}$$

$$D = (2-k)^2 + 8k = k^2 + 4k + 4 = (k+2)^2 \leq 0$$

$$\therefore k = -2 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $k = -2$

238 ㉡ (1) $<$, \leq (2) $<$, $<$ (3) $>$, \leq (4) $>$, $<$

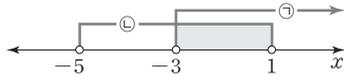
239 ㉡ $-3 < x < 1$

$$2x+5 > x+2 \text{에서 } x > -3 \dots \text{㉠}$$

$$x^2+4x-5 < 0 \text{에서}$$

$$(x+5)(x-1) < 0$$

$$\therefore -5 < x < 1 \dots \text{㉡}$$



따라서 구하는 해는 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값이므로 $-3 < x < 1$

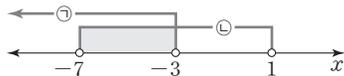
240 ㉡ $-7 < x < -3$

$$3x+5 < x-1 \text{에서 } x < -3 \dots \text{㉠}$$

$$x^2+6x-7 < 0 \text{에서}$$

$$(x+7)(x-1) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 1 \dots \text{㉡}$$



따라서 구하는 해는 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값이므로 $-7 < x < -3$

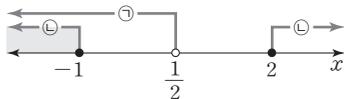
241 ㉡ $x \leq -1$

$$3x+4 < x+5 \text{에서 } x < \frac{1}{2} \dots \text{㉠}$$

$$x^2-x-2 \geq 0 \text{에서}$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 2 \dots \text{㉡}$$



따라서 구하는 해는 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값이므로 $x \leq -1$

242 ㉡ 1) $-2 < x \leq 1$ 또는 $2 \leq x < 3$

2) $0 \leq x \leq 1$ 또는 $2 \leq x \leq 3$

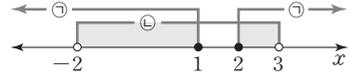
1) $x^2-3x+2 \geq 0$ 에서

$$(x-1)(x-2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 2 \dots \text{㉠}$$

$$x^2-x-6 < 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 3 \dots \text{㉡}$$



따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$-2 < x \leq 1 \text{ 또는 } 2 \leq x < 3$$

2) $x^2-3x+2 \geq 0$ 에서

$$(x-1)(x-2) \geq 0 \quad \therefore x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 2 \dots \text{㉠}$$

$$x^2-3x+2 \leq 2 \text{에서}$$

$$x^2-3x \leq 0, x(x-3) \leq 0 \quad \therefore 0 \leq x \leq 3 \dots \text{㉡}$$



따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$0 \leq x \leq 1 \text{ 또는 } 2 \leq x \leq 3$$

243 ㉡ (1) 공통부분 (2) $f(x) < g(x), g(x) < h(x)$

244 ㉡ 5개

$$x > 0 \text{이므로 세 변 중 가장 긴 변의 길이는 } 2x+1$$

(i) 삼각형의 결정 조건에 의하여

$$2x+1 < x+(2x-1)$$

$$\therefore x > 2$$

(ii) 둔각삼각형이라면

$$(2x+1)^2 > x^2 + (2x-1)^2$$

$$x^2 - 8x < 0 \Leftrightarrow x(x-8) < 0$$

$$\therefore 0 < x < 8$$

따라서 (i), (ii)의 공통부분은 $2 < x < 8$ 이므로 정수 x 는 3, 4, 5, 6, 7의 5개이다.

245 ㉡ 3개

(i) $x > 0$ 이므로 삼각형의 결정 조건에 의하여

$$x+(x+2) > x+4 \quad \therefore x > 2$$

(ii) 주어진 삼각형이 둔각삼각형이 되려면

$$(x+4)^2 > x^2 + (x+2)^2$$

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

$$(x-6)(x+2) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 6$$

따라서 (i), (ii)의 공통부분은 $2 < x < 6$ 이므로 정수 x 는 3, 4, 5의 3개이다.

246 [답] 최댓값 : 6 cm, 최솟값 : 5 cm

(i) 가로의 길이를 x cm라고 하면, 세로의 길이는 $(10-x)$ cm이다.
가로의 길이가 세로의 길이보다 길거나 같으므로
 $x \geq 10-x \quad \therefore x \geq 5$

(ii) 직사각형의 넓이가 24 cm^2 이상이 되려면
 $x(10-x) \geq 24$
 $x^2 - 10x + 24 \leq 0 \Rightarrow (x-4)(x-6) \leq 0$
 $\therefore 4 \leq x \leq 6$

따라서 (i), (ii)의 공통부분은 $5 \leq x \leq 6$ 이므로 가로의 길이의 최댓값은 6 cm, 최솟값은 5 cm이다.

247 [답] 최댓값 : 14 cm, 최솟값 : 12 cm

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(24-x)$ cm이다. 이때, 가로의 길이가 세로의 길이보다 길거나 같으므로

$$x \geq 24-x \Rightarrow x \geq 12 \dots\dots \textcircled{1}$$

또, $x(24-x) \geq 140$ 이므로

$$x^2 - 24x + 140 \leq 0 \Rightarrow (x-10)(x-14) \leq 0$$

$$\therefore 10 \leq x \leq 14 \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 공통부분은 $12 \leq x \leq 14$ 이므로 가로의 길이의 최댓값은 14 cm, 최솟값은 12 cm이다.

248 [답] (i) 미지수 (ii) 연립부등식 (iii) 해

249 [답] 1) $x = -1$ 또는 $x = 2$ 2) $x < -1$ 또는 $x > 2$
3) $-1 < x < 2$

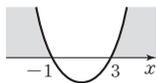
250 [답] 1) $x = 1$ 또는 $x = 3$ 2) $x < 1$ 또는 $x > 3$
3) $1 < x < 3$

251 [답] 1) $x < -1$ 또는 $x > 2$ 2) $x < -1$ 또는 $x > 2$
3) 결과가 같다.

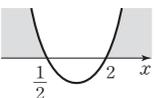
252 [답] 1) $-3 < x < -1$ 2) $-3 < x < -1$
3) 결과가 같다.

253 [답] 1) $x < -1$ 또는 $x > 3$ 2) $x < \frac{1}{2}$ 또는 $x > 2$
3) 해는 없다. 4) $x = -4$ 5) 모든 실수

1) $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$
따라서 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부등식의 해는 $x < -1$ 또는 $x > 3$



2) $2x^2 - 5x + 2 = (x-2)(2x-1)$
따라서 이차함수 $y = 2x^2 - 5x + 2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부등식의 해는 $x < \frac{1}{2}$ 또는 $x > 2$



3) 해는 없다.

4) $x = -4$

5) 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

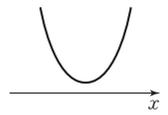
$$\frac{D}{4} = 1 - 3 = -2 < 0 \text{ 이므로}$$

이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프

는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 구하는 부등식의 해는 모든

실수이다.



254 [답]

$ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 D 의 부호	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = ax^2+bx+c$ 의 그래프			
$ax^2+bx+c > 0$ 의 해	$x < \alpha$ 또는 $x > \beta$	$x \neq \alpha$ 인 모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c \geq 0$ 의 해	$x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$	모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c < 0$ 의 해	$\alpha < x < \beta$	해는 없다.	해는 없다.
$ax^2+bx+c \leq 0$ 의 해	$\alpha \leq x \leq \beta$	$x = \alpha$	해는 없다.

255 [답]

- 1) $a < x < b$ 또는 $c < x < d$
2) $x < a$ 또는 $b < x < 0$ 또는 $x > c$
3) ① $x < b$ 또는 $x > d$ ② $b < x < d$
4) ① $a < x < b$ 또는 $e < x < f$
② $b < x < c$ 또는 $d < x < e$

1) $f(x)g(x) > 0$ 에서

$$f(x) > 0, g(x) > 0 \text{ 또는 } f(x) < 0, g(x) < 0$$

(i) $f(x) > 0, g(x) > 0$ 일 때,

$$x \text{의 값의 범위는 } a < x < b$$

(ii) $f(x) < 0, g(x) < 0$ 일 때,

$$x \text{의 값의 범위는 } c < x < d$$

(i), (ii)에서 구하는 부등식의 해는

$$a < x < b \text{ 또는 } c < x < d$$

2) $f(x)g(x) < 0$ 에서

$$f(x) > 0, g(x) < 0 \text{ 또는 } f(x) < 0, g(x) > 0$$

(i) $f(x) > 0, g(x) < 0$ 일 때,

$$x \text{의 값의 범위는 } x < a \text{ 또는 } x > c$$

(ii) $f(x) < 0, g(x) > 0$ 일 때,

$$x \text{의 값의 범위는 } b < x < 0$$

(i), (ii)에서 구하는 부등식의 해는

$$x < a \text{ 또는 } b < x < 0 \text{ 또는 } x > c$$

- 3) ① $g(x) < f(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는
 $x < b$ 또는 $x > d$
 ② $f(x) < g(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는
 $b < x < d$
- 4) ① $0 < g(x) < f(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는
 $a < x < b$ 또는 $e < x < f$
 ② $0 < f(x) < g(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는
 $b < x < c$ 또는 $d < x < e$

256 **답** 1) $-1 < x < 2$ 2) $-\frac{1}{2} < x < 2$

3) $-2 < x < 5$ 4) $x < 1$ 또는 $x > 4$

- 1) 이차함수 $y = x^2 - 2x - 8$ 의 그래프가 이차함수
 $y = -2x^2 + x - 2$ 의 그래프보다 아래쪽에 있으므로
 $x^2 - 2x - 8 < -2x^2 + x - 2$ 에서
 $3x^2 - 3x - 6 < 0$
 $3(x+1)(x-2) < 0$
 $\therefore -1 < x < 2$
- 2) $x^2 - x - 1 < -x^2 + 2x + 1$ 에서
 $2x^2 - 3x - 2 < 0 \Rightarrow (x-2)(2x+1) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{2} < x < 2$
- 3) $2x^2 - 2x - 3 < x^2 + x + 7$ 에서
 $x^2 - 3x - 10 < 0$
 $(x+2)(x-5) < 0$
 $\therefore -2 < x < 5$
- 4) $x^2 - 4 < 2x^2 - 5x$ 에서
 $-x^2 + 5x - 4 < 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 > 0$
 $(x-1)(x-4) > 0$
 $\therefore x < 1$ 또는 $x > 4$

257 **답** 1) $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$ 2) $-8 < k < 4$

- 1) 이차함수 $y = x^2 + (k+1)x + 4$ 의 그래프가 직선
 $y = x - 1$ 보다 항상 위쪽에 있으므로
 $x^2 + (k+1)x + 4 > x - 1$ 에서
 $x^2 + kx + 5 > 0$
 이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
 이차방정식 $x^2 + kx + 5 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = k^2 - 4 \cdot 5 < 0$
 $k^2 - 20 < 0$
 $(k - 2\sqrt{5})(k + 2\sqrt{5}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

- 2) 이차함수의 그래프가 직선보다 항상 위쪽에 있으므로
 $x^2 - 2x + 1 > kx - 8$ 에서
 $x^2 - (2+k)x + 9 > 0$
 이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
 이차방정식 $x^2 - (2+k)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라고
 하면
 $D = \{-(2+k)\}^2 - 4 \cdot 9 < 0$
 $k^2 + 4k - 32 < 0$
 $(k+8)(k-4) < 0$
 $\therefore -8 < k < 4$

258 **답** (1) 위쪽, (2) 위쪽

259 **답** 1) $-6 < m < 2$ 2) $-2 < m < 3$ 3) $m > \frac{1}{4}$

- 1) 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식
 $x^2 + mx - (m-3) > 0$ 이 성립하려면
 이차방정식 $x^2 + mx - (m-3) = 0$ 의 판별식을 D 라
 고 할 때,
 $D = m^2 + 4(m-3) < 0$ 에서
 $m^2 + 4m - 12 < 0$
 $(m+6)(m-2) < 0$
 $\therefore -6 < m < 2$
- 2) 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식
 $x^2 + 2mx + (m+6) > 0$ 이 성립하려면 이차방정식
 $x^2 + 2mx + (m+6) = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,
 $\frac{D}{4} = m^2 - (m+6) < 0$ 에서
 $m^2 - m - 6 < 0$
 $(m+2)(m-3) < 0$
 $\therefore -2 < m < 3$
- 3) 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + x + m > 0$ 이 성
 립하려면 이차방정식 $x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라
 고 할 때,
 $D = 1^2 - 4m < 0$ 에서 $4m > 1$
 $\therefore m > \frac{1}{4}$

260 **답** 1) $k \geq 4$ 2) $-6 \leq k \leq 2$

- 1) 이차부등식 $x^2 + 2x + k - 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으
 려면 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식
 $x^2 + 2x + k - 3 \geq 0$ 이 성립해야 한다.
 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 1^2 - (k-3) \leq 0$ 에서
 $-k + 4 \leq 0 \quad \therefore k \geq 4$

2) 이차부등식 $x^2 - (k+4)x + k + 7 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 - (k+4)x + k + 7 \geq 0$ 이 성립해야 한다.
 이차방정식 $x^2 - (k+4)x + k + 7 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = \{-(k+4)\}^2 - 4(k+7) \leq 0$ 에서
 $k^2 + 4k - 12 \leq 0$
 $(k+6)(k-2) \leq 0$
 $\therefore -6 \leq k \leq 2$

261 [답] (1) >, < (2) >, ≤ (3) <, < (4) <, ≤

단원 총정리 문제 II 방정식과 부등식

pp. 136 ~ 139

- 01 ① 02 ① 03 ③ 04 0 05 ⑤
 06 ② 07 ② 08 해설 참조 09 ④
 10 ② 11 -65 12 $m = -8$ 또는 $m = 1$
 13 $x = -1 \pm \sqrt{13}$ 14 해설 참조 15 29
 16 ③ 17 $-\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$ 18 -4 19 ③
 20 ⑤ 21 ① 22 ③ 23 ①
 24 $a < -4$

01 [답] ①

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ 이므로 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

02 [답] ①

$$2 = a, -3 = b \quad \therefore ab = 2 \times (-3) = -6$$

03 [답] ③

$(2-i)x + (1+i)y = \overline{1+2i}$ 에서
 $2x - xi + y + yi = 1 - 2i, (2x+y) + (-x+y)i = 1 - 2i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2x+y=1, -x+y=-2$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=1, y=-1$
 $\therefore x+y=0$

04 [답] 0

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + \dots + i^{100} \\ &= (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) + \dots \\ & \quad + (i^{97} + i^{98} + i^{99} + i^{100}) \\ &= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \dots + (i-1-i+1) = 0 \end{aligned}$$

05 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i, \\ \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \text{ 이므로} \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{16} &= i^{16} + (-i)^{16} \\ &= (i^4)^4 + (i^4)^4 \\ &= 1+1=2 \end{aligned}$$

06 [답] ②

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3}\sqrt{-12} + \sqrt{-5}\sqrt{5} + \frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} \\ &= \sqrt{3}i \cdot 2\sqrt{3}i + \sqrt{5}i \cdot \sqrt{5} + \frac{3\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i} + \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} \\ &= -6 + 5i + 3 - 3i = -3 + 2i \end{aligned}$$

위의 값이 $a+bi$ 와 같으므로
 $a = -3, b = 2 \quad \therefore ab = (-3) \cdot 2 = -6$

07 [답] ②

$$\begin{aligned} & \overline{5+3i} = 5-3i \text{ 이므로 } (x+2) + (y-5)i = 5-3i \text{ 에서} \\ & x+2=5, y-5=-3 \quad \therefore x=3, y=2 \\ & \therefore x+y=3+2=5 \end{aligned}$$

08 [답] 해설 참조

$(a^2-1)x = a+1$ 에서 $(a+1)(a-1)x = a+1$
 (i) $a = -1$ 일 때, $0 \cdot x = 0 \quad \therefore$ 해는 모든 실수
 (ii) $a = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 2 \quad \therefore$ 해는 없다.
 (iii) $a \neq \pm 1$ 일 때, $x = \frac{1}{a-1}$

09 [답] ①

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 3(m^2-1) = -2(m^2+m-2) = 0$
 $m^2+m-2 = (m-1)(m+2) = 0$
 $\therefore m=1$ 또는 $m=-2$
 이때, $m \neq \pm 1$ 이어야 하므로 $m = -2$
 따라서 모든 m 의 값의 합은 -2 이다.

10 [답] ②

$kx^2 + 4x + (k+3) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 2^2 - k(k+3) = 4 - k^2 - 3k = 0$
 $k^2 + 3k - 4 = (k+4)(k-1) = 0$
 $\therefore k = -4 (\because k < 0)$

11 ㉞ -65

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = -5$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 19$
 $\therefore (\alpha - 2\beta + 1)(\beta - 2\alpha + 1)$
 $= \alpha\beta - 2\alpha^2 + \alpha - 2\beta^2 + 4\alpha\beta - 2\beta + \beta - 2\alpha + 1$
 $= 5\alpha\beta - (\alpha + \beta) - 2(\alpha^2 + \beta^2) + 1$
 $= 5 \cdot (-5) - 3 - 2 \cdot 19 + 1 = -65$

12 ㉞ -8 또는 1

두 근을 k , $k^2 (k \neq 0)$ 이라고 하면
 $k + k^2 = 2 \Leftrightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Leftrightarrow (k+2)(k-1) = 0$
 $\therefore k = -2$ 또는 $k = 1 \dots \dots \textcircled{1}$
 $k \cdot k^2 = m$ 에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면
 $m = (-2)^3 = -8$ 또는 $m = 1^3 = 1$
 $\therefore m = -8$ 또는 $m = 1$

13 ㉞ $x = -1 \pm \sqrt{13}$

값은 a , c 를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 곱은
 $\frac{c}{a} = -3 \times 4 = -12 \quad \therefore c = -12a \dots \dots \textcircled{1}$
 을은 a , b 를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 합은
 $-\frac{b}{a} = (-1 + \sqrt{5}i) + (-1 - \sqrt{5}i) = -2$
 $\therefore b = 2a \dots \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 에 대입하면
 $ax^2 + 2ax - 12a = 0$
 $x^2 + 2x - 12 = 0 (\because a \neq 0)$
 $\therefore x = -1 \pm \sqrt{13}$

14 ㉞ (1) $(x^2 - 3)(x^2 + 2)$ (2) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x^2 + 2)$
 (3) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

15 ㉞ 29

한 근이 $b + i$ 이므로 다른 한 근은 $b - i$ 이다.
 근과 계수의 관계에 의해
 $4 = (b + i) + (b - i) = 2b \quad \therefore b = 2$
 $a = (b + i)(b - i) = b^2 - i^2 = 4 - (-1) = 5$
 $\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + 2^2 = 29$

16 ㉞ ③

$y = x^2 - 2ax + 4a - 4$
 $= (x^2 - 2ax + a^2) - a^2 + 4a - 4$
 $= (x - a)^2 - a^2 + 4a - 4$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a, -a^2 + 4a - 4)$ 이고, 이 꼭짓
 점이 x 축 위에 있으므로
 $-a^2 + 4a - 4 = 0$ 에서 $a^2 - 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = 0$
 $\therefore a = 2$

17 ㉞ $y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$

x 축과의 두 교점의 좌표가 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 이므로
 $y = a(x+1)(x-2) (a \neq 0) \dots \dots \textcircled{1}$
 으로 놓으면 $\textcircled{1}$ 이 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a \cdot 1 \cdot (-2) \quad \therefore a = -\frac{3}{2}$
 $\therefore y = -\frac{3}{2}(x+1)(x-2)$
 $= -\frac{3}{2}(x^2 - x - 2)$
 $= -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$

18 ㉞ -4

$x = 1$ 에서 최솟값 1을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$
 $f(x) = a(x-1)^2 + 1 \dots \dots \textcircled{1}$
 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로
 $5 = 4a + 1 \quad \therefore a = 1$
 $\therefore f(x) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$
 즉, $x^2 - 2x + 2 = ax^2 + bx + c$ 이므로
 $a = 1, b = -2, c = 2 \quad \therefore abc = 1 \times (-2) \times 2 = -4$

19 ㉞ ③

$2x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7$
 $= 2x^2 - 4x + y^2 + 2y + 7$
 $= 2(x^2 - 2x) + y^2 + 2y + 7$
 $= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + y^2 + 2y + 1 - 1 + 7$
 $= 2(x-1)^2 + (y+1)^2 - 2 - 1 + 7$
 $= 2(x-1)^2 + (y+1)^2 + 4$
 x, y 는 실수이므로
 $(x-1)^2 \geq 0, (y+1)^2 \geq 0$
 따라서 주어진 식의 최솟값은 4이다.

20 ㉞ ⑤

이차함수 $y = x^2 + kx + 2$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 의 교
 점의 좌표를 $(p, p+1)$, $(q, q+1)$ 이라고 하면 이차방정
 식 $x^2 + kx + 2 = x + 1$, 즉 $x^2 + (k-1)x + 1 = 0$ 의 두 근
 이 p, q 이므로 근과 계수의 관계에 의하여
 $p + q = 1 - k, pq = 1$
 두 교점 사이의 거리는
 $\sqrt{(q-p)^2 + \{(q+1) - (p+1)\}^2}$
 $= \sqrt{2(p-q)^2} = \sqrt{2\{(p+q)^2 - 4pq\}}$
 $= \sqrt{2\{(1-k)^2 - 4\}} = \sqrt{2(k^2 - 2k - 3)} = 4$
 이므로 $2(k^2 - 2k - 3) = 16 \quad \therefore k^2 - 2k - 11 = 0$
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 모든 상수 k 의
 값의 합은 2이다.

21 [답] ①

세 근을 각각 $1-i$, $1+i$, α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$(1-i) + (1+i) + \alpha = 4 \quad \therefore \alpha = 2$$

$$(1-i)(1+i) + 2(1-i) + 2(1+i) = a \quad \therefore a = 6$$

$$(1-i)(1+i) \cdot 2 = -b \quad \therefore b = -4$$

$$\therefore ab = 6 \cdot (-4) = -24$$

22 [답] ③

$$x^2 - 2xy + 5y^2 + 4y + 1 = 0 \text{에서}$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (4y^2 + 4y + 1) = 0$$

$$(x-y)^2 + (2y+1)^2 = 0$$

이때, x, y 가 실수이므로 $x-y=0, 2y+1=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x+y = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

23 [답] ①

$$x^2 + ax + b \leq 0 \text{의 해가 } 1 \leq x \leq 2 \text{이므로}$$

$$(x-1)(x-2) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0$$

$$\therefore a = -3, b = 2$$

$$x^2 + bx + a \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -3 \text{ 또는 } x \geq 1$$

24 [답] $a < -4$

$$ax^2 + 3 < -4x - a \text{에서}$$

$$ax^2 + 4x + a + 3 < 0$$

$$\therefore a < 0 \dots \dots \textcircled{1}$$

이차방정식 $ax^2 + 4x + a + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a(a+3) < 0 \text{에서}$$

$$a^2 + 3a - 4 > 0$$

$$(a+4)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 1 \dots \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 구하는 상수 a 의 값의 범위는 $a < -4$

III 도형의 방정식

III - 1 평면좌표

pp. 144 ~ 158

01 [답] 1) 3 2) 6 3) $\sqrt{2}$ 4) 5 5) 7 6) 10 7) 4

$$1) \overline{AB} = |4-1| = \boxed{3}$$

$$2) \overline{AB} = |0-6| = 6$$

$$3) \overline{AB} = |0-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$$

$$4) \overline{AB} = |(-1)-4| = 5$$

$$5) \overline{AB} = |5-(-2)| = 7$$

$$6) \overline{AB} = |7-(-3)| = 10$$

$$7) \overline{AB} = |-7-(-3)| = 4$$

02 [답] 1) R(7) 또는 R(1) 2) R(-1) 또는 R(-11)

점 R의 좌표를 x 라고 하면

$$1) |x-4| = 3 \text{에서 } x-4=3 \text{ 또는 } x-4=-3$$

$$\therefore x = \boxed{7} \text{ 또는 } x=1$$

$$\therefore R(\boxed{7}) \text{ 또는 } R(1)$$

$$2) |x-(-6)| = 5 \text{에서 } x+6=5 \text{ 또는 } x+6=-5$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -11$$

$$\therefore R(-1) \text{ 또는 } R(-11)$$

03 [답] 1) $x=10$ 또는 $x=-4$ 2) $x=7$ 또는 $x=-3$

$$1) |x-3| = 7 \text{에서 } x-3=7 \text{ 또는 } x-3=-7$$

$$\therefore x=10 \text{ 또는 } x=-4$$

$$2) |x-2| = 5 \text{에서 } x-2=5 \text{ 또는 } x-2=-5$$

$$\therefore x=7 \text{ 또는 } x=-3$$

04 [답] $|x_2-x_1|, |x_1-x_2|$

05 [답] 1) $\sqrt{10}$ 2) 5 3) $2\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{5}$ 5) $\sqrt{34}$ 6) $\sqrt{41}$

$$1) \overline{AB} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$2) \overline{AB} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$3) \overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$4) \overline{AB} = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$5) \overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

$$6) \overline{AB} = \sqrt{(6-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

06 [답] 1) -1 2) $2 \pm \sqrt{7}$ 3) $-4 \pm 2\sqrt{10}$

$\overline{OA} = \overline{AB}$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로

$$1) a^2 + 3^2 = (\boxed{2-a})^2 + (4-3)^2$$

$$a^2 + 9 = \boxed{a^2 - 4a + 5} \Rightarrow 4a = -4 \quad \therefore a = \boxed{-1}$$

$$2) 2^2 + (-2)^2 = (a-2)^2 + (-1+2)^2$$

$$a^2 - 4a - 3 = 0 \quad \therefore a = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$3) (-4)^2 + 5^2 = (a+4)^2 + (4-5)^2$$

$$41 = a^2 + 8a + 17 \Rightarrow a^2 + 8a - 24 = 0$$

$$\therefore a = -4 \pm 2\sqrt{10}$$

07 **답** $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

08 **답** 1) (1, 0) 2) (1, 0)

점 P의 좌표를 (a, 0)으로 놓으면

1) $\overline{AP} = \sqrt{(a+3)^2+1}$

$\overline{BP} = \sqrt{(a-2)^2+16}$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a+3)^2+1 = (a-2)^2+16$$

$$a^2+6a+10 = a^2-4a+20$$

$$10a = 10 \quad \therefore a = \boxed{1}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(\boxed{1}, 0)$ 이다.

2) $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서 $(a+1)^2+3^2 = (a-4)^2+2^2$

$$a^2+2a+10 = a^2-8a+20 \Rightarrow 10a = 10 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore P(1, 0)$$

09 **답** 1) (0, 1) 2) (0, -2)

1) 점 P의 좌표를 $(\boxed{0}, b)$ 로 놓으면

$$\overline{AP} = \sqrt{\boxed{1} + (b+2)^2}, \overline{BP} = \sqrt{\boxed{9} + b^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$\boxed{1} + (b+2)^2 = \boxed{9} + b^2$$

$$b^2+4b+5 = 9+b^2 \Rightarrow 4b = 4$$

$$\therefore b = \boxed{1}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(\boxed{0}, \boxed{1})$ 이다.

2) $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서 $4 + (b+1)^2 = 1 + b^2$

$$b^2+2b+5 = b^2+1$$

$$2b = -4 \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore P(0, -2)$$

10 **답** 1) P(1, 2) 2) P(1, 2)

1) 점 P의 좌표를 (a, b)로 놓으면 점 P(a, b)는 직선

$$y = 2x \text{ 위에 있으므로 } b = 2a \dots\dots \textcircled{1}$$

또, $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a+1)^2+b^2 = (a-3)^2+(b-4)^2$$

$$a^2+2a+1+b^2 = a^2-6a+9+b^2-8b+16$$

$$8a+8b = 24$$

$$\therefore a+b = 3 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

$$\therefore P(1, 2)$$

2) 점 P(a, b)는 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로

$$b = a + 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

또, $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a-1)^2+(b+2)^2 = (a-5)^2+(b-2)^2$$

$$a^2-2a+b^2+4b+5 = a^2-10a+b^2-4b+29$$

$$8a+8b = 24$$

$$\therefore a+b = 3 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

$$\therefore P(1, 2)$$

11 **답** P(1, 1)

삼각형 ABC의 외심을 P(x, y)라고 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP}$$

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x+2)^2+y^2 = (x-4)^2+y^2$$

$$x^2+4x+4+y^2 = x^2-8x+16+y^2$$

$$12x = 12 \quad \therefore x = 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\overline{BP} = \overline{CP}$ 에서 $\overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$ 이므로

$$(x-4)^2+y^2 = (x-2)^2+(y-4)^2$$

$$x^2-8x+16+y^2 = x^2-4x+4+y^2-8y+16$$

$$-4x+8y-4 = 0 \quad \therefore x-2y+1 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$1-2y+1 = 0 \Rightarrow -2y = -2 \quad \therefore y = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

12 **답** (1) 0 (2) 0 (3) a, b

13 **답** 1) $2\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{10}$ 4) $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

1) $\overline{AB} = \sqrt{(1-3)^2+(1+1)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$

2) $\overline{BC} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

3) $\overline{CA} = \sqrt{3^2+(-1)^2} = \sqrt{10}$

4) $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

14 **답** 1) $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{10}$ 3) $\sqrt{13}$ 4) 예각삼각형

1) $\overline{AB} = \sqrt{(1+1)^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$

2) $\overline{BC} = \sqrt{(2-1)^2+3^2} = \sqrt{10}$

3) $\overline{CA} = \sqrt{(2+1)^2+(3-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

4) $\overline{CA}^2 < \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 예각삼각형

15 **답** 1) $2\sqrt{5}$ 2) $5\sqrt{2}$ 3) $5\sqrt{2}$ 4) 이등변삼각형

1) $\overline{AB} = \sqrt{(-3+1)^2+(1+3)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2) $\overline{BC} = \sqrt{(4+3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

3) $\overline{CA} = \sqrt{(4+1)^2+(2+3)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

4) $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 이등변삼각형

16 **답** 1) $\sqrt{34}$ 2) $2\sqrt{17}$ 3) $\sqrt{34}$

4) $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

- 1) $\overline{AB} = \sqrt{5^2 + (2+1)^2}$
 $= \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
- 2) $\overline{BC} = \sqrt{(3+5)^2 + (-3+1)^2}$
 $= \sqrt{64+4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$
- 3) $\overline{CA} = \sqrt{3^2 + (-3-2)^2}$
 $= \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$
- 4) $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

17 [답] 1) 2 2) 4 3) 1

1) $\overline{AB}^2 = (-1-a)^2 + (2-1)^2 = a^2 + 2a + 2$
 $\overline{AC}^2 = (3-a)^2 + (4-1)^2 = a^2 - 6a + 18$
 $\overline{BC}^2 = (3+1)^2 + (4-2)^2 = 20$
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $a^2 + 2a + 2 + a^2 - 6a + 18 = 20$
 $2a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 2a(a-2) = 0$
 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 2$

2) $\overline{AB}^2 = 4^2 + (2-a)^2 = a^2 - 4a + 20$
 $\overline{AC}^2 = 2^2 + a^2 = a^2 + 4$
 $\overline{BC}^2 = (4+2)^2 + 2^2 = 40$
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $a^2 - 4a + 20 + a^2 + 4 = 40$
 $2a^2 - 4a - 16 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0$
 $(a-4)(a+2) = 0$
 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 4$

3) $\overline{AB}^2 = (-1-1)^2 + (a+1)^2 = a^2 + 2a + 5$
 $\overline{AC}^2 = (5-1)^2 + (3+1)^2 = 32$
 $\overline{BC}^2 = (5+1)^2 + (3-a)^2 = a^2 - 6a + 45$
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $a^2 + 2a + 5 + 32 = a^2 - 6a + 45$
 $8a = 8 \quad \therefore a = 1$

18 [답] 1) $y = \pm\sqrt{3}, x = \mp 2\sqrt{3}$ (복부호 동순)
 2) $y = 2 \pm \sqrt{3}, x = 1 \mp 2\sqrt{3}$ (복부호 동순)

1) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $(-1-1)^2 + (-2-2)^2 = (x+1)^2 + (y+2)^2$
 $\therefore x^2 + 2x + y^2 + 4y = 15 \dots\dots \textcircled{1}$
 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로
 $(-1-1)^2 + (-2-2)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$
 $\therefore x^2 - 2x + y^2 - 4y = 15 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $4x + 8y = 0 \quad \therefore x = -2y$
 이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $4y^2 - 4y + y^2 + 4y = 15 \Rightarrow y^2 = 3$
 $\therefore y = \pm\sqrt{3}, x = \mp 2\sqrt{3}$ (복부호 동순)

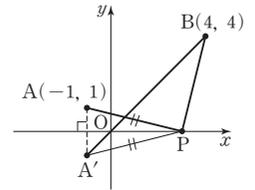
2) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $2^2 + 4^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2$
 $\therefore x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로
 $2^2 + 4^2 = x^2 + y^2$
 $\therefore x^2 + y^2 = 20 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면
 $-4x - 8y = -20$
 $\therefore x + 2y = 5 \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 에서 $x = 5 - 2y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $(5 - 2y)^2 + y^2 = 20$
 $25 - 20y + 4y^2 + y^2 = 20$
 $5y^2 - 20y + 5 = 0$
 $y^2 - 4y + 1 = 0$
 $\therefore y = 2 \pm \sqrt{3}, x = 1 \mp 2\sqrt{3}$ (복부호 동순)

19 [답] (1) ① 정삼각형 ② 90° , 직각삼각형 ③ 이등변삼각형
 (2) ① > ② = ③ <

20 [답] 1) $5\sqrt{2}$ 2) $3\sqrt{5}$ 3) $2\sqrt{13}$

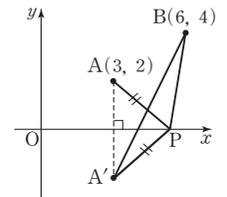
점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A'이라고 하면

1) $A'(-1, -1)$
 이때, $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$
 $= \overline{A'P} + \overline{BP}$
 $\geq \overline{A'B}$
 $= \sqrt{(4+1)^2 + (4+1)^2}$
 $= 5\sqrt{2}$

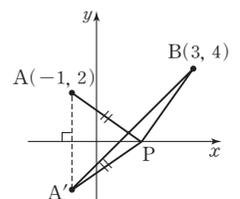


따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $5\sqrt{2}$ 이다.

2) $A'(3, -2)$
 이때, $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$
 $= \overline{A'P} + \overline{BP}$
 $\geq \overline{A'B}$
 $= \sqrt{(6-3)^2 + (4+2)^2}$
 $= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$



3) $A'(-1, -2)$
 이때, $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$
 $= \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$
 $= \sqrt{(3+1)^2 + (4+2)^2}$
 $= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$



21 [답] 1) 10 2) $\sqrt{34}$

점 B와 y축에 대하여 대칭인 점을 B'이라고 하면

1) B'(-1, 9)

이때, $\overline{BP} = \overline{B'P}$ 이므로

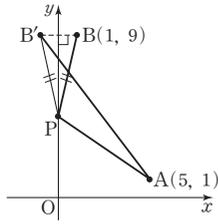
$$\overline{AP} + \overline{BP}$$

$$= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{(-1-5)^2 + (9-1)^2}$$

$$= 10$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 10이다.



2) B'(-3, 4)

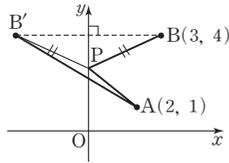
이때, $\overline{BP} = \overline{B'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP}$$

$$= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{(2+3)^2 + (1-4)^2}$$

$$= \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$



22 [답] $\overline{PB'}$, $\overline{B'P}$, $\overline{AB'}$

23 [답] 1) 3 2) 내분

1) 점 P는 선분 AB를 3 : 1로 내분한다.

2) 점 B는 선분 AC를 2 : 1로 내분한다.

24 [답] 1) 1 2) 2 3) 2 4) AC

1) 점 P는 선분 AB를 1 : 2로 내분한다.

2) 점 Q는 선분 BC를 1 : 2로 내분한다.

3) 점 B는 선분 PQ를 2 : 1로 내분한다.

4) 점 B는 선분 AC를 1 : 1로 내분한다.

25 [답] 1) 2 2) 내분 3) AQ 4) 5

1) 점 A는 선분 PB를 2 : 1로 내분한다.

2) 점 Q는 선분 AC를 3 : 1로 내분한다.

3) 점 B는 선분 AQ를 1 : 2로 내분한다.

4) 점 Q는 선분 PC를 5 : 1로 내분한다.

26 [답] 1) $P(\frac{17}{3})$ 2) $Q(\frac{7}{3})$ 3) M(4)

1) $P(\frac{2 \times 9 + 1 \times (-1)}{2+1}) \therefore P(\frac{17}{3})$

2) $Q(\frac{1 \times 9 + 2 \times (-1)}{1+2}) \therefore Q(\frac{7}{3})$

3) $M(\frac{-1+9}{2}) \therefore M(4)$

27 [답] 1) P(3) 2) Q(2) 3) $M(\frac{5}{2})$

1) $P(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2+1}) \therefore P(3)$

2) $Q(\frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{1+2}) \therefore Q(2)$

3) $M(\frac{1+4}{2}) \therefore M(\frac{5}{2})$

28 [답] 내분점, $\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$

29 [답] 1) 2 2) 외분

1) 점 Q는 선분 AB를 2 : 1로 외분한다.

2) 점 P는 선분 AB를 2 : 3으로 외분한다.

30 [답] 1) 3 2) 5 3) C 4) BC

1) 점 P는 선분 AB를 1 : 3으로 외분한다.

2) 점 Q는 선분 AB를 5 : 3으로 외분한다.

3) 점 C는 선분 PA를 5 : 4로 외분한다.

4) 점 Q는 선분 BC를 3 : 1로 외분한다.

31 [답] 1) 5 2) C 3) QA 4) A

1) 점 C는 선분 AQ를 5 : 2로 외분한다.

2) 점 C는 선분 PA를 7 : 5로 외분한다.

3) 점 P는 선분 QA를 5 : 2로 외분한다.

4) 점 A는 선분 BQ를 1 : 3으로 외분한다.

32 [답] 1) P(1) 2) Q(7)

1) $P(\frac{1 \times 5 - 2 \times 3}{1-2}) \therefore P(1)$

2) $Q(\frac{2 \times 5 - 1 \times 3}{2-1}) \therefore Q(7)$

33 [답] 1) P(-12) 2) Q(9)

1) $P(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-5)}{1-2}) \therefore P(-12)$

2) $Q(\frac{2 \times 2 - 1 \times (-5)}{2-1}) \therefore Q(9)$

34 [답] 1) P(2) 2) Q(-7)

1) $P(\frac{1 \times (-4) - 2 \times (-1)}{1-2}) \therefore P(2)$

2) $Q(\frac{2 \times (-4) - 1 \times (-1)}{2-1}) \therefore Q(-7)$

35 [답] 외분점, $\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$

36 [답] 1) $\left(\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$ 2) $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 3) $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

1) 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2 \times \boxed{4} + 1 \times \boxed{-1}}{2+1} = \frac{\boxed{7}}{3}$$

$$y = \frac{\boxed{2} \times 3 + \boxed{1} \times 2}{2+1} = \frac{\boxed{8}}{3}$$

따라서 선분 AB를 2:1로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{\boxed{7}}{3}, \frac{\boxed{8}}{3}\right) \text{이다.}$$

2) 점 Q의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{\boxed{1} \times 4 + \boxed{2} \times (-1)}{1+2} = \frac{\boxed{2}}{3}$$

$$y = \frac{1 \times \boxed{3} + 2 \times \boxed{2}}{1+2} = \frac{\boxed{7}}{3}$$

따라서 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{\boxed{2}}{3}, \frac{\boxed{7}}{3}\right) \text{이다.}$$

3) $M\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \quad \therefore M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

37 [답] 1) $P\left(\frac{32}{5}, \frac{52}{5}\right)$ 2) $Q\left(\frac{38}{5}, \frac{58}{5}\right)$ 3) $M(7, 11)$

1) $x = \frac{2 \times 10 + 3 \times 4}{2+3} = \frac{20+12}{5} = \frac{32}{5}$

$y = \frac{2 \times 14 + 3 \times 8}{2+3} = \frac{28+24}{5} = \frac{52}{5}$

$\therefore P\left(\frac{32}{5}, \frac{52}{5}\right)$

2) $x = \frac{3 \times 10 + 2 \times 4}{3+2} = \frac{30+8}{5} = \frac{38}{5}$

$y = \frac{3 \times 14 + 2 \times 8}{3+2} = \frac{42+16}{5} = \frac{58}{5}$

$\therefore Q\left(\frac{38}{5}, \frac{58}{5}\right)$

3) $\left(\frac{4+10}{2}, \frac{8+14}{2}\right) \quad \therefore M(7, 11)$

38 [답] 1) $P\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{2}\right)$ 2) $Q\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}\right)$ 3) $M\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

1) $x = \frac{1 \times 2 + 3 \times (-3)}{1+3} = -\frac{7}{4}$

$y = \frac{1 \times (-5) + 3 \times 5}{1+3} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad \therefore P\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{2}\right)$

2) $x = \frac{3 \times 2 + 1 \times (-3)}{3+1} = \frac{3}{4}$

$y = \frac{3 \times (-5) + 1 \times 5}{3+1} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$

$\therefore Q\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}\right)$

3) $M\left(\frac{-3+2}{2}, \frac{5-5}{2}\right) \quad \therefore M\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

39 [답] $\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

40 [답] 1) $(-6, 1)$ 2) $(9, 4)$

1) 점 Q의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{\boxed{1} \times 4 - \boxed{2} \times (-1)}{1-2} = \boxed{-6}$$

$$y = \frac{1 \times \boxed{3} - 2 \times \boxed{2}}{1-2} = 1$$

따라서 점 Q의 좌표는 $(\boxed{-6}, 1)$ 이다.

2) 점 R의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{\boxed{2} \times 4 - \boxed{1} \times (-1)}{2-1} = 9$$

$$y = \frac{2 \times \boxed{3} - 1 \times \boxed{2}}{2-1} = \boxed{4}$$

따라서 점 R의 좌표는 $(9, \boxed{4})$ 이다.

41 [답] 1) $Q\left(-\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 2) $R\left(\frac{11}{2}, -\frac{7}{2}\right)$

1) $x = \frac{1 \times 3 - 3 \times (-2)}{1-3} = -\frac{9}{2}$

$y = \frac{1 \times (-2) - 3 \times 1}{1-3} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} \quad \therefore Q\left(-\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$

2) $x = \frac{3 \times 3 - 1 \times (-2)}{3-1} = \frac{11}{2}$

$y = \frac{3 \times (-2) - 1 \times 1}{3-1} = -\frac{7}{2} \quad \therefore R\left(\frac{11}{2}, -\frac{7}{2}\right)$

42 [답] 1) $(7, -3)$ 2) $(5, -11)$

1) 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 하면

$$a = \frac{\boxed{1} \times (-1) + \boxed{2} \times 5}{1+2} = \boxed{3}$$

$$b = \frac{1 \times 1 + 2 \times (-2)}{1+2} = -1 \quad \therefore P(\boxed{3}, -1)$$

점 Q의 좌표를 (c, d) 라고 하면

$$c = \frac{1 \times (-1) - 2 \times 5}{1-2} = 11$$

$$d = \frac{\boxed{1} \times 1 - \boxed{2} \times (-2)}{1-2} = \boxed{-5} \quad \therefore Q(11, \boxed{-5})$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{\boxed{3} + 11}{2}, \frac{-1 + \boxed{-5}}{2}\right) = (\boxed{7}, \boxed{-3})$$

2) 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 하면

$$a = \frac{3 \times 1 + 2 \times (-4)}{3+2} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$b = \frac{3 \times (-3) + 2 \times 7}{3+2} = \frac{5}{5} = 1 \quad \therefore P(-1, 1)$$

점 Q의 좌표를 (c, d) 라고 하면

$$c = \frac{3 \times 1 - 2 \times (-4)}{3-2} = 11$$

$$d = \frac{3 \times (-3) - 2 \times 7}{3-2} = -23 \quad \therefore Q(11, -23)$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+11}{2}, \frac{1-23}{2}\right) = (5, -11)$$

43 [답] 1) 8 2) 20

1) 점 P는 선분 AB를 4 : 1로 내분하는 점이므로

$$\overline{AP} = \frac{4}{5} \overline{AB} = \frac{4}{5} \times 15 = 12$$

점 Q는 선분 AB를 4 : 1로 외분하는 점이므로

$$\overline{AQ} = \frac{4}{3} \overline{AB} = \frac{4}{3} \times 15 = 20$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 8$$

2) 점 P는 선분 AB를 5 : 2로 내분하는 점이므로

$$\overline{AP} = \frac{5}{7} \overline{AB} = \frac{5}{7} \times 21 = 15$$

점 Q는 선분 AB를 5 : 2로 외분하는 점이므로

$$\overline{AQ} = \frac{5}{3} \overline{AB} = \frac{5}{3} \times 21 = 35$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 20$$

44 [답] 10

$$\overline{AP} = \frac{2}{5} \overline{AB}, \overline{AQ} = 2\overline{AB}$$

이때, $\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$ 이므로

$$24 = \frac{2}{5} \overline{AB} + 2\overline{AB}, 24 = \frac{12}{5} \overline{AB}$$

$$\therefore \overline{AB} = 10$$

45 [답] 1) $m=2, n=5$ 2) $m=5, n=2$ 3) $m=3, n=4$

1) 선분 AB가 y축에 의하여 $m : n$ 으로 내분되는 점의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{5m + (-2)n}{m+n} = 0 \text{ 이므로 } 5m = 2n$$

$$\therefore m : n = 2 : 5$$

이때, m, n 은 서로소인 자연수이므로

$$m = 2, n = 5$$

2) 선분 AB가 y축에 의하여 $m : n$ 으로 내분되는 점의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2m + (-5)n}{m+n} = 0 \text{ 이므로 } 2m = 5n$$

$$\therefore m : n = 5 : 2$$

이때, m, n 은 서로소인 자연수이므로

$$\therefore m = 5, n = 2$$

3) 선분 AB가 y축에 의하여

$m : n$ 으로 내분되는 점의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-4m + 3n}{m+n} = 0 \text{ 이므로 } 4m = 3n$$

$$\therefore m : n = 3 : 4$$

이때, m, n 은 서로소인 자연수이므로

$$m = 3, n = 4$$

46 [답] $\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}$

47 [답] 1) $D(\frac{5}{2}, 2)$ 2) $G(1, 2)$

$$1) D(\frac{2+3}{2}, \frac{5-1}{2}) \therefore D(\frac{5}{2}, 2)$$

2) 점 G의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2 \times \frac{5}{2} + 1 \times (-2)}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = \frac{2 \times 2 + 1 \times 2}{2+1} = \frac{6}{3} = 2 \therefore G(1, 2)$$

48 [답] 1) $D(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})$ 2) $G(1, \frac{5}{3})$

$$1) D(\frac{5+4}{2}, \frac{-3+6}{2}) \therefore D(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})$$

2) 점 G의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2 \times \frac{9}{2} + 1 \times (-6)}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = \frac{2 \times \frac{3}{2} + 1 \times 2}{2+1} = \frac{5}{3} \therefore G(1, \frac{5}{3})$$

49 [답] 1) $x=-8, y=3$ 2) $x=3, y=4$

1) 삼각형 ABC의 무게중심이 $G(-3, 0)$ 이므로

$$\frac{4-5+x}{3} = -3 \dots \text{㉠}, \frac{-5+2+y}{3} = 0 \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠에서 } 4-5+x = -9 \therefore x = -8$$

$$\text{㉡에서 } -5+2+y = 0 \therefore y = 3$$

$$2) \frac{1+x-1}{3} = 1, \frac{2+3+y}{3} = 3 \text{ 이므로 } x=3, y=4$$

50 [답] $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

51 [답] 1) $(\frac{7}{2}, \frac{11}{2})$ 2) $(\frac{6+a}{2}, \frac{-2+b}{2})$

$$3) a=1, b=13$$

$$1) (\frac{0+7}{2}, \frac{6+5}{2}) = (\frac{7}{2}, \frac{11}{2})$$

$$2) (\frac{6+a}{2}, \frac{-2+b}{2})$$

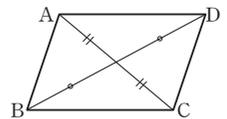
3) 평행사변형의 성질에 의하여

두 대각선 AC와 BD의 중점

이 일치하므로

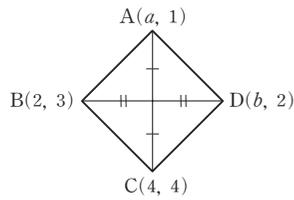
$$\frac{7}{2} = \frac{6+a}{2}, \frac{11}{2} = \frac{-2+b}{2}$$

$$\therefore a=1, b=13$$



52 [답] $a=1, b=3$ 또는 $a=3, b=5$

마름모의 성질에 의하여
두 대각선 AC와 BD의
중점이 일치하므로



$$\frac{a+4}{2} = \frac{2+b}{2}$$

$$\frac{1+4}{2} = \frac{3+2}{2}$$

$$\therefore b = \boxed{a+2} \dots\dots \textcircled{1}$$

또, 마름모의 정의에 의하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-3)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 4a + 3 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a-3) = 0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=3 \dots\dots \textcircled{2}$$

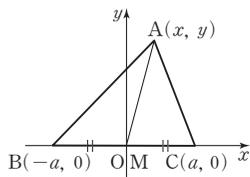
②을 ①에 대입하면

$$a=1, b = \boxed{3} \text{ 또는 } a=3, b = \boxed{5}$$

53 [답] (1) ① 대변 ② 이등분, 중점
(2) ① 길이 ② 수직이등분, 중점

54 [답] 해설 참조

다음 그림과 같이 점 M을 원점 O, \overline{BC} 를 \boxed{x} 축에 일치하도록 삼각형 ABC를 좌표평면 위에 놓자.



또, 점 B의 좌표를 $(-a, 0)$ 이라고 하면 점 C의 좌표는 $(\boxed{a}, 0)$ 이다.

이때, 점 A의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\overline{AB}^2 = (x+a)^2 + y^2, \overline{AC}^2 = (x-\boxed{a})^2 + y^2$$

$$\overline{AM}^2 = x^2 + y^2, \overline{BM}^2 = a^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= (x+a)^2 + y^2 + (x-\boxed{a})^2 + y^2 \\ &= 2\{(x^2 + y^2) + \boxed{a^2}\} \\ &= 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \end{aligned}$$

55 [답] 1) $\sqrt{10}$ 2) 5

1) 점 M이 변 BC의 중점이므로 중선정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

$$6^2 + 4^2 = \boxed{2}(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$26 = \overline{AM}^2 + 16 \Leftrightarrow \overline{AM}^2 = \boxed{10}$$

$$\therefore \overline{AM} = \boxed{\sqrt{10}} (\because \overline{AM} > 0)$$

2) $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2 \quad \therefore \overline{BC} = 10 (\because \overline{BC} > 0)$$

이때, 점 M이 \overline{BC} 의 중점이므로 $\overline{BM} = 5$

따라서 중선정리에 의해

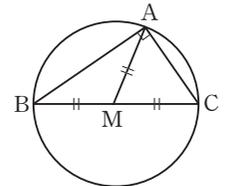
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

$$8^2 + 6^2 = 2(\overline{AM}^2 + 5^2) \Leftrightarrow 64 + 36 = 2\overline{AM}^2 + 50$$

$$\overline{AM}^2 = 25 \quad \therefore \overline{AM} = 5 (\because \overline{AM} > 0)$$

[다른 풀이]

그림과 같이 직각삼각형의 빗변의 중점이 외심이다.



즉, $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$

56 [답] $2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

57 [답] P(3, 4)

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\begin{aligned} \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 &= (x-1)^2 + (y-5)^2 + (x-5)^2 + (y-3)^2 \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \end{aligned}$$

$$= 2(x-\boxed{3})^2 + 2(y-\boxed{4})^2 + 10$$

따라서 $x = \boxed{3}, y = \boxed{4}$, 즉 P($\boxed{3}, \boxed{4}$)일 때,

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값은 최소가 된다.

58 [답] 34

x축 위의 점 P의 좌표를 $(x, 0)$ 이라고 하면

$$\begin{aligned} \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 &= (x+1)^2 + 5^2 + (x-3)^2 + 1^2 \\ &= 2x^2 - 4x + 36 = 2(x-1)^2 + 34 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 최솟값은 34이다.

59 [답] P(1, 3)

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\begin{aligned} \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 &= (x+1)^2 + (y-2)^2 + (x-4)^2 + (y-6)^2 + x^2 + (y-1)^2 \\ &= 3x^2 - 6x + 3y^2 - 18y + 58 \end{aligned}$$

$$= 3(x-\boxed{1})^2 + 3(y-\boxed{3})^2 + 28$$

$$\text{즉, } \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{은 } x = \boxed{1}, y = \boxed{3} \text{일 때 최솟값}$$

$\boxed{28}$ 을 가진다.

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(\boxed{1}, \boxed{3})$ 이다.

60 [답] (1) 최솟값 (2) 완전제곱식

III - 2 직선의 방정식

pp. 159 ~ 179

- 61 ㉠ 1) $y=2$ 2) $x=1$ 3) $y=x+3$
 4) $y=2x+6$ 5) $y=2x-1$ 6) $y=-x$
 7) $y=2x+4$ 8) $y=-2x+9$

4) 구하는 직선의 방정식을 $y=2x+a$ 라 하고
 $x=-3, y=0$ 을 대입하면 $0=-6+a \quad \therefore a=6$
 $\therefore y=2x+6$

5) $y-\boxed{3}=2(x-\boxed{2}) \quad \therefore y=2x-\boxed{1}$

7) 기울기가 2이므로 점 $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은
 $y-2=2(x+1) \quad \therefore y=2x+4$

8) (기울기) $=\frac{-2}{1}=-2$ 이므로 점 $(4, 1)$ 을 지나는 직선
 의 방정식은 $y-1=-2(x-4) \quad \therefore y=-2x+9$

- 62 ㉠ 1) $y=\sqrt{3}x-4$ 2) $y=x-5$ 3) $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

1) (기울기) $=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ 이고, 점 $(\sqrt{3}, -1)$ 을 지나는
 직선의 방정식은

$y+\boxed{1}=\sqrt{3}(x-\sqrt{3}) \quad \therefore y=\sqrt{3}x-4$

2) (기울기) $=\tan 45^\circ=1$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y+2=x-3 \quad \therefore y=x-5$

3) (기울기) $=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-2=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+\sqrt{3}) \Rightarrow y-2=\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$
 $\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

- 63 ㉠ (1) $y=mx+n$ (2) $y-y_1=m(x-x_1)$

- 64 ㉠ 1) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ 2) $y=-x-1$
 3) $y=2x-3$ 4) $y=3x-1$

1) 두 점 A, B의 x 좌표가 다르므로 두 점 A, B를 지나는
 직선의 방정식은

$y-2=\frac{3-\boxed{2}}{-1-1}(x-\boxed{1}) \Rightarrow y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$
 $\therefore y=\boxed{-\frac{1}{2}}x+\frac{5}{2}$

2) $y-2=\frac{-2-2}{1+3}(x+3) \Rightarrow y-2=-x-3$
 $\therefore y=-x-1$

3) $y-3=\frac{-5-3}{-1-3}(x-3) \Rightarrow y-3=2(x-3)$
 $\therefore y=2x-3$

4) $y-5=\frac{8-5}{3-2}(x-2) \Rightarrow y-5=3(x-2)$
 $\therefore y=3x-1$

- 65 ㉠ 1) $x=7$ 2) $x=1$ 3) $y=1$ 4) $y=2$

1) 두 점 A, B의 x 좌표가 같으므로 두 점 A, B를 지나는
 직선의 방정식은 $x=\boxed{7}$

3) 두 점 A, B의 y 좌표가 같으므로 두 점 A, B를 지나는
 직선의 방정식은 $\boxed{y}=1$

- 66 ㉠ (1) $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$ (2) $x=x_1$

- 67 ㉠ 1) $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ 2) $\frac{x}{2}-y=-1$ 3) $\frac{x}{5}-\frac{y}{10}=1$
 4) $x+\frac{y}{4}=-1$ 5) $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=-1$

1) 방법 1) 공식을 바로 적용하면 $\frac{x}{\boxed{3}}+\frac{y}{5}=1$

방법 2) \boxed{x} 절편은 x 축과 만나는 점의 x 좌표이고,
 \boxed{y} 절편은 y 축과 만나는 점의 y 좌표이다.

이때, 두 점 $(3, 0), (0, 5)$ 를 지나는 직선의 기울기는
 $\frac{5-0}{0-3}=\boxed{-\frac{5}{3}}$ 이고, y 절편은 5이므로 구하는 직선의

방정식은 $y=\boxed{-\frac{5}{3}}x+5$

2) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1 \quad \therefore \frac{x}{2}-y=-1$

3) $\frac{x}{5}+\frac{y}{-10}=1 \quad \therefore \frac{x}{5}-\frac{y}{10}=1$

4) $\frac{x}{-1}+\frac{y}{-4}=1 \quad \therefore x+\frac{y}{4}=-1$

5) $\frac{x}{-3}+\frac{y}{-2}=1 \quad \therefore \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=-1$

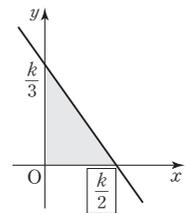
- 68 ㉠ 1) 12 2) $4\sqrt{15}$ 3) $8\sqrt{3}$

1) $2x+3y=k$ 에서 x 절편은 $\boxed{\frac{k}{2}}$, y 절편은 $\frac{k}{3}$ 이다.

직선 $2x+3y=k$ 와 x 축 및 y 축으로
 둘러싸인 삼각형은 오른쪽 그림과
 같고, 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2} \cdot \boxed{\frac{k}{2}} \cdot \frac{k}{3}=12$
 $k^2=\boxed{144}$

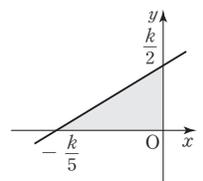
$\therefore k=\boxed{12} (\because k>0)$



2) 직선 $-5x+2y=k$ 에서 x 절편은
 $-\frac{k}{5}$, y 절편은 $\frac{k}{2}$ 이다.

직선 $-5x+2y=k$ 와 x 축 및
 y 축으로 둘러싸인 삼각형은 오른
 쪽 그림과 같고, 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{5} \cdot \frac{k}{2}=12 \Rightarrow k^2=240$
 $\therefore k=4\sqrt{15} (\because k>0)$



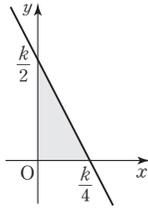
3) 직선 $4x+2y=k$ 에서 x 절편은

$\frac{k}{4}$, y 절편은 $\frac{k}{2}$ 이다.

직선 $4x+2y=k$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형은 오른쪽 그림과 같고, 넓이가 12이므로

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{4} \cdot \frac{k}{2} = 12 \Rightarrow k^2 = 192$$

$$\therefore k = 8\sqrt{3} (\because k > 0)$$



69 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

70 1) 5 2) -3 3) 3 또는 13

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으려면 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같아야 한다.

1) (직선 AB의 기울기) = $\frac{-1-2}{-2-1} = 1$

(직선 AC의 기울기) = $\frac{k-2}{4-1} = \frac{k-2}{3}$

즉, $\frac{k-2}{3} = 1$ 이므로 $k-2=3 \therefore k=5$

2) (직선 AB의 기울기) = $\frac{3-5}{-1-k} = \frac{2}{1+k}$

(직선 AC의 기울기) = $\frac{-1-5}{-k-k} = \frac{3}{k}$

즉, $\frac{2}{1+k} = \frac{3}{k}$ 이므로 $2k=3+3k \therefore k=-3$

3) (직선 AB의 기울기) = $\frac{11-k}{5-1} = \frac{11-k}{4}$

(직선 AC의 기울기) = $\frac{7-k}{k-1}$

즉, $\frac{11-k}{4} = \frac{7-k}{k-1}$ 이므로 $(11-k)(k-1) = 4(7-k)$

$$k^2 - 16k + 39 = 0 \Rightarrow (k-3)(k-13) = 0$$

$$\therefore k = 3 \text{ 또는 } k = 13$$

71 1) $y=2x+1$ 2) $y=2x+1$ 3) $y=\frac{3}{2}x-3$

1) 세 점 A(1, 3), B(a, 5), C(3, 2a+3)이 한 직선 l 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같다.

즉, $\frac{5-3}{a-1} = \frac{(2a+3)-3}{3-1}$ 이므로 $\frac{2}{a-1} = a$

$$a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = 2 (\because a > 0)$$

따라서 직선 l의 기울기는 2이고 점 A(1, 3)을 지나므로 직선 l의 방정식은

$$y-3 = 2(x-1) \therefore y = 2x+1$$

2) $\frac{a-(-1)}{1-(-1)} = \frac{-5-(-1)}{-a-(-1)}$ 이므로

$$\frac{a+1}{2} = \frac{-4}{-a+1}$$

$$1-a^2 = -8$$

$$a^2 = 9 \therefore a = 3 (\because a > 0)$$

따라서 직선 l의 기울기는 2이고 점 A(-1, -1)을 지나므로 직선 l의 방정식은

$$y+1 = 2(x+1) \therefore y = 2x+1$$

72 BC, AC, $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, \frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}, \frac{y_1-y_3}{x_1-x_3}$

73 1) $y = -\frac{3}{5}x+4$ 2) $y = -2x+6$ 3) $y = 5x-12$

점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 BC의 중점을 지난다.

1) BC의 중점을 M이라고 하면

$$M\left(\frac{1+4}{2}, \frac{4+1}{2}\right) \therefore M\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

따라서 직선 l은 두 점 A(0, 4)와 $M\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 지나므로 직선 l의 방정식은 $y = -\frac{3}{5}x+4$ 이다.

2) BC의 중점을 M이라고 하면

$$M\left(\frac{8+0}{2}, \frac{-6+2}{2}\right) \therefore M(4, -2)$$

따라서 직선 l은 두 점 A(1, 4)와 M(4, -2)를 지나므로 직선 l의 방정식은

$$y-4 = -2(x-1) \therefore y = -2x+6$$

3) BC의 중점을 M이라고 하면

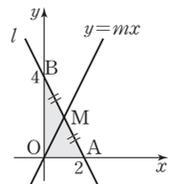
$$M\left(\frac{5-1}{2}, \frac{-5+1}{2}\right) \therefore M(2, -2)$$

따라서 직선 l은 두 점 A(3, 3)과 M(2, -2)를 지나므로 직선 l의 방정식은

$$y-3 = 5(x-3) \therefore y = 5x-12$$

74 2

직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ 은 x 절편이 2, y 절편이 4이므로 직선 l과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림과 같다.



또한, 직선 $y=mx$ 는 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하므로 직선 $y=mx$ 는 선분 AB의 중점 M을 지난다.

이때, $M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$, 즉 $M(1, 2)$ 이므로

$$y=mx \text{에 점 M의 좌표를 대입하면 } m = 2$$

75 [답] (1) 중점 (2) 대각선 (3) 대각선

76 [답] 1) 제 2 사분면 2) 제 3 사분면 3) 제 1 사분면

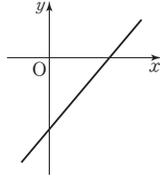
$$ax+by+c=0 \text{에서 } y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

1) $a < 0, b > 0, c > 0$ 이므로

$$(기울기) = -\frac{a}{b} > 0$$

$$(y절편) = -\frac{c}{b} < 0$$

즉, 직선 $ax+by+c=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 이 직선이 지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.

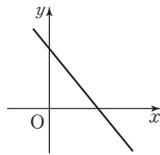


2) $a > 0, b > 0, c < 0$ 이므로

$$(기울기) = -\frac{a}{b} < 0$$

$$(y절편) = -\frac{c}{b} > 0$$

즉, 직선 $ax+by+c=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 이 직선이 지나지 않는 사분면은 제 3 사분면이다.

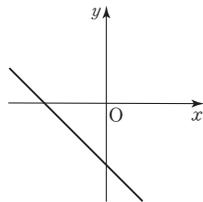


3) $a < 0, b < 0, c < 0$ 이므로

$$(기울기) = -\frac{a}{b} < 0$$

$$(y절편) = -\frac{c}{b} < 0$$

직선 $ax+by+c=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 이 직선이 지나지 않는 사분면은 제 1 사분면이다.



77 [답] 1) ㄱ 2) ㄴ 3) ㄷ

$$ax+by+c=0 \text{에서 } y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

1) $ab < 0, bc < 0$ 이므로

$$(기울기) = -\frac{a}{b} > 0, (y절편) = -\frac{c}{b} > 0$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 직선의 개형은 ㄱ이다.

2) $ab > 0, bc = 0$ 이므로 $c = 0$

$$\therefore (기울기) = -\frac{a}{b} < 0, (y절편) = -\frac{c}{b} = 0$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 직선의 개형은 ㄴ이다.

3) $ac > 0, bc > 0$ 이므로 a 와 c 의 부호가 같고, b 와 c 의 부호가 같다.

즉, $a > 0, b > 0, c > 0$ 또는 $a < 0, b < 0, c < 0$ 이므로

$$(기울기) = -\frac{a}{b} < 0, (y절편) = -\frac{c}{b} < 0$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 직선의 개형은 ㄷ이다.

78 [답] 1) ㄴ 2) ㄷ 3) ㄴ 4) ㄴ

$$ax+by+c=0 \text{에서 } y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

1) 주어진 그림에서

$$(기울기) = -\frac{a}{b} > 0, (y절편) = -\frac{c}{b} > 0$$

$$\therefore ab < 0, bc < 0 \Rightarrow ac > 0$$

한편, $cx+ay+b=0$ 에서 $a \neq 0$ 이므로 $y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$

이때, $(기울기) = -\frac{c}{a} < 0, (y절편) = -\frac{b}{a} > 0$ 이므로

로 직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 ㄴ과 같다.

2) 주어진 그림에서

$$(기울기) = -\frac{a}{b} < 0, (y절편) = -\frac{c}{b} < 0$$

$$\therefore ab > 0, bc > 0 \Rightarrow ac > 0$$

한편, $cx+ay+b=0$ 에서 $a \neq 0$ 이므로 $y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$

$(기울기) = -\frac{c}{a} < 0, (y절편) = -\frac{b}{a} < 0$ 이므로

직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 ㄷ과 같다.

3) 주어진 그림에서

$$(기울기) = -\frac{a}{b} < 0, (y절편) = -\frac{c}{b} = 0$$

$$\therefore ab > 0, c = 0$$

$cx+ay+b=0$ 에서 $y=-\frac{b}{a}$ 이고, $-\frac{b}{a} < 0$ 이므로

직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 ㄴ과 같다.

4) 주어진 그림에서

$$(기울기) = -\frac{a}{b} = 0, (y절편) = -\frac{c}{b} > 0$$

$$\therefore a = 0, bc < 0$$

$cx+ay+b=0$ 에서 $x=-\frac{b}{c}$ 이고, $-\frac{b}{c} > 0$ 이므로

직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 ㄴ과 같다.

5) 주어진 그림에서 직선 $ax+by+c=0$ 이 y 축과 평행하므로 $b=0$

$$\therefore ax+c=0 \quad \therefore x=-\frac{c}{a}$$

그림에서 $-\frac{c}{a} < 0$

$cx+ay+b=0 \Rightarrow cx+ay=0 \Rightarrow y=-\frac{c}{a}x$ 이므로

직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 ㄷ과 같다.

79 [답] $-\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} \cdot -\frac{a}{b} \cdot -\frac{c}{b}$

80 [답] 1) 0 2) -2

$$1) 1=k+1 \quad \therefore k=0$$

$$2) k^2+3k-1=2k+1, 1 \neq k \quad k^2+2k-2=0, 1 \neq k$$

$$(k-1)(k+2)=0, 1 \neq k \quad \therefore k=-2$$

81 [답] 1) $y=2x-1$ 2) $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ 3) $y=1$

- 1) 직선 $y=2x+7$ 의 기울기는 $\boxed{2}$ 이므로,
 기울기가 $\boxed{2}$ 이고 점 (3, 5)를 지나는 직선의 방정식은
 $y-5=\boxed{2}(x-3) \quad \therefore y=\boxed{2}x-1$
- 2) 기울기가 $\frac{1}{3}$ 이고 점 (5, 3)을 지나는 직선의 방정식은
 $y-3=\frac{1}{3}(x-5) \Rightarrow y-3=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$
 $\therefore y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$
- 3) $y+1=0$ 에서 $y=-1$
 이 직선은 x 축에 평행하므로 이 직선에 평행하고 점
 (2, 1)을 지나는 직선의 방정식은 $y=1$

82 [답] 1) $k=-4$ 2) $k=2$

- 1) $\frac{k}{2}=\frac{6}{\boxed{-3}} \neq \frac{5}{1}$
 $\boxed{-3}k=12 \quad \therefore k=\boxed{-4}$
 [다른 풀이]
 $2x-3y+1=0$ 에서 $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$
 $kx+6y+5=0$ 에서 $y=-\frac{k}{6}x-\frac{5}{6}$
 이 두 직선은 평행하므로
 $\frac{2}{3}=-\frac{k}{6} \quad \therefore k=-4$
- 2) $\frac{k}{1}=\frac{-2}{1-k} \neq \frac{-2}{2} \dots\dots \textcircled{1}$
 $k(1-k)=-2 \Rightarrow k^2-k-2=0 \Rightarrow (k+1)(k-2)=0$
 $\therefore k=-1$ 또는 $k=2$
 (i) $k=-1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $\frac{-1}{1}=\frac{-2}{2}=\frac{-2}{2}$
 (ii) $k=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $\frac{2}{1}=\frac{-2}{-1} \neq \frac{-2}{2}$
 (i), (ii)에서 $\textcircled{1}$ 을 만족하는 값은 $k=2$ 이다.

83 [답] 1) $y=\frac{4}{5}x-\frac{13}{5}$ 2) $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

- 1) 직선 $4x-5y+10=0$ 을 변형하면 $y=\frac{4}{5}x+2$
 기울기가 $\frac{4}{5}$ 이고, 점 (2, -1)을 지나는 직선의 방정식
 을 구하면 $y-(-1)=\frac{4}{5}(x-2)$
 $\therefore y=\frac{4}{5}x-\frac{13}{5}$

- 2) 직선 $2x-3y=0$ 을 변형하면 $y=\frac{2}{3}x$
 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식을
 구하면
 $y-2=\frac{2}{3}(x-1)$
 $\therefore y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

84 [답] 1) -2 2) $\frac{2}{5}$ 3) 1

- 두 직선이 수직이라면 기울기의 곱이 -1 이므로
 1) $1 \times (k+1) = -1 \quad \therefore k = -2$
 2) $5 \times (2k-1) = -1 \quad \therefore k = \frac{2}{5}$
 3) $-k \times (2-k) = -1 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k-1)^2 = 0$
 $\therefore k = 1$

85 [답] 1) $y=-2x+3$ 2) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ 3) $y=-\frac{4}{3}x$

- 1) 직선 l 의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 이 직선에 수직인 직선의
 기울기를 m 이라고 하면
 $\frac{1}{2} \times m = -1 \quad \therefore m = \boxed{-2}$
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y-(-1) = \boxed{-2}(x-2) \quad \therefore y = \boxed{-2}x+3$
- 2) 직선 l 의 기울기는 3이므로 직선 l 에 수직인 직선의 기
 울기를 m 이라고 하면
 $3 \times m = -1 \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y-2 = -\frac{1}{3}(x-1) \quad \therefore y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$
- 3) 직선 l 의 기울기는 $\frac{3}{4}$ 이므로 직선 l 에 수직인 직선의 기
 울기를 m 이라고 하면
 $\frac{3}{4} \times m = -1 \quad \therefore m = -\frac{4}{3}$
 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = -\frac{4}{3}x$

86 [답] 1) 3 2) 3 또는 -1

- 1) [방법 1] 두 직선이 서로 수직이므로
 $1 \cdot k + (k-4) \cdot 3 = \boxed{0}$
 $4k = \boxed{12} \quad \therefore k = \boxed{3}$
 [방법 2] $x + (k-4)y + 1 = 0$ 에서
 $y = -\frac{1}{k-4}x - \frac{1}{k-4}$
 $kx + 3y - 2 = 0$ 에서 $y = -\frac{k}{3}x + \frac{2}{3}$

두 직선이 서로 수직이므로

$$\left(-\frac{1}{k-4}\right) \times \left(-\frac{k}{3}\right) = \boxed{-1}$$

$$\frac{k}{3(k-4)} = -1 \Leftrightarrow k = -3k + 12 \Leftrightarrow 4k = \boxed{12}$$

$$\therefore k = \boxed{3}$$

2) $y = kx + 3$ 에서 $kx - y + 3 = 0$

두 직선이 수직이므로 $k(k-2) - 3 = 0$

$$k^2 - 2k - 3 = 0 \Leftrightarrow (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3 \text{ 또는 } k = -1$$

[다른 풀이]

$(k-2)x + 3y - 1 = 0$ 에서 $y = -\frac{k-2}{3}x + \frac{1}{3}$

두 직선이 서로 수직이므로 $\left(-\frac{k-2}{3}\right) \times k = -1$

$$k(k-2) = 3 \Leftrightarrow k^2 - 2k - 3 = 0 \Leftrightarrow (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3 \text{ 또는 } k = -1$$

87 [답] 1) $y = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{2}$ 2) $y = 2x + 4$

1) 직선 $4x - 5y + 10 = 0$ 을 변형하면 $y = \frac{4}{5}x + 2$

이 직선의 기울기는 $\frac{4}{5}$ 이므로 이 직선에 수직인 직선의

기울기는 $-\frac{5}{4}$ 이다. 기울기가 $-\frac{5}{4}$ 이고 점 $(2, -1)$ 을

지나는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = -\frac{5}{4}(x - 2) \quad \therefore y = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{2}$$

2) 직선 $x + 2y - 5 = 0$ 을 변형하면 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

이 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이 직선에 수직인 직선의

기울기는 2이다. 기울기가 2이고 점 $(0, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = 2x + 4$$

88 [답] 1) 3 2) -1 3) $\frac{3}{2}$

1) $a - 2 = \frac{3}{a}$ ㉠, $a^2 \left(\neq\right) -\frac{1}{a}$ ㉡

$$\text{㉠에서 } a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow (a+1)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 3$$

그런데 ㉡에 의해 $a = \boxed{3}$

2) $a - 2 = \frac{3}{a}$ ㉠, $a^2 \left(=\right) -\frac{1}{a}$ ㉡

$$\text{㉠에서 } a = -1 \text{ 또는 } a = 3$$

그런데 ㉡에 의해 $a = \boxed{-1}$

3) $(a-2) \times \frac{3}{a} = \boxed{-1} \Leftrightarrow 3a - 6 = -a$

$$4a = \boxed{6} \quad \therefore a = \boxed{\frac{3}{2}}$$

89 [답] 1) -3 2) 2 3) $-\frac{3}{5}$

1) $\frac{a}{-2} = \frac{-3}{a+1} \neq \frac{-1}{1}$ ㉠

$$\frac{a}{-2} = \frac{-3}{a+1} \text{에서 } a^2 + a = 6$$

$$a^2 + a - 6 = 0 \Leftrightarrow (a+3)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 2$$

이때, ㉠을 만족하는 값은 $a = -3$ 이다.

2) $\frac{a}{-2} = \frac{-3}{a+1} = \frac{-1}{1}$ ㉡

$$\frac{a}{-2} = \frac{-3}{a+1} \text{에서 } a = -3 \text{ 또는 } a = 2$$

이때, ㉡을 만족하는 값은 $a = 2$ 이다.

3) $a \cdot (-2) + (-3) \cdot (a+1) = 0$ 이므로

$$-2a - 3a - 3 = 0 \Leftrightarrow -5a = 3 \quad \therefore a = -\frac{3}{5}$$

90 [답] 1) 3 2) 0 3) $\frac{4}{3}$

1) $\frac{-1}{a-2} = \frac{a-1}{-2} \neq \frac{1}{a+2}$ ㉠

$$\frac{-1}{a-2} = \frac{a-1}{-2} \text{에서 } a^2 - 3a + 2 = 2 \Leftrightarrow a^2 - 3a = 0$$

$$a(a-3) = 0 \quad \therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 3$$

이때, ㉠을 만족하는 값은 $a = 3$ 이다.

2) $\frac{-1}{a-2} = \frac{a-1}{-2} = \frac{1}{a+2}$ ㉡

$$\frac{-1}{a-2} = \frac{a-1}{-2} \text{에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 3$$

이때, ㉡을 만족하는 값은 $a = 0$ 이다.

3) $(-1) \cdot (a-2) + (a-1) \cdot (-2) = 0$ 이므로

$$-a + 2 - 2a + 2 = 0 \Leftrightarrow -3a = -4 \quad \therefore a = \frac{4}{3}$$

91 [답] 1) 5 2) 2

1) 직선 $x + ay + 1 = 0$ 과 직선 $x - (b-3)y - 1 = 0$ 이 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{-b+3} \neq \frac{1}{-1} \Leftrightarrow a = -b + 3$$

$$\therefore a + b = \boxed{3} \text{ ㉠}$$

또한 직선 $x + ay + 1 = 0$ 과 직선 $2x - by + 1 = 0$ 이

수직이므로

$$1 \cdot 2 + a \cdot (-b) = 0$$

$$2 - ab = 0$$

$$\therefore ab = \boxed{2} \text{ ㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의해

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \times 2 = \boxed{5}$$

2) 직선 $x + ay + 1 = 0$ 과 직선 $x + (b-2)y - 1 = 0$ 이 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{b-2} \neq \frac{1}{-1}$$

$$a=b-2$$

$$\therefore a-b=-2 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한 직선 $x+ay+1=0$ 과 직선 $(a+1)x+(b-1)y+1=0$ 이 수직이므로

$$1 \cdot (a+1) + a \cdot (b-1) = 0$$

$$a+1+ab-a=0$$

$$\therefore ab=-1 \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-2)^2+2 \times (-1)=2$$

92 답

	한 점에서 만난다.	평행하다.
$\begin{cases} y=mx+n \\ y=m'x+n' \end{cases}$	$m \neq m'$	$m=m', n \neq n'$
$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$
	일치한다.	수직이다.
$\begin{cases} y=mx+n \\ y=m'x+n' \end{cases}$	$m=m', n=n'$	$mm'=-1$
$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	$aa'+bb'=0$

93 답 1) $y=x-2$ 2) $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ 3) $y=x+3$

4) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ 5) $y=-2x+4$

1) 두 점 A(5, -3), B(-1, 3)을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{3-(-3)}{-1-5}=-1$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 1이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $(\frac{5-1}{2}, \frac{-3+3}{2})$, 즉 $(\textcircled{2}, 0)$ 을 지난다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 $y=\textcircled{x-2}$ 이다.

2) 두 점 A(1, 4), B(3, -2)를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{(-2)-4}{3-1}=-3$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $(\frac{1+3}{2}, \frac{4-2}{2})$, 즉 (2, 1)을 지난다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 $y-1=\frac{1}{3}(x-2)$

$$\therefore y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$$

3) 두 점 A(-4, 7), B(4, -1)을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-1-7}{4-(-4)}=-1$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 1이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $(\frac{-4+4}{2}, \frac{7-1}{2})$, 즉 (0, 3)을 지난다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 $y-3=x \quad \therefore y=x+3$

4) 두 점 A(-4, 0), B(2, 4)를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-0}{2-(-4)}=\frac{2}{3}$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $(\frac{-4+2}{2}, \frac{0+4}{2})$, 즉 (-1, 2)를 지난다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 $y-2=-\frac{3}{2}(x+1) \quad \therefore y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

5) 두 점 A(-2, 3), B(2, 5)를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{5-3}{2-(-2)}=\frac{1}{2}$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 -2이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $(\frac{-2+2}{2}, \frac{3+5}{2})$, 즉 (0, 4)를 지난다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 $y-4=-2(x-0) \quad \therefore y=-2x+4$

94 답 (1) 중점 (2) -1

95 답 1) -3 2) $\frac{3}{2}$

1) 주어진 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) $y=kx+2$ 가 $y=-x$ 또는 $y=x-2$ 와 평행할 때 $k=\textcircled{-1}$ 또는 $k=1$

(ii) $y=kx+2$ 가 $y=-x$ 와 $y=x-2$ 의 교점을 지난다
 $y=-x, y=x-2$ 를 연립하여 풀면
 $-x=x-2 \Rightarrow -2x=-2$
 $\therefore x=1, y=\textcircled{-1}$

즉, 직선 $y=kx+2$ 가 두 직선 $y=-x$ 와 $y=x-2$ 의 교점 (1, $\textcircled{-1}$)을 지나려면

$$\textcircled{-1}=k+2$$

$$\therefore k=\textcircled{-3}$$

(i), (ii)에서 모든 실수 k 의 값의 합은 $-1+1+(\textcircled{-3})=\textcircled{-3}$

2) $x+2y=0$ ㉠, $x-y+3=0$ ㉡,
 $kx+y+k+1=0$ ㉢이라 하자.

(i) 직선 ㉠, ㉡은 평행하지 않으므로

i) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행한 경우

$$\frac{1}{k} = \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{k+1} \quad \therefore k = -1$$

ii) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행한 경우

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{1} \neq \frac{0}{k+1} \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$$\text{㉠} - \text{㉡} \text{을 하면 } 3y - 3 = 0 \quad \therefore y = 1, x = \boxed{-2}$$

즉, 직선 ㉢이 두 직선 ㉠, ㉡의 교점 $(\boxed{-2}, 1)$ 을 지나려면

$$-2k + 1 + k + 1 = 0 \quad \therefore k = 2$$

(i), (ii)에서 모든 실수 k 의 값의 합은

$$-1 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$$

96 ㉠ (1) 같다, 네 (2) 같, 다르다, 여섯 (3) 교점, 여섯

97 ㉠ 1) P(1, 0) 2) P(3, 6) 3) P(-4, 3)

4) P(-1, -1) 5) P($\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$)

1) 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(2x - y - 2)k + x + y - 1 = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$2x - y - 2 = 0, x + y - 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } x = \boxed{1}, y = \boxed{0}$$

$$\therefore P(\boxed{1}, \boxed{0})$$

2) 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x - 3)k - x + y - 3 = 0 \text{이므로}$$

$$x - 3 = 0, -x + y - 3 = 0$$

$$\therefore x = 3, y = 6 \quad \therefore P(3, 6)$$

3) $4x + 5y + 1 = 0, 2x + 3y - 1 = 0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3 \quad \therefore P(-4, 3)$$

4) 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x + 1)k + y + 1 = 0 \text{이므로}$$

$$x + 1 = 0, y + 1 = 0 \quad \therefore x = -1, y = -1$$

$$\therefore P(-1, -1)$$

5) 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x - 2y + 1)k + x + y - 1 = 0 \text{이므로}$$

$$x - 2y + 1 = 0, x + y - 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

98 ㉠ 1) P(-1, 1), $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

2) P(1, 6), $y = -2x + 8$

3) P(-3, 4), $y = -\frac{2}{3}x + 2$

1) $x + 3y - 2 = 0$ ㉠, $2x - y + 3 = 0$ ㉡이라 하자.

$$\text{㉠} \times 2 - \text{㉡} \text{을 하면 } 7y - 7 = 0$$

$$\therefore y = 1, x = \boxed{-1}$$

$$\therefore P(\boxed{-1}, 1)$$

따라서 두 점 P($\boxed{-1}$, 1), Q(1, 2)를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{2 - 1}{1 - (\boxed{-1})}(x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

2) $y = -x + 7, y = 2x + 4$ 를 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 6$$

$$\therefore P(1, 6)$$

따라서 두 점 P(1, 6), Q(3, 2)를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 6 = \frac{2 - 6}{3 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = -2x + 8$$

3) $3x + 2y = -1, 2x - y = -10$ 을 연립하여 풀면

$$x = -3, y = 4$$

$$\therefore P(-3, 4)$$

따라서 두 점 P(-3, 4), Q(3, 0)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 4 = \frac{0 - 4}{3 - (-3)}(x + 3)$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x + 2$$

99 ㉠ 1) $x + 3y - 3 = 0$ 2) $3x + y + 2 = 0$

3) $3x - 5y + 4 = 0$

1) 두 직선 $3x + 2y - 6 = 0, 2x - y = 3$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$3x + 2y - 6 + k(2x - y - 3) = 0 (k \text{는 실수})$$

이라고 하면 이 직선은 점 P(0, 1)을 지나므로

$$2 - 6 + k(-1 - 3) = 0$$

$$-4k = 4$$

$$\therefore k = \boxed{-1}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$3x + 2y - 6 - (2x - y - 3) = 0$$

$$\therefore x + \boxed{3}y - 3 = 0$$

2) 직선 $x+2y+5+k(-2x+y+3)=0$ (k 는 실수)은

점 $P(0, -2)$ 를 지나므로

$$-4+5+k(-2+3)=0$$

$$\therefore k=-1$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x+2y+5-(-2x+y+3)=0$$

$$x+2y+5+2x-y-3=0 \quad \therefore 3x+y+2=0$$

3) 직선 $2x-y-1+k(x+3y-6)=0$ (k 는 실수)은

점 $P(2, 2)$ 를 지나므로

$$4-2-1+k(2+6-6)=0$$

$$2k=-1$$

$$\therefore k=-\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$2x-y-1-\frac{1}{2}(x+3y-6)=0$$

$$4x-2y-2-x-3y+6=0$$

$$\therefore 3x-5y+4=0$$

100 [답] 1) $2x+y+1=0$ 2) $3x+y-11=0$

1) 두 직선 $x+y+1=0$, $2x-y-1=0$ 의 교점을 지나는

직선의 방정식을

$$x+y+1+k(2x-y-1)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

이라고 하면

$$(1+2k)x+(1-k)y+1-k=0 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 이 직선 $4x+2y+1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1+2k}{4} = \frac{1-k}{2} \neq \frac{1-k}{1}$$

$$\frac{1+2k}{4} = \frac{1-k}{2} \text{에서 } k = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x+y+1+\frac{1}{4}(2x-y-1)=0$$

$$4(x+y+1)+(2x-y-1)=0$$

$$\therefore 2x+y+1=0$$

2) 두 직선 $x-y-1=0$, $x-2y+1=0$ 의 교점을 지나는

직선의 방정식을

$$x-y-1+k(x-2y+1)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

이라고 하면

$$(1+k)x-(1+2k)y-(1-k)=0 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 이 직선 $3x+y-1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1+k}{3} = \frac{-1-2k}{1} \neq \frac{-1+k}{1} \quad \therefore k = -\frac{4}{7}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-y-1-\frac{4}{7}(x-2y+1)=0$$

$$7(x-y-1)-4(x-2y+1)=0$$

$$\therefore 3x+y-11=0$$

101 [답] 1) $3x+y-8=0$ 2) $x-3y+9=0$

1) 두 직선 $x-y+4=0$, $2x+y-7=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$x-y+4+k(2x+y-7)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

이라고 하면

$$(2k+1)x+(k-1)y-7k+4=0 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 은 직선 $x-3y+1=0$ 에 수직이므로

$$(2k+1) \cdot 1 + (k-1) \cdot (-3) = 0$$

$$2k+1-3k+3=0 \quad \therefore k=4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-y+4+4(2x+y-7)=0$$

$$9x+3y-24=0 \quad \therefore 3x+y-8=0$$

2) 두 직선 $-x+y-5=0$, $x+2y-1=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$-x+y-5+k(x+2y-1)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

이라고 하면

$$(-1+k)x+(1+2k)y-5-k=0 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 은 직선 $3x+y+2=0$ 에 수직이므로

$$(-1+k) \cdot 3 + (1+2k) \cdot 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$-x+y-5+\frac{2}{5}(x+2y-1)=0$$

$$5(-x+y-5)+2(x+2y-1)=0$$

$$\therefore x-3y+9=0$$

102 [답] (1) $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$ (2) $ax+by+c$, $a'x+b'y+c'$

103 [답] 1) $\sqrt{13}$ 2) 1 3) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

$$1) \frac{|3 \times 0 - 2 \times 0 + 13|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$2) \frac{|5 \times 0 - 12 \times 0 + 13|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{13}{\sqrt{169}} = 1$$

3) $y=3x-1$ 은 $3x-y-1=0$ 이므로 구하는 거리는

$$\frac{|3 \times 0 - 0 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

104 [답] 1) 1 2) $2\sqrt{5}$ 3) 3 4) 4

$$1) \frac{|4 \times 2 - 3 \times (-1) - 6|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{25}} = 1$$

2) $y=-2x-5$ 에서 $2x+y+5=0$ 이므로 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 3 + (-1) + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2\sqrt{5}$$

3) $x=2$ 에서 $x-2=0$ 이므로 구하는 거리는 $\frac{|5-2|}{\sqrt{1^2+0^2}}=3$

4) $y=4$ 에서 $y-4=0$ 이므로 구하는 거리는 $\frac{|8-4|}{\sqrt{0^2+1^2}}=4$

105 [답] 1) $x-2y+5=0$, $11x-2y-25=0$
 2) $y=2$, $4x+3y-10=0$

1) 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면 점 (3, 4)를 지나므로 직선의 방정식은 $y-4=m(x-3)$

$$\therefore mx-y-3m+4=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원점과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|-3m+4|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{5}$$

$$(-3m+4)^2=5(m^2+1)$$

$$4m^2-24m+11=0$$

$$(2m-1)(2m-11)=0$$

$$\therefore m=\frac{1}{2} \text{ 또는 } m=\frac{11}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-2y+5=0, 11x-2y-25=0 (\because \textcircled{1})$$

2) 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면 점 (1, 2)를 지나므로 직선의 방정식은

$$y-2=m(x-1) \quad \therefore mx-y-m+2=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원점과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 2이므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=2 \Rightarrow (-m+2)^2=4(m^2+1)$$

$$m^2-4m+4=4m^2+4 \Rightarrow 3m^2+4m=0$$

$$m(3m+4)=0 \quad \therefore m=0 \text{ 또는 } m=-\frac{4}{3}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=2, 4x+3y-10=0 (\because \textcircled{1})$$

106 [답] $4x+3y+5=0$ 또는 $4x+3y-5=0$

직선 $l: 4x+3y=0$ 에 평행한 직선의 방정식을

$$4x+3y+k=0 (k \text{는 실수}) \text{이라 하자.}$$

이 직선과 원점 사이의 거리 $d=1$ 이므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{4^2+3^2}}=1 \Rightarrow |k|=5 \quad \therefore k=\pm 5$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$4x+3y+5=0 \text{ 또는 } 4x+3y-5=0$$

[다른 풀이]

직선 $4x+3y=0$, 즉 $y=-\frac{4}{3}x$ 에 평행하므로 구하는 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이다.

$$\text{구하는 직선의 방정식을 } y=-\frac{4}{3}x+a,$$

즉 $4x+3y-3a=0$ 이라고 할 때, 원점에서 이 직선까지의 거리가 1이므로

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{4^2+3^2}}=1 \Rightarrow |-3a|=5 \quad \therefore a=-\frac{5}{3} \text{ 또는 } a=\frac{5}{3}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$4x+3y+5=0 \text{ 또는 } 4x+3y-5=0$$

107 [답] 1) $2x-y+5=0$ 또는 $2x-y-5=0$
 2) $4x+3y-15=0$ 또는 $4x+3y+15=0$
 3) $x+y-2\sqrt{2}=0$ 또는 $x+y+2\sqrt{2}=0$

1) 직선 $x+2y+5=0$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$ 의 기울기가

$-\frac{1}{2}$ 이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $\boxed{2}$ 이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=\boxed{2}x+a$, 즉

$\boxed{2}x-y+a=0$ 이라고 할 때, 원점에서 이 직선까지의 거리는 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a|}{\sqrt{\boxed{2}^2+(-1)^2}}=\sqrt{5} \Rightarrow |a|=5$$

$$\therefore a=5 \text{ 또는 } a=-5$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$\boxed{2}x-y+5=0 \text{ 또는 } \boxed{2}x-y-5=0$$

2) 직선 $3x-4y+12=0$, 즉 $y=\frac{3}{4}x+3$ 의 기울기가 $\frac{3}{4}$

이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=-\frac{4}{3}x+a$, 즉

$4x+3y-3a=0$ 이라고 할 때, 원점에서 이 직선까지의 거리는 3이므로

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{4^2+3^2}}=3 \Rightarrow |-3a|=15$$

$$\therefore a=5 \text{ 또는 } a=-5$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$4x+3y-15=0 \text{ 또는 } 4x+3y+15=0$$

3) 직선 $x-y-1=0$, 즉 $y=x-1$ 의 기울기가 1이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -1 이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=-x+a$, 즉 $x+y-a=0$ 이라고 할 때, 원점에서 이 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=2 \Rightarrow |-a|=2\sqrt{2}$$

$$\therefore a=2\sqrt{2} \text{ 또는 } a=-2\sqrt{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x+y-2\sqrt{2}=0 \text{ 또는 } x+y+2\sqrt{2}=0$$

108 [답] 1) $\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) 2

1) $x+y-2+k(x-y)=0$ 에서

$(1+k)x+(1-k)y-2=0$ 이므로 점 (0, 0)과 이 직선 사이의 거리는

$$\frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2k^2+2}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2k^2+2}$ 가 최소이어야 하므로

$$k=\boxed{0} \text{ 일 때, 거리의 최댓값은 } \frac{2}{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt{2}} \text{ 이다.}$$

2) 주어진 점과 직선 사이의 거리는

$$\frac{|4|}{\sqrt{k^2+(k-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2k^2-4k+4}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2k^2-4k+4}$ 가 최소이어야 하고 $\sqrt{2(k^2-2k+1)+2} = \sqrt{2(k-1)^2+2}$ 이므로

$k=1$ 일 때, 거리의 최댓값은 $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ 이다.

3) 주어진 점과 직선 사이의 거리는

$$\frac{|k-2-k|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{k^2+1}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{k^2+1}$ 이 최소이어야 하므로

$k=0$ 일 때, 거리의 최댓값은 2이다.

109 ㉠ $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

110 ㉠ 1) 2 2) $\sqrt{13}$ 3) $\sqrt{5}$ 4) $\frac{3}{5}$

1) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $3x+4y-6=0$ 위의 한 점 (2, $\boxed{0}$)과 직선 $3x+4y+4=0$ 사이의 거리와 같다.

따라서 구하는 거리는

$$\frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 0 + \boxed{4}|}{\sqrt{3^2 + \boxed{4}^2}} = \frac{10}{5} = \boxed{2}$$

2) 직선 $2x+3y-6=0$ 위의 한 점 (3, 0)과

직선 $2x+3y+7=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 + 7|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

3) 직선 $2x+y+2=0$ 위의 한 점 (-1, 0)과

직선 $2x+y-3=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 \cdot (-1) + 0 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

4) 직선 $3x-4y+2=0$ 위의 한 점 (2, 2)와

직선 $3x-4y-1=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-3|}{5} = \frac{3}{5}$$

111 ㉠ 1) $k = -\frac{3}{2}, \frac{4}{5}$ 2) $k = -6, \frac{5\sqrt{13}}{26}$

1) 두 직선이 서로 평행하므로 $\frac{k}{3} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-3}{-2}$

$$\frac{k}{3} = \frac{-2}{4} \text{에서 } 4k = -6 \quad \therefore k = \boxed{-\frac{3}{2}}$$

구한 k 의 값을 직선 $kx-2y+3=0$ 에 대입하여 정리

하면 $\boxed{3}x+4y-6=0$

두 직선 사이의 거리는 직선 $\boxed{3}x+4y-6=0$ 위의

한 점 (2, $\boxed{0}$)과 직선 $3x+4y-2=0$ 사이의 거리와

같으므로 $\frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5}$

2) 두 직선 $2x+3y+3=0, 4x-ky+1=0$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{-k} \neq \frac{3}{1} \quad \therefore k = -6$$

직선 $2x+3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 (0, -1)과 직선 $4x+6y+1=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4 \cdot 0 + 6 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{4^2 + 6^2}} = \frac{5}{\sqrt{52}} = \frac{5}{2\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{13}}{26}$$

112 ㉠ P(x₁, y₁), m

113 ㉠ 1) $\frac{1}{2}$ 2) $x-2y+3=0$ 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{5}$

1) 직선 AC의 기울기는 $\frac{3-0}{3-(-3)} = \frac{1}{2}$

2) 직선 AC의 방정식은

$$y-0 = \frac{1}{2}(x+3) \quad \therefore x - \boxed{2}y + 3 = 0$$

3) 점 B(0, 4)와 직선 $x - \boxed{2}y + 3 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|0 - 2 \cdot 4 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \boxed{\sqrt{5}}$$

4) 삼각형 ABC의 높이는 점 B와 직선 AC 사이의 거리와 같으므로 $\boxed{\sqrt{5}}$ 이다.

114 ㉠ 1) $-\frac{3}{2}$ 2) $3x+2y+10=0$ 3) $2\sqrt{13}$ 4) $2\sqrt{13}$

1) 직선 AC의 기울기는 $\frac{1-(-5)}{-4-0} = -\frac{3}{2}$

2) 직선 AC의 방정식은

$$y+5 = -\frac{3}{2}(x-0)$$

$$y = -\frac{3}{2}x - 5$$

$$\therefore 3x + 2y + 10 = 0$$

3) 점 B(6, -1)과 직선 $3x+2y+10=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 6 + 2 \cdot (-1) + 10|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}$$

115 ㉠ 1) -3 2) $3x+y-9=0$ 3) $\sqrt{10}$ 4) $\sqrt{10}$

1) 직선 AC의 기울기는 $\frac{-3-3}{4-2} = -3$

2) 직선 AC의 방정식은

$$y-3 = -3(x-2)$$

$$y = -3x + 9$$

$$\therefore 3x + y - 9 = 0$$

3) 점 B(0, -1)과 직선 $3x+y-9=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 0 + (-1) - 9|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

116 ㉞ 1) $3\sqrt{5}$ 2) $y = -\frac{1}{2}x - 2$
 3) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 4) 18

- 1) $BC = \sqrt{\{4 - (-2)\}^2 + \{-4 - (-1)\}^2}$
 $= \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
 2) 두 점 B(-2, -1), C(4, -4)를 지나는 직선의 방정식은
 $y + 1 = \frac{-4 - (-1)}{4 - (-2)}(x + 2)$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}x - 2$
 3) 점 A(2, 3)과 직선 $y = -\frac{1}{2}x - 2$, 즉 $x + 2y + 4 = 0$ 사이의 거리는
 $\frac{|2 + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$
 4) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times \frac{12\sqrt{5}}{5} = 18$

117 ㉞ 1) $3\sqrt{2}$ 2) $y = -x + 6$
 3) $3\sqrt{2}$ 4) 9

- 1) $BC = \sqrt{(5-2)^2 + (1-4)^2}$
 $= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 2) $y - 4 = \frac{1-4}{5-2}(x-2)$
 $\therefore y = -x + 6$
 3) 점 A(0, 0)과 직선 $y = -x + 6$, 즉 $x + y - 6 = 0$ 사이의 거리는
 $\frac{|0+0-6|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$
 4) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9$

118 ㉞ 1) $\sqrt{5}$ 2) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
 3) $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ 4) $\frac{7}{2}$

- 1) $BC = \sqrt{\{-3 - (-1)\}^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}$
 2) 두 점 B(-1, 3), C(-3, 2)를 지나는 직선의 방정식은
 $y - 3 = \frac{2-3}{-3+1}(x+1)$
 $\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
 3) 점 A(0, 0)과 직선 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$, 즉 $x - 2y + 7 = 0$ 사이의 거리는
 $\frac{|7|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$
 4) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{7\sqrt{5}}{5} = \frac{7}{2}$

119 ㉞ 1) $\sqrt{53}$ 2) $7x - 2y - 4 = 0$ 3) $\frac{|7k-4|}{\sqrt{53}}$
 4) 4 또는 $-\frac{20}{7}$

- 1) $AB = \sqrt{(0-2)^2 + (-2-5)^2} = \sqrt{53}$
 2) 직선 AB의 기울기는 $\frac{-2-5}{0-2} = \frac{7}{2}$
 이므로 직선 AB의 방정식은
 $y + 2 = \frac{7}{2}x \quad \therefore 7x - 2y - 4 = 0$
 3) 점 C(k, 0)과 직선 AB 사이의 거리는
 $\frac{|7k-4|}{\sqrt{7^2+(-2)^2}} = \frac{|7k-4|}{\sqrt{53}}$
 4) $\triangle ABC$ 의 넓이가 12이므로
 $12 = \frac{1}{2} \times \sqrt{53} \times \frac{|7k-4|}{\sqrt{53}} \Rightarrow |7k-4| = 24$
 $\therefore k = 4$ 또는 $k = -\frac{20}{7}$

120 ㉞ 1) $\sqrt{10}$ 2) $x + 3y - 4 = 0$ 3) $\frac{|3k-4|}{\sqrt{10}}$
 4) $\frac{28}{3}$ 또는 $-\frac{20}{3}$

- 1) $AB = \sqrt{(1-4)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$
 2) 직선 AB의 기울기는 $\frac{1-0}{1-4} = -\frac{1}{3}$
 이므로 직선 AB의 방정식은 $y = -\frac{1}{3}(x-4)$
 $\therefore x + 3y - 4 = 0$
 3) 점 C(0, k)와 직선 AB 사이의 거리는
 $\frac{|3k-4|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{|3k-4|}{\sqrt{10}}$
 4) $\triangle ABC$ 의 넓이가 12이므로
 $12 = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \frac{|3k-4|}{\sqrt{10}}$
 $|3k-4| = 24$
 $\therefore k = \frac{28}{3}$ 또는 $k = -\frac{20}{3}$

121 ㉞ (i) \overline{BC} (ii) 거리

122 ㉞ 1) $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{|2x+y+1|}{\sqrt{5}}$

3) $x - y + 2 = 0$ 또는 $x + y = 0$

1) $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{|2x+y+1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|2x+y+1|}{\sqrt{5}}$

3) $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y+1|}{\sqrt{5}}$

$|x+2y-1| = |2x+y+1|$

$x+2y-1 = \pm(2x+y+1)$

$\therefore x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

123 ㉔ 1) $\frac{|3x-4y+9|}{5}$ 2) $\frac{|4x+3y+12|}{5}$

3) $x+7y+3=0$ 또는 $7x-y+21=0$

1) $\frac{|3x-4y+9|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|3x-4y+9|}{5}$

2) $\frac{|4x+3y+12|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|4x+3y+12|}{5}$

3) $\frac{|3x-4y+9|}{5} = \frac{|4x+3y+12|}{5}$

$|3x-4y+9| = |4x+3y+12|$

$3x-4y+9 = \pm(4x+3y+12)$

$\therefore x+7y+3=0$ 또는 $7x-y+21=0$

124 ㉔ 1) $\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}}$

3) $x-3y=0$ 또는 $3x+y-2=0$

1) $\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|2x-y-1|}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}}$

3) $\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{5}} = \frac{|x+2y-1|}{\sqrt{5}}$

$|2x-y-1| = |x+2y-1|$

$2x-y-1 = \pm(x+2y-1)$

$\therefore x-3y=0$ 또는 $3x+y-2=0$

125 ㉔ $x-3y+4=0$ 또는 $3x+y=0$

각의 이등분선 위의 임의의 점을 (x, y) 라고 하면 두 직선에서 이 점까지의 거리가 같으므로

$\frac{|2x-y+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|x+2y-2|}{\sqrt{1^2+2^2}}$

$|2x-y+2| = |x+2y-2|$

$2x-y+2 = \pm(x+2y-2)$

$\therefore x-3y+4=0$ 또는 $3x+y=0$

126 ㉔ $x+7y+5=0$ 또는 $7x-y+15=0$

$\frac{|3x-4y+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|4x+3y+10|}{\sqrt{4^2+3^2}}$

$|3x-4y+5| = |4x+3y+10|$

$3x-4y+5 = \pm(4x+3y+10)$

$\therefore x+7y+5=0$ 또는 $7x-y+15=0$

127 ㉔ $x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

$\frac{|x+3y-2|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{|3x+y+2|}{\sqrt{3^2+1^2}}$

$|x+3y-2| = |3x+y+2|$

$x+3y-2 = \pm(3x+y+2)$

$\therefore x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

128 ㉔ 1) $\sqrt{3}x-y=0$ 2) 0 3) $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

1) 직선 OA의 방정식은 $y=\sqrt{3}x$

$\therefore \boxed{\sqrt{3}}x-y=0$

2) 직선 OB의 방정식은 $y=\boxed{0}$

3) 점 $P(x, y)$ 가 직선 l 위에 있다고 하면 점 P에서 두 직선 OA, OB에 이르는 거리는 같으므로

$\frac{|\sqrt{3}x-y|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}} = |y| \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{3}x-y|}{2} = |y|$

$\sqrt{3}x-y=2y$ 또는 $\sqrt{3}x-y=-2y$

$\therefore y=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}x$ 또는 $y=-\sqrt{3}x$

그런데 직선 l 의 기울기는 양수이므로 구하는

직선의 방정식은 $y=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}x$ 이다.

129 ㉔ 1) $4x+3y=0$ 2) $y=0$ 3) $x+2y=0$

1) $y=-\frac{4}{3}x$ $\therefore 4x+3y=0$

2) $y=0$

3) 점 $P(x, y)$ 가 직선 l 위에 있다고 하면 점 P에서 두 직선 OA, OB에 이르는 거리는 같으므로

$\frac{|4x+3y|}{\sqrt{4^2+3^2}} = |y| \Leftrightarrow \frac{|4x+3y|}{5} = |y|$

$4x+3y=5y$ 또는 $4x+3y=-5y$

$\therefore 2x-y=0$ 또는 $x+2y=0$

그런데 직선 l 의 기울기는 음수이므로

구하는 직선의 방정식은 $x+2y=0$

130 ㉔ 1) $4x-3y=0$ 2) $3x+4y=0$ 3) $y=-7x$

1) 직선 OA의 방정식은 $y=\frac{4}{3}x$

$\therefore \boxed{4}x-3y=0$

2) 직선 OB의 방정식은 $y=-\frac{3}{4}x$

$\therefore \boxed{3}x+4y=0$

3) 점 $P(x, y)$ 가 직선 l 위에 있다고 하면 점 P에서 두 직선 OA, OB에 이르는 거리는 같으므로

$\frac{|4x-3y|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{|3x+4y|}{\sqrt{3^2+4^2}}$

$\Leftrightarrow \frac{|4x-3y|}{5} = \frac{|3x+4y|}{5}$

$4x-3y=3x+4y$ 또는 $4x-3y=-3x-4y$

$\therefore y=\frac{1}{7}x$ 또는 $y=\boxed{-7}x$

그런데 직선 l 의 기울기는 음수이므로

구하는 직선의 방정식은 $y=\boxed{-7}x$ 이다.

131 ㉔ (i) (x, y) (ii) 관계식

III - 3 원의 방정식

pp. 182 ~ 204

- 132 [답] 1) $x^2+y^2=1$ 2) $x^2+(y-1)^2=4$
 3) $(x-2)^2+(y-3)^2=9$ 4) $(x-1)^2+y^2=9$
 5) $(x+2)^2+(y-1)^2=4$ 6) $(x-2)^2+(y+3)^2=25$
 7) $(x+1)^2+(y+3)^2=1$

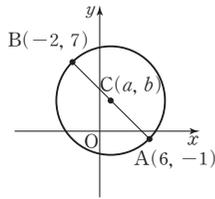
- 133 [답] 1) C(0, 0), r=2 2) C(2, 0), r=3
 3) C(0, 1), r=6 4) C(-3, -2), r=4
 5) C(-4, 5), r= $\sqrt{10}$ 6) C(-2, 1), r= $\sqrt{2}$

- 1) $x^2+y^2=2^2$ 이므로 C(0, 0), r=2
 2) $(x-2)^2+y^2=3^2$ 이므로 C(2, 0), r=3
 3) $x^2+(y-1)^2=6^2$ 이므로 C(0, 1), r=6
 4) $(x+3)^2+(y+2)^2=4^2$ 이므로 C(-3, -2), r=4
 5) $(x+4)^2+(y-5)^2=(\sqrt{10})^2$ 이므로
 C(-4, 5), r= $\sqrt{10}$
 6) $(x+2)^2+(y-1)^2=(\sqrt{2})^2$ 이므로 C(-2, 1), r= $\sqrt{2}$

- 134 [답] 1) $(x-2)^2+(y-3)^2=32$ 2) $(x-1)^2+y^2=5$
 3) $(x-2)^2+(y-3)^2=5$
 4) $(x-2)^2+(y+3)^2=25$

\overline{AB} 의 중점을 C(a, b)라고 하면

1) $a = \frac{6-2}{2} = 2,$
 $b = \frac{-1+7}{2} = 3$
 $\therefore C(2, 3)$



이때, 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(6-2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원은 중심이 C(2, 3)이고 반지름의 길이가 $4\sqrt{2}$ 이므로 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 32$$

2) $a = \frac{-1+3}{2} = 1, b = \frac{1-1}{2} = 0 \quad \therefore C(1, 0)$

이때, 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(1+1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2 + y^2 = 5$

3) $a = \frac{0+4}{2} = 2, b = \frac{2+4}{2} = 3 \quad \therefore C(2, 3)$

이때, 반지름의 길이는 $\overline{AC} = \sqrt{2^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$

4) $a = \frac{-1+5}{2} = 2, b = \frac{-7+1}{2} = -3$

$\therefore C(2, -3)$

이때, 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(2+1)^2 + (-3+7)^2} = \sqrt{25} = 5$$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$

- 135 [답] 1) $x^2+y^2=10$ 2) $(x+2)^2+(y-3)^2=13$
 3) $(x-2)^2+(y+1)^2=5$
 4) $(x-1)^2+(y-2)^2=8$

원의 반지름의 길이를 r라고 하면

1) 중심이 점 O(0, 0)이므로 원의 방정식은

$$x^2+y^2=r^2$$

이 원은 점 A(1, 3)을 지나므로 $x^2+y^2=r^2$ 에 $x=1,$
 $y=3$ 을 대입하면 $r^2=10$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2=10$ 이다.

2) 원의 중심이 점 O(-2, 3)이므로 원의 방정식은

$$(x+2)^2+(y-3)^2=r^2$$

이 원은 점 A(0, 0)을 지나므로

$$2^2+3^2=r^2 \Rightarrow r^2=13$$

$$\therefore (x+2)^2+(y-3)^2=13$$

3) 원의 중심이 점 O(2, -1)이므로 원의 방정식은

$$(x-2)^2+(y+1)^2=r^2$$

이 원은 점 A(0, 0)을 지나므로

$$2^2+1^2=r^2 \Rightarrow r^2=5$$

$$\therefore (x-2)^2+(y+1)^2=5$$

4) 원의 중심이 점 O(1, 2)이므로 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y-2)^2=r^2$$

이 원은 점 A(3, 4)를 지나므로 $2^2+2^2=r^2 \Rightarrow r^2=8$

$$\therefore (x-1)^2+(y-2)^2=8$$

- 136 [답] 원의 방정식, $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2, x^2+y^2=r^2$

- 137 [답] 1) $(x-1)^2+(y+2)^2=1^2$
 2) $(x+3)^2+(y-1)^2=2^2$ 3) $(x-2)^2+y^2=2^2$
 4) $x^2+(y+4)^2=3^2$ 5) $(x-2)^2+(y-2)^2=5^2$
 6) $(x+3)^2+(y-3)^2=1^2$
 7) $(x+5)^2+(y-1)^2=6^2$
 8) $(x+2)^2+(y+4)^2=3^2$

1) $(x^2-2x+1) + (y^2+4y+4) - 1 - 4 + 4 = 0$
 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1^2$

2) $(x^2+6x+9) + (y^2-2y+1) - 9 - 1 + 6 = 0$
 $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4 = 2^2$

3) $(x^2-4x+4) + y^2 - 4 = 0$
 $(x-2)^2 + y^2 = 4 = 2^2$

4) $x^2 + (y^2+8y+16) - 16 + 7 = 0$
 $x^2 + (y+4)^2 = 9 = 3^2$

5) $(x^2-4x+4) + (y^2-4y+4) - 4 - 4 - 17 = 0$
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 25 = 5^2$

6) $(x^2+6x+9) + (y^2-6y+9) - 9 - 9 + 17 = 0$
 $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 1 = 1^2$

7) $(x^2+10x+25)+(y^2-2y+1)-25-1-10=0$
 $(x+5)^2+(y-1)^2=36=6^2$
 8) $(x^2+4x+4)+(y^2+8y+16)-4-16+11=0$
 $(x+2)^2+(y+4)^2=9=3^2$

- 138 [답] 1) 중심의 좌표 (3, -2), 반지름의 길이 5
 2) 중심의 좌표 (2, -1), 반지름의 길이 3

주어진 방정식을 변형하면

1) $(x^2-6x+9)+(y^2+4y+4)=\boxed{25}$
 $\therefore (x-3)^2+(y+2)^2=\boxed{5}^2$

따라서 주어진 방정식은 중심이 점 ($\boxed{3}$, -2)이고
 반지름의 길이가 $\boxed{5}$ 인 원을 나타낸다.

2) $(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=9$
 $\therefore (x-2)^2+(y+1)^2=3^2$

따라서 중심의 좌표는 (2, -1)이고, 반지름의 길이는
 3이다.

139 [답] $\frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right), \frac{\sqrt{A^2+B^2-4C}}{2}$

- 140 [답] 1) $a < 3$ 2) $a < 4$ 3) $a < 13$ 4) $a > 2$

1) 방정식 $x^2+y^2-2y+a-2=0$ 을 변형하면
 $x^2+(y-1)^2=3-a$

이 방정식이 원을 나타내려면
 $3-a > 0 \quad \therefore a < 3$

2) $(x^2+4x+4)+(y^2-6y+9)=4-a$
 이 방정식이 원을 나타내려면
 $4-a > 0 \quad \therefore a < 4$

3) $(x^2-4x+4)+(y^2-6y+9)=13-a$
 이 방정식이 원을 나타내려면
 $13-a > 0 \quad \therefore a < 13$

4) $(x^2+2x+1)+y^2=a-2$
 이 방정식이 원을 나타내려면
 $a-2 > 0 \quad \therefore a > 2$

- 141 [답] 1) $-\frac{1}{2}$ 2) 9 3) -4

1) $x^2+y^2+x-y+k=0$ 에서
 $\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\left(y^2-y+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}-k$
 $\therefore \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}-k$
 이때, 반지름의 길이가 1이므로
 $\frac{1}{2}-k=1^2 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

2) $x^2+y^2-4x-6y+k=0$ 에서
 $(x^2-4x+4)+(y^2-6y+9)=13-k$
 $\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=13-k$
 이때, 반지름의 길이가 2이므로
 $13-k=2^2 \quad \therefore k=9$

3) $x^2+y^2-2x+4y+k=0$ 에서
 $(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)=5-k$
 $\therefore (x-1)^2+(y+2)^2=5-k$
 이때, 반지름의 길이가 3이므로
 $5-k=3^2 \quad \therefore k=-4$

- 142 [답] $k > 0$

- 143 [답] 1) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ 2) $x^2+(y+3)^2=9$
 3) $x^2+(y-1)^2=1$ 4) $(x-3)^2+(y-4)^2=16$

1) 중심이 (-1, 2)이고 반지름의 길이가 2인 원이므로
 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$

2) 중심이 (0, -3)이고 반지름의 길이가 3인 원이므로
 원의 방정식은 $x^2+(y+3)^2=9$

3) 중심이 (0, 1)이고 반지름의 길이가 1인 원이므로
 원의 방정식은 $x^2+(y-1)^2=1$

4) 중심이 (3, 4)이고 반지름의 길이가 4인 원이므로
 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-4)^2=16$

- 144 [답] 1) $(x+2)^2+(y-1)^2=1$
 2) $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
 3) $(x+2)^2+(y+4)^2=16$
 4) $(x-2)^2+(y+3)^2=9$

1) 원 $x^2+y^2+4x-2y=10$ 에서
 $(x+2)^2+(y-1)^2=\boxed{15}$
 즉, 구하는 원은 중심이 (-2, $\boxed{1}$)이고 x 축에 접하
 므로 반지름의 길이가 $\boxed{1}$ 이다.

따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x+2)^2+(y-\boxed{1})^2=\boxed{1}$

2) $x^2+y^2-2x+4y-5=0$ 에서 $(x-1)^2+(y+2)^2=10$
 즉, 구하는 원은 중심이 (1, -2)이고 x 축에 접하므로
 반지름의 길이는 2이다.
 $\therefore (x-1)^2+(y+2)^2=4$

3) $x^2+y^2+4x+8y+3=0$ 에서 $(x+2)^2+(y+4)^2=17$
 즉, 구하는 원은 중심이 (-2, -4)이고 x 축에 접하므
 로 반지름의 길이는 4이다.
 $\therefore (x+2)^2+(y+4)^2=16$

- 4) $x^2+y^2-4x+6y-3=0$ 에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=16$
 즉, 구하는 원은 중심이 $(2, -3)$ 이고 x 축에 접하므로
 반지름의 길이는 3이다.
 $\therefore (x-2)^2+(y+3)^2=9$

- 145 [답] 1) $C(-4, -5)$ 2) $C(-3, \frac{25}{8})$
 3) $C(5, -\frac{61}{12})$ 4) $C(1, \frac{5}{3})$

원의 중심을 $C(a, b)$ 라고 하면 원의 반지름의 길이는 $|b|$ 이므로 원의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2=b^2 \dots \textcircled{1}$$

- 1) $\textcircled{1}$ 이 점 $P(-4, 0)$ 을 지나
 므로

$$\begin{aligned} (-4-a)^2+b^2=b^2 \text{에서} \\ (4+a)^2=0 \\ \therefore a=-4 \end{aligned}$$

- $\textcircled{1}$ 이 점 $Q(0, -2)$ 를 지나므로

$$\begin{aligned} a^2+(-2-b)^2=b^2 \text{에서} \\ (-4)^2+(2+b)^2=b^2 \\ 4b+20=0 \quad \therefore b=-5 \\ \therefore C(-4, -5) \end{aligned}$$

- 2) $\textcircled{1}$ 이 점 $P(-3, 0), Q(0, 4)$ 를 지나므로

$$\begin{aligned} (-3-a)^2+b^2=b^2 \text{에서 } (3+a)^2=0 \\ \therefore a=-3 \\ a^2+(4-b)^2=b^2 \text{에서 } (-3)^2+(4-b)^2=b^2 \\ 8b=25 \quad \therefore b=\frac{25}{8} \end{aligned}$$

$$\therefore C(-3, \frac{25}{8})$$

- 3) $\textcircled{1}$ 이 점 $P(5, 0), Q(0, -6)$ 을 지나므로

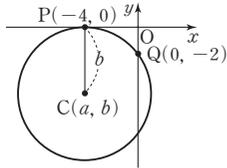
$$\begin{aligned} (5-a)^2+b^2=b^2 \text{에서 } (5-a)^2=0 \quad \therefore a=5 \\ a^2+(-6-b)^2=b^2 \text{에서 } 5^2+(6+b)^2=b^2 \\ 12b=-61 \quad \therefore b=-\frac{61}{12} \end{aligned}$$

$$\therefore C(5, -\frac{61}{12})$$

- 4) $\textcircled{1}$ 이 점 $P(1, 0), Q(0, 3)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} (1-a)^2+b^2=b^2 \text{에서 } (1-a)^2=0 \\ \therefore a=1 \\ a^2+(3-b)^2=b^2 \text{에서 } 1+(3-b)^2=b^2 \\ 6b=10 \quad \therefore b=\frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore C(1, \frac{5}{3})$$



- 146 [답] 1) 6 2) 12

x 축에 접하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면 원의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2 \dots \textcircled{1}$

- 1) 원 $\textcircled{1}$ 이 점 $A(1, 1)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} (1-a)^2+(1-b)^2=b^2 \\ \therefore a^2-2a-2b+2=0 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

- 원 $\textcircled{1}$ 이 점 $B(2, 2)$ 를 지나므로

$$\begin{aligned} (2-a)^2+(2-b)^2=b^2 \\ \therefore a^2-4a-4b+8=0 \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$2 \times \textcircled{2} - \textcircled{3}$ 을 하면

$$\begin{aligned} a^2-4=0 \Leftrightarrow (a+2)(a-2)=0 \\ \therefore a=-2 \text{ 또는 } a=2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } a=-2 \text{ 일 때 } b=5, a=2 \text{ 일 때 } b=1$$

따라서 구하는 두 원의 반지름의 길이의 합은 6이다.

- 2) 원 $\textcircled{1}$ 이 점 $A(2, 4)$ 를 지나므로 $(2-a)^2+(4-b)^2=b^2$

$$\therefore a^2-4a-8b+20=0 \dots \textcircled{4}$$

- 원 $\textcircled{1}$ 이 점 $B(0, 2)$ 를 지나므로 $a^2+(2-b)^2=b^2$

$$\therefore a^2-4b+4=0 \dots \textcircled{5}$$

$\textcircled{4} - 2 \times \textcircled{5}$ 을 하면

$$\begin{aligned} a^2+4a-12=0 \Leftrightarrow (a+6)(a-2)=0 \\ \therefore a=-6 \text{ 또는 } a=2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \text{에서 } a=-6 \text{ 일 때 } b=10, a=2 \text{ 일 때 } b=2$$

따라서 두 원의 반지름의 길이의 합은 12이다.

- 147 [답] (1) $y, |b|$ (2) $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

- 148 [답] 1) $(x-1)^2+(y-2)^2=1$
 2) $(x+3)^2+(y-4)^2=9$
 3) $(x+2)^2+(y+1)^2=4$
 4) $(x-4)^2+(y+5)^2=16$

- 1) 중심이 $(1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이므로
 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$

- 2) 중심이 $(-3, 4)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이므로
 원의 방정식은 $(x+3)^2+(y-4)^2=9$

- 3) 중심이 $(-2, -1)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원이므로
 원의 방정식은 $(x+2)^2+(y+1)^2=4$

- 4) 중심이 $(4, -5)$ 이고 반지름의 길이가 4인 원이므로
 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y+5)^2=16$

- 149 [답] 1) $(x+1)^2+(y-3)^2=1$
 2) $(x-6)^2+(y-2)^2=36$
 3) $(x-3)^2+(y+1)^2=9$
 4) $(x+2)^2+(y+4)^2=4$
 5) $(x+4)^2+(y-5)^2=16$

1) 점 $(-1, 3)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 $\boxed{1}$ 이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x + \boxed{1})^2 + (y - 3)^2 = \boxed{1}$$

2) 점 $(6, 2)$ 를 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 6이다.

$$\therefore (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 36$$

3) 점 $(3, -1)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 3이다.

$$\therefore (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

4) 점 $(-2, -4)$ 를 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 2이다.

$$\therefore (x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$$

5) 점 $(-4, 5)$ 를 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 4이다.

$$\therefore (x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$$

150 **답** 1) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$

2) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

3) $(x - 3)^2 + y^2 = 9$

1) $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$ 에서

$$(x - \boxed{3})^2 + (y - 1)^2 = \boxed{10}$$

즉, 구하는 원은 중심이 $(\boxed{3}, 1)$ 이고 y 축에 접하므로 반지름의 길이가 $\boxed{3}$ 이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x - \boxed{3})^2 + (y - 1)^2 = \boxed{9}$$

2) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

즉, 구하는 원은 중심이 $(1, -2)$ 이고 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 1이다.

$$\therefore (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$$

3) $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$ 에서 $(x - 3)^2 + y^2 = 5$

즉, 구하는 원은 중심이 $(3, 0)$ 이고 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다. $\therefore (x - 3)^2 + y^2 = 9$

151 **답** 1) 3 2) 9

1) $x^2 + 6x + y^2 + 2y + 10 - k^2 = 0$ 에서

$$(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = k^2$$

이 원은 y 축에 접하므로 중심의 \boxed{x} 좌표의 절댓값과 반지름의 길이는 같다.

$$\therefore k = \boxed{3} (\because k > 0)$$

2) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + k = 0$ 에서

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -k + 13$$

이 원은 y 축에 접하므로

$$|2|^2 = -k + 13 \Rightarrow -k + 13 = 4 \quad \therefore k = 9$$

152 **답** $\sqrt{10}$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2ky + 10 = 0$$
에서

$$(x - 3)^2 + (y + k)^2 = k^2 - 1$$

이 원은 y 축에 접하므로 중심의 x 좌표의 절댓값과 반지름의 길이가 같다.

$$\text{즉, } |3|^2 = \boxed{k^2} - 1 \text{이므로 } \boxed{k^2} - 1 = 9 \quad \therefore k = \pm\sqrt{10}$$

그런데 이 원의 중심 $(3, \boxed{-k})$ 는 제 4 사분면 위에

$$\text{있으므로 } -k < 0, \text{ 즉 } k > 0 \text{이므로 } k = \boxed{\sqrt{10}}$$

153 **답** $-\sqrt{2}$

$$x^2 + 8x + y^2 - 4ky + 8 = 0$$
에서

$$(x + 4)^2 + (y - 2k)^2 = 4k^2 + 8$$

이 원은 y 축에 접하므로 $|-4|^2 = 4k^2 + 8$

$$4k^2 + 8 = 16 \Rightarrow 4k^2 = 8 \Rightarrow k^2 = 2$$

$$\therefore k = \pm\sqrt{2}$$

그런데 이 원의 중심 $(-4, 2k)$ 는 제 3 사분면 위에 있으므로 $2k < 0$, 즉 $k < 0$ 이므로 $k = -\sqrt{2}$

154 **답** -6

$$x^2 + y^2 + 4x + ky + 9 = 0$$
에서

$$(x + 2)^2 + \left(y + \frac{k}{2}\right)^2 = \frac{k^2}{4} - 5$$

이 원은 y 축에 접하므로 $|-2|^2 = \frac{k^2}{4} - 5$

$$\frac{k^2}{4} - 5 = 4 \Rightarrow k^2 = 36 \quad \therefore k = \pm 6$$

그런데 이 원의 중심 $(-2, -\frac{k}{2})$ 는 제 2 사분면 위에

있으므로 $-\frac{k}{2} > 0$, 즉 $k < 0$ 이므로 $k = -6$

155 **답** (1) $x, |a|$ (2) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$

156 **답** 1) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

2) $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$

1) 원의 중심이 $(2, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원이므로 원의 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

2) 원의 중심이 $(-3, -3)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이므로 원의 방정식은 $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$

157 **답** $a = 1, b = 8$

$$x^2 + y^2 - 4x + 4ay + 12 - b = 0$$
에서

$$(x - \boxed{2})^2 + (y + 2a)^2 = 4a^2 + b - 8$$

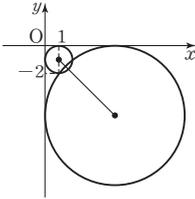
이 원은 x 축과 y 축에 동시에 접하므로 중심의 x 좌표와 y 좌표의 절댓값과 반지름의 길이가 모두 같다.

$$\text{즉, } |\boxed{2}|^2 = |-2a|^2 = 4a^2 + b - 8 \text{이므로}$$

$$a = \boxed{1}, b = \boxed{8} (\because a > 0, b > 0)$$

158 ㉔ $4\sqrt{2}$

점 $(1, -2)$ 를 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하려면 오른쪽 그림과 같이 원의 중심이 제 4 사분면에 있어야 한다.



이 원의 반지름의 길이를

$r(r > 0)$ 라고 하면 중심의 좌표는 $(r, -r)$ 이므로

원의 방정식은 $(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$

이때, 이 원은 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$$(1-r)^2 + (-2+r)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$(r-1)(r-5) = 0 \quad \therefore r=1 \text{ 또는 } r=5$$

따라서 두 원의 중심의 좌표가 각각

$$(1, -1), (5, -5)$$

이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$$\sqrt{(5-1)^2 + (-5+1)^2} = 4\sqrt{2}$$

159 ㉔ (1) $|a|, |b|$

(2) ① $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$

② $(x+r)^2 + (y-r)^2 = r^2$

③ $(x+r)^2 + (y+r)^2 = r^2$

④ $(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$

160 ㉔ 1) $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$

2) $x^2 + y^2 - 16x + 28 = 0$

3) $x^2 + y^2 + 12x - 18y + 85 = 0$

점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

1) $\overline{PA} = \sqrt{(x+4)^2 + y^2}, \overline{PB} = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$

$\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$ 에서 $2\overline{PA} = 3\overline{PB}$ 이므로

양변을 제곱하면 $4\overline{PA}^2 = 9\overline{PB}^2$

$$4\{(x+4)^2 + y^2\} = 9\{(x-1)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$$

2) $\overline{PA} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}, \overline{PB} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ 이므로

$\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$ 에서 $2\overline{PA} = 3\overline{PB}$ 이므로

양변을 제곱하면 $4\overline{PA}^2 = 9\overline{PB}^2$

$$4\{(x+1)^2 + y^2\} = 9\{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16x + 28 = 0$$

3) $\overline{PA} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}, \overline{PB} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-7)^2}$

$\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$ 에서 $\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 이므로

양변을 제곱하면 $\overline{PA}^2 = 4\overline{PB}^2$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4\{(x+4)^2 + (y-7)^2\}$$

$$3x^2 + 3y^2 + 36x - 54y + 255 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 12x - 18y + 85 = 0$$

161 ㉔ 1) $\frac{9}{4}\pi$ 2) 16π

점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

1) $\overline{AP} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}, \overline{BP} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$ 에서 $\overline{AP} = 3\overline{BP}$ 이므로

양변을 제곱하면

$$\overline{AP}^2 = 9\overline{BP}^2$$

$$(x+2)^2 + y^2 = 9\{(x-2)^2 + y^2\}$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 = 9x^2 - 36x + 36 + 9y^2$$

$$8x^2 + 8y^2 - 40x + 32 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

따라서 점 P가 나타내는 도형은 중심이 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 이고

반지름의 길이가 $\frac{3}{2}$ 인 원이므로 구하는 도형의 넓이

는 $\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}\pi$ 이다.

2) $\overline{AP} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}, \overline{BP} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$

$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 에서 $\overline{AP} = 2\overline{BP}$ 이므로

$\overline{AP}^2 = 4\overline{BP}^2$

$$(x+3)^2 + y^2 = 4\{(x-3)^2 + y^2\}$$

$$3x^2 + 3y^2 - 30x + 27 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$$

$$\therefore (x-5)^2 + y^2 = 16$$

따라서 점 P가 나타내는 도형은 중심이 $(5, 0)$ 이고 반

지름의 길이가 4인 원이므로 구하는 도형의 넓이는

$$\pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

162 ㉔ (i) (x, y) (ii) 관계식

163 ㉔ 1) $x^2 + y^2 - \frac{16}{9}x + \frac{32}{9}y - \frac{41}{9} = 0$

2) $x^2 + y^2 - x - y = 0$

3) $x^2 + y^2 - 8x - 8y = 0$

1) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 9 + k\{(x-1)^2 + (y+2)^2 - 9\} = 0$$

(단, $k \neq -1$) ㉠

이 원이 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 - 9 + k(1 + 9 - 9) = 0 \quad \therefore k = 8$$

$k = 8$ 을 ㉠에 대입하면

$$x^2 + y^2 - 9 + 8\{(x-1)^2 + (y+2)^2 - 9\} = 0$$

$$9x^2 + 9y^2 - 16x + 32y - 41 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - \frac{16}{9}x + \frac{32}{9}y - \frac{41}{9} = 0$$

2) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-1+k\{(x-1)^2+(y-1)^2-1\}=0$$

(단, $k \neq -1$) ㉠

이 원이 점 (1, 1)을 지나므로

$$1+1-1+k \cdot (-1)=0$$

$$1-k=0$$

$$\therefore k=1$$

$k=1$ 을 ㉠에 대입하면

$$x^2+y^2-1+(x-1)^2+(y-1)^2-1=0$$

$$2x^2+2y^2-2x-2y=0$$

$$\therefore x^2+y^2-x-y=0$$

3) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x-2)^2+(y-2)^2-16+k\{(x+2)^2+(y+2)^2-32\}=0$$

(단, $k \neq -1$) ㉡

원이 점 (0, 0)을 지나므로

$$4+4-16+k(4+4-32)=0$$

$$-8-24k=0$$

$$\therefore k=-\frac{1}{3}$$

$k=-\frac{1}{3}$ 을 ㉡에 대입하면

$$(x-2)^2+(y-2)^2-16-\frac{1}{3}\{(x+2)^2+(y+2)^2-32\}=0$$

$$2x^2+2y^2-16x-16y=0$$

$$\therefore x^2+y^2-8x-8y=0$$

164 ㉢ 1) $\frac{13}{2}\pi$ 2) 5π

1) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-2x+k(x^2+y^2-4x-6y+8)=0$$

(단, $k \neq -1$) ㉢

이 원이 점 (0, 1)을 지나므로

$$1+k(1-6+8)=0$$

$$3k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{3}$$

$k=-\frac{1}{3}$ 을 ㉢에 대입하면

$$x^2+y^2-2x-\frac{1}{3}(x^2+y^2-4x-6y+8)=0$$

$$2x^2+2y^2-2x+6y-8=0$$

$$x^2+y^2-x+3y-4=0$$

$$\therefore \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{\frac{13}{2}}$ 이므로 넓이는

$$\pi\left(\sqrt{\frac{13}{2}}\right)^2=\frac{13}{2}\pi$$

2) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-6x+2+k(x^2+y^2-2x-8y+4)=0$$

(단, $k \neq -1$) ㉣

이 원이 점 (1, 0)을 지나므로

$$1-6+2+k(1-2+4)=0$$

$$-3+3k=0 \quad \therefore k=1$$

$k=1$ 을 ㉣에 대입하면

$$x^2+y^2-6x+2+x^2+y^2-2x-8y+4=0$$

$$2x^2+2y^2-8x-8y+6=0$$

$$x^2+y^2-4x-4y+3=0$$

$$\therefore (x-2)^2+(y-2)^2=5$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이므로 넓이는 $\pi(\sqrt{5})^2=5\pi$

165 ㉤ $(x^2+y^2+ax+by+c)+k(x^2+y^2+a'x+b'y+c')=0$

166 ㉥ 1) $2x-4y-5=0$ 2) $4x+y+1=0$

3) $x+y=0$ 4) $x+y-2=0$

1) $(x-1)^2+(y+2)^2=9$ 에서 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$

따라서 두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2+y^2-9-(x^2+y^2-2x+4y-4)=0$$

$$\therefore \boxed{2}x-\boxed{4}y-5=0$$

2) $(x-2)^2+y^2=10$ 에서 $x^2+y^2-4x-6=0$

따라서 두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2+y^2-4x-6-(x^2+y^2+y-5)=0$$

$$\therefore 4x+y+1=0$$

3) $(x+1)^2+(y+1)^2=3$ 에서 $x^2+y^2+2x+2y-1=0$

$$(x-1)^2+(y-1)^2=3 \text{에서 } x^2+y^2-2x-2y-1=0$$

따라서 두 원의 공통현의 방정식은

$$(x^2+y^2+2x+2y-1)-(x^2+y^2-2x-2y-1)=0$$

$$4x+4y=0 \quad \therefore x+y=0$$

4) $(x-2)^2+(y-2)^2=16$ 에서 $x^2+y^2-4x-4y-8=0$

$$(x+2)^2+(y+2)^2=32 \text{에서}$$

$$x^2+y^2+4x+4y-24=0$$

따라서 두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2+y^2-4x-4y-8-(x^2+y^2+4x+4y-24)=0$$

$$-8x-8y+16=0 \quad \therefore x+y-2=0$$

167 ㉦ $-\frac{2}{5}$

주어진 두 원의 공통현의 방정식, 즉 두 원의 교점을 지나
는 직선의 방정식은

$$x^2+y^2-16x-(x^2+y^2-6x-4y+3)=0$$

$$-10x+4y-3=0 \quad \therefore y=\boxed{\frac{5}{2}}x+\frac{3}{4}$$

이 직선이 직선 $y=kx+6$ 과 수직이므로

$$\boxed{\frac{5}{2}} \times k = -1 \quad \therefore k = \boxed{-\frac{2}{5}}$$

168 [답] 2

$$x^2 + (y-k)^2 = 4, (x+1)^2 + y^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2ky + k^2 - 4 = 0, x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$$

위 두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 2ky + k^2 - 4 - (x^2 + y^2 + 2x - 8) = 0$$

$$-2ky - 2x + k^2 + 4 = 0 \Rightarrow 2ky = -2x + k^2 + 4$$

$$\therefore y = -\frac{1}{k}x + \frac{k}{2} + \frac{2}{k}$$

이 직선이 직선 $2x - y = 1$, 즉 $y = 2x - 1$ 과 수직이므로

$$\left(-\frac{1}{k}\right) \times 2 = -1 \quad \therefore k = 2$$

169 [답] $(x^2 + y^2 + ax + by + c) - (x^2 + y^2 + a'x + b'y + c') = 0$

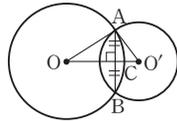
170 [답] 1) $2\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{11}$ 3) 8 4) $2\sqrt{6}$

1) 오른쪽 그림과 같이 두 원

$$x^2 + y^2 = 9,$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 1 = 0 \text{의 중심}$$

을 각각 O, O', 두 원의 교점을 A, B, $\overline{OO'}$ 과 \overline{AB} 의 교점을 C라고 하자.



두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 9 - (x^2 + y^2 + 4x + 3y + 1) = 0$$

$$\therefore \boxed{4}x + 3y + \boxed{10} = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 중심 O(0, 0)에서 공통현 ①까지의

거리는 $\overline{OC} = \frac{|10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = \boxed{2}$

직각삼각형 OAC에서 $\overline{OA} = 3, \overline{OC} = \boxed{2}$ 이므로

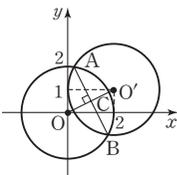
$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{9 - 4} = \boxed{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

2) 두 원 $x^2 + y^2 = 4,$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4 \text{의 중심을}$$

각각 O, O', 두 원의 교점을 A, B, $\overline{OO'}$ 과 \overline{AB} 의 교점을 C라고 하자. 두 원의 공통현의 방정식은



$$x^2 + y^2 - 4 - \{(x-2)^2 + (y-1)^2 - 4\} = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 - x^2 + 4x - 4 - y^2 + 2y - 1 + 4 = 0$$

$$\therefore 4x + 2y - 5 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 중심 O(0, 0)에서 공통현 ①까지의

거리는 $\overline{OC} = \frac{|-5|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

직각삼각형 OAC에서 $\overline{OA} = 2, \overline{OC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = 2 \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11}$$

3) 두 원 $x^2 + y^2 = 20, x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ 의 중심을 각각 O, O', 두 원의 교점을 A, B, $\overline{OO'}$ 과 \overline{AB} 의 교점을 C라고 하자.

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 20 - (x^2 - 6x + y^2 - 8y) = 0$$

$$6x + 8y - 20 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 10 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 20$ 의 중심 O(0, 0)에서 공통현 ①까지의 거리는

$$\overline{OC} = \frac{|-10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

직각삼각형 OAC에서 $\overline{OA} = 2\sqrt{5}, \overline{OC} = 2$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = 4$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = 2 \cdot 4 = 8$$

4) 두 원 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 22 = 0,$

$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$ 의 중심을 각각 O, O', 두 원의 교점을 A, B, $\overline{OO'}$ 과 \overline{AB} 의 교점을 C라고 하자.

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 22 - (x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6) = 0$$

$$4x + 4y - 16 = 0$$

$$\therefore x + y - 4 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 22 = 0,$ 즉

$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 24$ 의 중심 O(-1, -1)에서 공통현 ①까지의 거리는

$$\overline{OC} = \frac{|-1-1-4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

직각삼각형 OAC에서 $\overline{OA} = 2\sqrt{6}, \overline{OC} = 3\sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{24 - 18} = \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = 2\sqrt{6}$$

171 [답] (i) 방정식 (ii) \overline{OC} (iii) 피타고라스 (iv) $2\overline{AC}$

172 [답] 1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

2) 서로 다른 두 점에서 만난다.

3) 한 점에서 만난다. 4) 만나지 않는다.

5) 서로 다른 두 점에서 만난다. 6) 만나지 않는다.

직선 l의 방정식을 원 C의 방정식에 대입하면

1) $x^2 + (-x+1)^2 = 4$

$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 4$$

$$\therefore 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2 \cdot (-3) = 7 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

- 2) $x^2 + (2x+1)^2 = 9$
 $x^2 + 4x^2 + 4x + 1 = 9$
 $\therefore 5x^2 + 4x - 8 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 2^2 - 5 \cdot (-8) = 44 > 0$
 따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.
- 3) $x^2 + (-x+2)^2 = 2$
 $x^2 + x^2 - 4x + 4 = 2$
 $\therefore x^2 - 2x + 1 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \cdot 1 = 0$
 따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다.
- 4) $x^2 + (2x+4)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4x^2 + 16x + 16 = 1$
 $\therefore 5x^2 + 16x + 15 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 8^2 - 5 \cdot 15 = -11 < 0$
 따라서 원과 직선은 만나지 않는다.
- 5) 직선 l 에서 $4y = -3x - 4 \quad \therefore y = -\frac{3}{4}x - 1$
 위 식을 원 C 의 방정식에 대입하면
 $x^2 + \left(-\frac{3}{4}x - 1\right)^2 = 4$
 $16x^2 + (3x+4)^2 = 64$
 $16x^2 + 9x^2 + 24x + 16 = 64$
 $\therefore 25x^2 + 24x - 48 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 12^2 - 25 \cdot (-48) = 1344 > 0$
 따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.
- 6) 직선 l 에서 $4y = -3x$
 $\therefore y = -\frac{3}{4}x$
 위 식을 원 C 의 방정식에 대입하면
 $x^2 + \left(-\frac{3}{4}x\right)^2 - 4x - 2\left(-\frac{3}{4}x\right) + 4 = 0$
 $16x^2 + 9x^2 - 64x + 24x + 64 = 0$
 $\therefore 25x^2 - 40x + 64 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-20)^2 - 25 \cdot 64 = -1200 < 0$
 따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

173 [답] (1) 두 점 (2) 한 점, 접한다
 (3) 만나지 않는다.

174 [답] 1) $-3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$ 2) $-2 < k < 2$
 3) $-5 < k < 5$

1) 방법 1

$y = -x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x+k)^2 = 9$$

$$2x^2 - 2kx + k^2 - 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (-k)^2 - 2(k^2 - 9) \\ &= k^2 - 2k^2 + 18 = -k^2 + 18 \end{aligned}$$

이때, $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$-k^2 + 18 > 0$$

$$k^2 < 18$$

$$\therefore -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

방법 2

원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 주어진 직선

$y = -x + k$, 즉 $x + y - k = 0$ 사이의 거리가 원의 반

지름의 길이보다 짧으면 원과 직선이 서로 다른 두 점

에서 만나므로

$$\frac{|-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} < 3 \Leftrightarrow |k| < 3\sqrt{2}$$

$$\therefore -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

2) $y = x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 2$ 에 대입하면

$$x^2 + (x+k)^2 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 2kx + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 2) = -k^2 + 4 > 0$$

$$k^2 - 4 < 0 \quad \therefore -2 < k < 2$$

3) $y = 2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x+k)^2 = 5 \Leftrightarrow 5x^2 + 4kx + k^2 - 5 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) = -k^2 + 25 > 0$$

$$k^2 - 25 < 0 \quad \therefore -5 < k < 5$$

175 [답] (1) (ii) $D > 0$ (2) $d < r$

176 [답] 1) $\pm \frac{4}{3}$ 2) ± 5 3) -1 또는 19

1) $y = kx + 5$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하면

$$x^2 + (kx+5)^2 = 9 \Leftrightarrow (1+k^2)x^2 + 10kx + 16 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (5k)^2 - 16(1+k^2) = 9k^2 - 16 = 0$$

$$k^2 = \frac{16}{9} \quad \therefore k = \pm \frac{4}{3}$$

2) $y=2x+k$ 를 $x^2+y^2=5$ 에 대입하면
 $x^2+(2x+k)^2=5 \Rightarrow 5x^2+4kx+k^2-5=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-5)=-k^2+25=0$
 $k^2=25 \quad \therefore k=\pm 5$

3) 원 $x^2+(y+3)^2=10$ 의 중심 $(0, -3)$ 에서 직선
 $x+3y+k=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으면
 직선이 원에 접하므로
 $\frac{|0-9+k|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10} \Rightarrow |k-9|=\sqrt{10}$
 $k-9=\pm\sqrt{10} \quad \therefore k=9\pm\sqrt{10}$

177 **답** $m=1\pm 3\sqrt{5}$

원의 중심 $(1, 3)$ 과 직선 $2x-y+m=0$ 사이의 거리는
 $\frac{|2-3+m|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|-1+m|}{\sqrt{5}}$
 원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 접하려면
 $\frac{|-1+m|}{\sqrt{5}}=3 \Rightarrow |m-1|=3\sqrt{5}$
 $\therefore m=1\pm 3\sqrt{5}$

178 **답** $m=-13$ 또는 $m=-3$

원의 중심 $(2, 3)$ 과 직선 $x+2y+m=0$ 사이의 거리는
 $\frac{|2+6+m|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|8+m|}{\sqrt{5}}$
 넓이가 5π 인 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로
 원과 직선이 접하려면
 $\frac{|8+m|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Rightarrow |8+m|=5 \Rightarrow 8+m=\pm 5$
 $\therefore m=-13$ 또는 $m=-3$

179 **답** (1) (ii) $D=0$ (2) $d=r$

180 **답** 1) $k < -\sqrt{2}$ 또는 $k > \sqrt{2}$ 2) $-\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$
 3) $k < 2-\sqrt{2}$ 또는 $k > 2+\sqrt{2}$

1) **방법 1**
 $y=x+k$ 를 $x^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $x^2+(x+k)^2=1$
 $\therefore 2x^2+2kx+k^2-1=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-1)=-k^2+2 < 0$
 $k^2 > 2$
 $\therefore k < -\sqrt{2}$ 또는 $k > \sqrt{2}$

방법 2

원 $x^2+y^2=1$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=x+k$,
 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는 $\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$
 원의 반지름의 길이는 1이므로 원과 직선이 만나지
 않으려면
 $\frac{|k|}{\sqrt{2}} > 1 \Rightarrow |k| > \sqrt{2}$
 $\therefore k < -\sqrt{2}$ 또는 $k > \sqrt{2}$

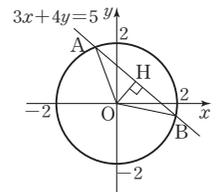
2) $y=-kx-2$ 를 $x^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $x^2+(-kx-2)^2=1 \quad \therefore (1+k^2)x^2+4kx+3=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(2k)^2-3(1+k^2)=4k^2-3-3k^2=k^2-3 < 0$
 $k^2 < 3 \quad \therefore -\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$

3) $x+y=2$ 에서 $y=2-x$ 를 $(x-k)^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $(x-k)^2+(2-x)^2=1$
 $\therefore 2x^2-2(k+2)x+k^2+3=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(k+2)^2-2(k^2+3)=-k^2+4k-2 < 0$
 $k^2-4k+2 > 0 \quad \therefore k < 2-\sqrt{2}$ 또는 $k > 2+\sqrt{2}$

181 **답** (1) (ii) $D < 0$ (2) $d > r$

182 **답** 1) $2\sqrt{3}$ 2) $2\sqrt{7}$

1) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원
 과 직선의 교점을 A, B라 하
 고, 원의 중심 $O(0, 0)$ 에서 직
 선 l , 즉 $3x+4y-5=0$ 에 내
 린 수선의 발을 H라고 하면



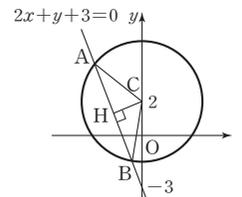
$\overline{OH}=\frac{|-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$

직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA}=2$ 이므로

$\overline{AH}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OH}^2}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\sqrt{3}$

2) 오른쪽 그림과 같이 주어진
 원과 직선의 교점을 A, B라
 하고, 원의 중심 $C(0, 2)$ 에
 서 직선 $2x+y+3=0$ 에 내
 린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{CH}=\frac{|2+3|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

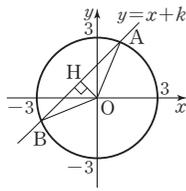
직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=2\sqrt{3}$ 이므로

$\overline{AH}=\sqrt{\overline{CA}^2-\overline{CH}^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-5^2}=\sqrt{7}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\sqrt{7}$

183 [답] 1) $\sqrt{2}$ 2) 5

1) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B라 하고, 원의 중심 O(0, 0)에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{OA}=3$,



$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

직각삼각형 OAH에서

$$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \boxed{1}$$

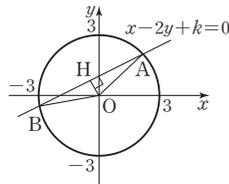
즉, 원점과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리가 $\boxed{1}$ 이므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \boxed{1}$$

$$|k| = \sqrt{2}$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = \boxed{\sqrt{2}}$$

2) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B라 하고, 원의 중심 O(0, 0)에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\overline{OA} = 3, \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

직각삼각형 OAH에서

$$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

즉, 원점과 직선 $x-2y+k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \sqrt{5} \Rightarrow |k| = 5$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 5$$

184 [답] $2\sqrt{r^2 - d^2}$

185 [답] 1) $\sqrt{11}$ 2) $\sqrt{6}$ 3) 5

1) 원의 중심을 C라고 하면 C(1, 2)이므로

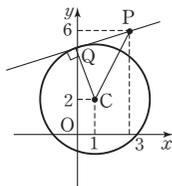
$$\overline{CP} = \sqrt{(3-1)^2 + (6-2)^2}$$

$$= \boxed{2\sqrt{5}}$$

$$\overline{CQ} = \boxed{3}$$

삼각형 CPQ는 \overline{CP} 가 빗변인 직각삼각형이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CQ}^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 3^2} = \boxed{\sqrt{11}}$$



2) 원의 중심을 C라고 하면 C(0, 0)

$$\overline{CP} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

\overline{CQ} 는 원 O의 반지름의 길이와 같으므로 $\overline{CQ}=2$

삼각형 CPQ는 \overline{CP} 가 빗변인 직각삼각형이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CQ}^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 2^2} = \sqrt{6}$$

3) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에서 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 원의 중심을 C라고 하면 C(1, -2)

$$\overline{CP} = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34}$$

\overline{CQ} 는 원 O의 반지름의 길이와 같으므로 $\overline{CQ}=3$

삼각형 CPQ는 \overline{CP} 가 빗변인 직각삼각형이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CQ}^2} = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - 3^2} = 5$$

186 [답] 1) $a = -2$ 또는 $a = 6$ 2) $\pm\sqrt{35}$

1) 오른쪽 그림과 같이

원 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 8$ 의

중심을 C, 접점을 Q라고 하면

C(2, 1)이므로

$$\overline{CP} = \sqrt{(a-2)^2 + 1}$$

또, $\overline{CQ} = \boxed{2\sqrt{2}}$, $\overline{PQ} = 3$ 이므로 직각

삼각형 CPQ에서

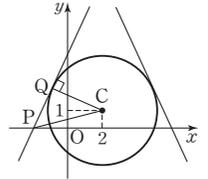
$$\overline{CP}^2 = \overline{CQ}^2 + \overline{PQ}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2$$

$$a^2 - 4a - 12 = 0$$

$$(a+2)(a-6) = 0$$

$$\therefore a = \boxed{-2} \text{ 또는 } a = 6$$



2) 오른쪽 그림과 같이

원 $x^2 + y^2 = 10$ 의 중

심을 C, 접점을 Q라

고 하면

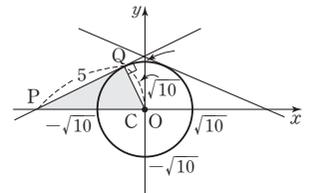
$$\overline{CP} = \sqrt{a^2} = |a|,$$

$\overline{CQ} = \sqrt{10}$, $\overline{PQ} = 5$ 이므로 직각삼각형 CPQ에서

$$\overline{CP}^2 = \overline{CQ}^2 + \overline{PQ}^2$$

$$a^2 = (\sqrt{10})^2 + 5^2 = 35$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{35}$$



187 [답] $\sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CQ}^2}$

188 [답] 1) (최대값) $= \frac{9\sqrt{2}}{2}$, (최소값) $= \frac{\sqrt{2}}{2}$

2) (최대값) = 4, (최소값) = 2

3) (최대값) = 3, (최소값) = 1

4) (최대값) = 9, (최소값) = 1

1) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$ 에서

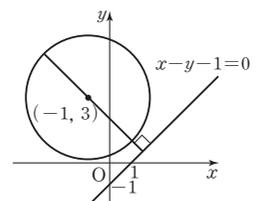
$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 8$$

원의 중심 (-1, 3)에서

직선 $x-y-1=0$ 에 이르

는 거리는

$$\frac{|-1-3-1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$



원의 반지름의 길이는

$2\sqrt{2}$ 이므로 원 위의 점에서 직선에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값은

$$(\text{최댓값}) = \frac{5\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$(\text{최솟값}) = \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$$

원의 중심 $(2, -1)$ 에서

직선 $4x - 3y + 4 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|8 + 3 + 4|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

이고 원의 반지름의 길이는 1이므로 원 위의 점에서 직선에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값은

$$(\text{최댓값}) = 3 + 1 = 4$$

$$(\text{최솟값}) = 3 - 1 = 2$$

3) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

에서

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$$

원의 중심 $(1, -2)$ 에서

직선 $12x - 5y + 4 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|12 + 10 + 4|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{26}{13} = 2$$

원의 반지름의 길이는 1이므로 원 위의 점에서 직선에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값은

$$(\text{최댓값}) = 2 + 1 = 3$$

$$(\text{최솟값}) = 2 - 1 = 1$$

4) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$

에서

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$$

원의 중심 $(1, -2)$ 에서

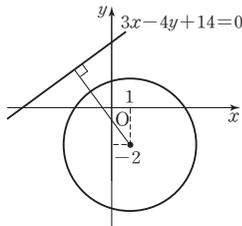
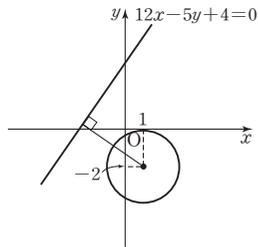
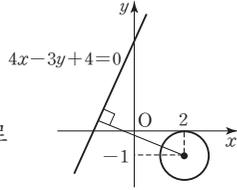
직선 $3x - 4y + 14 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|3 + 8 + 14|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{25}{5} = 5$$

원의 반지름의 길이는 4이므로 원 위의 점에서 직선에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값은

$$(\text{최댓값}) = 5 + 4 = 9$$

$$(\text{최솟값}) = 5 - 4 = 1$$



190 답 1) $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ 2) $y = 3x \pm 2\sqrt{10}$ 3) $y = 2x \pm \sqrt{5}$

1) 판별식 이용

기울기가 2인 접선의 방정식을 $y = 2x + a \dots\dots \text{㉠}$

으로 놓고, 이 식을 원의 방정식

$$x^2 + y^2 = 9 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + (2x + a)^2 = 9$$

$$\therefore 5x^2 + 4ax + a^2 - 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (2a)^2 - 5(a^2 - 9) = 0$$

$$a^2 = 45 \quad \therefore a = \pm 3\sqrt{5}$$

$a = \pm 3\sqrt{5}$ 를 ㉠에 대입하면

$$y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

공식 이용

원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2인 원의 접선의 방정식은 $r = 3, m = 2$ 이므로

$$y = 2x \pm 3\sqrt{2^2 + 1}$$

$$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

2) 판별식 이용

기울기가 3인 접선의 방정식을 $y = 3x + a \dots\dots \text{㉠}$

으로 놓고, 이 식을 원의 방정식 $x^2 + y^2 = 4$ 에 대입하면

$$x^2 + (3x + a)^2 = 4$$

$$\therefore 10x^2 + 6ax + a^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (3a)^2 - 10(a^2 - 4) = 9a^2 - 10a^2 + 40$$

$$= 40 - a^2 = 0$$

$$a^2 = 40 \quad \therefore a = \pm 2\sqrt{10}$$

$a = \pm 2\sqrt{10}$ 를 ㉠에 대입하면 $y = 3x \pm 2\sqrt{10}$

공식 이용

$$r = 2, m = 3 \text{이므로 } y = 3x \pm 2\sqrt{3^2 + 1}$$

$$\therefore y = 3x \pm 2\sqrt{10}$$

3) 판별식 이용

기울기가 2인 접선의 방정식을 $y = 2x + a \dots\dots \text{㉠}$

으로 놓고, 이 식을 원의 방정식 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x + a)^2 = 1 \quad \therefore 5x^2 + 4ax + a^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (2a)^2 - 5(a^2 - 1) = -a^2 + 5 = 0$$

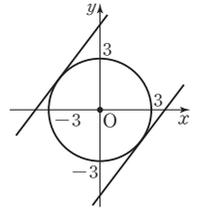
$$a^2 = 5 \quad \therefore a = \pm\sqrt{5}$$

$a = \pm\sqrt{5}$ 를 ㉠에 대입하면 $y = 2x \pm \sqrt{5}$

공식 이용

$$r = 1, m = 2 \text{이므로 } y = 2x \pm 1 \cdot \sqrt{2^2 + 1}$$

$$\therefore y = 2x \pm \sqrt{5}$$



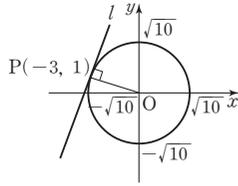
189 답 $d+r, d-r$

191 ㉞ $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$

192 ㉞ $3x - y + 10 = 0$

1) 수직 조건 이용

오른쪽 그림과 같이
원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점
P(-3, 1)에서의 접선을
l이라고 하면 직선 OP와
접선 l은 서로 수직 이고
직선 OP의 기울기는



$$\frac{1-0}{-3-0} = -\frac{1}{3}$$

이때, 직선 l의 기울기를 m이라고 하면 두 직선의 수
직 조건에 의하여 (직선 OP의 기울기) $\times m = -1$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times m = -1 \quad \therefore m = 3$$

따라서 기울기가 3이고 점 P(-3, 1)을 지나는 접
선의 방정식은 $y - 1 = 3(x + 3)$

$$\therefore 3x - y + 10 = 0$$

공식 이용

원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 (-3, 1)에서의 접선의 방정식은
 $x_1 = -3, y_1 = 1, r^2 = 10$ 이므로

$$-3 \cdot x + 1 \cdot y = 10 \quad \therefore 3x - y + 10 = 0$$

193 ㉞ 1) $2x + y - 5 = 0$ 2) $3x - 4y - 25 = 0$

3) $x + y + 6 = 0$

1) 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 P(2, 1)에서의 접선의 방정식은

$$2 \cdot x + 1 \cdot y = 5 \quad \therefore 2x + y - 5 = 0$$

2) 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 P(3, -4)에서의 접선의 방정

$$\text{식은 } 3 \cdot x + (-4) \cdot y = 25 \quad \therefore 3x - 4y - 25 = 0$$

3) 원 $x^2 + y^2 = 18$ 위의 점 P(-3, -3)에서의 접선의 방

$$\text{정식은 } -3 \cdot x + (-3) \cdot y = 18$$

$$\therefore x + y + 6 = 0$$

194 ㉞ $x_1x + y_1y = r^2$

195 ㉞ 1) $2x + \sqrt{2}y - 6 = 0$ 또는 $2x - \sqrt{2}y - 6 = 0$

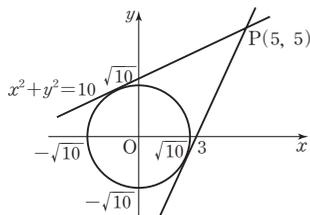
2) $x = 2$ 또는 $3x - 4y + 10 = 0$

1) 방법 1

접점의 좌표를
(x_1, y_1)으로
놓으면 접선의 방
정식은

$$x_1x + y_1y = 10$$

..... ㉞



이 접선이 점 (5, 5)를 지나므로

$$5x_1 + 5y_1 = 10 \quad \therefore x_1 + y_1 = 2 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

또, 점 (x_1, y_1)은 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위에 있으므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 10 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

㉞에서 $y_1 = -x_1 + 2$ 를 ㉞에 대입하면

$$x_1^2 + (-x_1 + 2)^2 = 10 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 - 3 = 0$$

$$(x_1 - 3)(x_1 + 1) = 0 \quad \therefore x_1 = 3 \text{ 또는 } x_1 = -1$$

㉞에서 각각 $y_1 = -1$ 또는 $y_1 = 3$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$3x - y - 10 = 0 \text{ 또는 } x - 3y + 10 = 0 \quad (\because \text{㉞})$$

방법 2

접선의 기울기를 m이라고 하면, 기울기가 m이고 점

(5, 5)를 지나는 직선의 방정식은 $y - 5 = m(x - 5)$

$$\therefore mx - y - 5m + 5 = 0 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

원과 직선이 접하려면 원의 중심 (0, 0)과 직선 ㉞ 사이

의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{10}$ 과 같아야 하므로

$$\frac{|-5m + 5|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$$

$$|-5m + 5| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하면 $25m^2 - 50m + 25 = 10m^2 + 10$

$$3m^2 - 10m + 3 = 0 \Rightarrow (3m - 1)(m - 3) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{3} \text{ 또는 } m = 3$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x - 3y + 10 = 0 \text{ 또는 } 3x - y - 10 = 0 \quad (\because \text{㉞})$$

2) 접점을 (x_1, y_1)으로 놓으면

접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = 4 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

이 접선이 점 (2, 4)를 지나므로

$$2x_1 + 4y_1 = 4$$

$$\therefore x_1 + 2y_1 = 2 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

또, 점 (x_1, y_1)은 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위에 있으므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 4 \quad \dots\dots \text{㉞}$$

㉞에서 $x_1 = 2 - 2y_1$ 을 ㉞에 대입하면

$$(2 - 2y_1)^2 + y_1^2 = 4 \Rightarrow 5y_1^2 - 8y_1 = 0$$

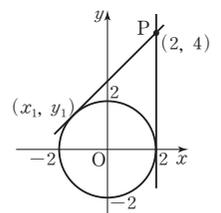
$$y_1(5y_1 - 8) = 0 \quad \therefore y_1 = 0 \text{ 또는 } y_1 = \frac{8}{5}$$

$$\therefore x_1 = 2, y_1 = 0 \text{ 또는 } x_1 = -\frac{6}{5}, y_1 = \frac{8}{5} \quad (\because \text{㉞})$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$2x = 4 \text{ 또는 } -\frac{6}{5}x + \frac{8}{5}y = 4 \quad (\because \text{㉞})$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } 3x - 4y + 10 = 0$$



196 ㉞ (1) $x_1x + y_1y = r^2, ax_1 + by_1 = r^2, x_1^2 + y_1^2 = r^2$

(2) $y - y_1 = m(x - x_1)$ ㉠ 접선 ㉡ $D = 0$

III - 4 도형의 이동

pp. 203 ~ 223

197 **답** 1) (3, 3) 2) (1, 2) 3) (4, 0) 4) (3, -1)

5) (-6, 12) 6) (-1, -3) 7) $(\frac{3}{2}, -3)$

8) $(\frac{1}{2}, 3)$

1) $(2 + \boxed{1}, 1 + 2)$, 즉 $(\boxed{3}, 3)$

2) $(0 + 1, 0 + 2)$, 즉 $(1, 2)$

3) $(3 + 1, -2 + 2)$, 즉 $(4, 0)$

4) $(2 + 1, -3 + 2)$, 즉 $(3, -1)$

5) $(-7 + 1, 10 + 2)$, 즉 $(-6, 12)$

6) $(-2 + 1, -5 + 2)$, 즉 $(-1, -3)$

7) $(\frac{1}{2} + 1, -5 + 2)$, 즉 $(\frac{3}{2}, -3)$

8) $(-\frac{1}{2} + 1, 1 + 2)$, 즉 $(\frac{1}{2}, 3)$

198 **답** 1) (7, 4) 2) (0, -1) 3) (5, 1) 4) (4, 0)

5) (-2, -1) 6) (-5, -5) 7) $(\frac{3}{2}, 2)$

8) $(-2, -\frac{10}{3})$

1) $(9, 0) \rightarrow (9 - 2, 0 + \boxed{4})$, 즉 $(7, \boxed{4})$

2) $(4, 1) \rightarrow (4 - 4, 1 - 2)$, 즉 $(\boxed{0}, \boxed{-1})$

3) $(4, -2) \rightarrow (4 + 1, -2 + 3)$, 즉 $(\boxed{5}, \boxed{1})$

4) $(3, -1) \rightarrow (3 + 1, -1 + 1)$, 즉 $(\boxed{4}, \boxed{0})$

5) $(-5, 5) \rightarrow (-5 + 3, 5 - 6)$, 즉 $(\boxed{-2}, \boxed{-1})$

6) $(-2, -3) \rightarrow (-2 - 3, -3 - 2)$, 즉 $(\boxed{-5}, \boxed{-5})$

7) $(-\frac{1}{2}, 4) \rightarrow (-\frac{1}{2} + 2, 4 - 2)$, 즉 $(\boxed{\frac{3}{2}}, \boxed{2})$

8) $(3, -\frac{1}{3}) \rightarrow (3 - 5, -\frac{1}{3} - 3)$, 즉 $(\boxed{-2}, \boxed{-\frac{10}{3}})$

199 **답** 1) (0, 5) 2) (3, -1) 3) (4, -12)

4) (-4, -8) 5) (0, 0) 6) (-1, -6)

7) $(2, -\frac{5}{2})$ 8) $(\frac{5}{2}, -1)$

1) $(-3, 8) \rightarrow (-3 + \boxed{3}, 8 - 3)$, 즉 $(\boxed{0}, 5)$

2) $(0, 2) \rightarrow (0 + 3, 2 - 3)$, 즉 $(3, -1)$

3) $(1, -9) \rightarrow (1 + 3, -9 - 3)$, 즉 $(4, -12)$

4) $(-7, -5) \rightarrow (-7 + 3, -5 - 3)$, 즉 $(-4, -8)$

5) $(-3, 3) \rightarrow (-3 + 3, 3 - 3)$, 즉 $(0, 0)$

6) $(-4, -3) \rightarrow (-4 + 3, -3 - 3)$, 즉 $(-1, -6)$

7) $(-1, \frac{1}{2}) \rightarrow (-1 + 3, \frac{1}{2} - 3)$, 즉 $(2, -\frac{5}{2})$

8) $(-\frac{1}{2}, 2) \rightarrow (-\frac{1}{2} + 3, 2 - 3)$, 즉 $(\frac{5}{2}, -1)$

200 **답** 1) $m=1, n=9$ 2) $m=3, n=2$

3) $m=0, n=12$ 4) $m=4, n=15$

5) $m=5, n=4$ 6) $m=-2, n=3$

1) $(1, -3) \rightarrow (1 + m, -3 + n) = (\boxed{2}, \boxed{6})$

따라서 $1 + m = \boxed{2}$, $-3 + n = \boxed{6}$

이므로 $m = \boxed{1}$, $n = \boxed{9}$

2) $(-1, 4) \rightarrow (-1 + m, 4 + n) = (2, 6)$

$-1 + m = 2$, $4 + n = 6$

$\therefore m = 3, n = 2$

3) $(2, -6) \rightarrow (2 + m, -6 + n) = (2, 6)$

$2 + m = 2$, $-6 + n = 6$

$\therefore m = 0, n = 12$

4) $(-2, -9) \rightarrow (-2 + m, -9 + n) = (2, 6)$

$-2 + m = 2$, $-9 + n = 6$

$\therefore m = 4, n = 15$

5) $(-3, 2) \rightarrow (-3 + m, 2 + n) = (2, 6)$

$-3 + m = 2$, $2 + n = 6$

$\therefore m = 5, n = 4$

6) $(4, 3) \rightarrow (4 + m, 3 + n) = (2, 6)$

$4 + m = 2$, $3 + n = 6$

$\therefore m = -2, n = 3$

201 **답** $x + a, y + b$

202 **답** 1) $3x - 2y - 8 = 0$ 2) $x - y - 2 = 0$

3) $x + 2y - 2 = 0$ 4) $y = x^2 - x - 3$

5) $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 9 = 0$

1) x 대신 $\boxed{x-1}$, y 대신 $y+3$ 을 대입하면

$3(\boxed{x-1}) - 2(y+3) + 1 = 0$

$3x - 3 - 2y - 6 + 1 = 0$

$\therefore 3x - 2y - \boxed{8} = 0$

2) $(x-1) - (y+3) + 2 = 0$

$x - 1 - y - 3 + 2 = 0$

$\therefore x - y - 2 = 0$

3) $(x-1) + 2(y+3) - 7 = 0$

$x - 1 + 2y + 6 - 7 = 0$

$\therefore x + 2y - 2 = 0$

4) $(y+3) = (x-1)^2 + (x-1)$

$y + 3 = x^2 - 2x + 1 + x - 1$

$\therefore y = x^2 - x - 3$

5) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 1$

$\therefore x^2 - 2x + y^2 + 6y + 9 = 0$

203 **답** 1) $x+y-4=0$ 2) $2x-3y+13=0$
 3) $y=4x+3$ 4) $y=x^2-3x-1$
 5) $(x-2)^2+(y+4)^2=4$

- 1) $x+y-1=0$ 에
 x 대신 $x-1$, y 대신 $\boxed{y-2}$ 를 대입하면
 $(x-1)+\boxed{y-2}-1=0$
 $\therefore x+y-\boxed{4}=0$
- 2) $2x-3y+2=0$ 에
 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-3$ 을 대입하면
 $2(x+1)-3(y-3)+2=0$
 $\therefore 2x-3y+13=0$
- 3) $y=4x-3$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $(y+2)=4(x+2)-3$
 $\therefore y=4x+3$
- 4) $y=x^2+x+1$ 에
 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+4$ 를 대입하면
 $(y+4)=(x-2)^2+(x-2)+1$
 $\therefore y=x^2-3x-1$
- 5) $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 에
 x 대신 $x-1$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $\{(x-1)-1\}^2+\{(y+2)+2\}^2=4$
 $\therefore (x-2)^2+(y+4)^2=4$

204 **답** 1) $x-2y+3=0$ 2) $3x-y+8=0$
 3) $x+3y-8=0$ 4) $2x+3y+3=0$
 5) $y=x^2+6x+8$ 6) $y=-x^2+x+14$
 7) $(x+3)^2+(y-3)^2=5$ 8) $x^2+y^2=1$

- 1) $x-2y-1=0$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $\boxed{y-1}$ 을 대입하면
 $(x+2)-2\boxed{y-1}-1=0$
 $\therefore x-2y+\boxed{3}=0$
- 2) $3x-y+1=0$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $3(x+2)-(y-1)+1=0$
 $3x+6-y+1+1=0$
 $\therefore 3x-y+8=0$
- 3) $x+3y-7=0$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $(x+2)+3(y-1)-7=0$
 $x+2+3y-3-7=0$
 $\therefore x+3y-8=0$

4) $2x+3y+2=0$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $2(x+2)+3(y-1)+2=0$
 $2x+4+3y-3+2=0$
 $\therefore 2x+3y+3=0$

5) $y=x^2+2x-1$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $(y-1)=(x+2)^2+2(x+2)-1$
 $y-1=x^2+4x+4+2x+4-1$
 $\therefore y=x^2+6x+8$

6) $y=-x^2+5x+7$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $(y-1)=-x^2+5(x+2)+7$
 $y-1=-x^2-4x-4+5x+10+7$
 $\therefore y=-x^2+x+14$

7) $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $\{(x+2)+1\}^2+\{(y-1)-2\}^2=5$
 $\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=5$

8) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$ 에
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$ 을 대입하면
 $\{(x+2)-2\}^2+\{(y-1)+1\}^2=1$
 $\therefore x^2+y^2=1$

205 **답** 1) $2x-y-13=0$ 2) $3x-2y-12=0$
 3) $y=2x-16$ 4) $y=x-1$
 5) $y=x^2-8x+13$ 6) $x=y^2+6y+9$
 7) $(x-3)^2+y^2=2$
 8) $x^2-12x+y^2+4y+36=0$

1) $2x-y-3=0$ 에
 x 대신 $\boxed{x-4}$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $2\boxed{x-4}-(y+2)-3=0$
 $2x-8-y-2-3=0$
 $\therefore 2x-y-\boxed{13}=0$

2) $3x-2y+4=0$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $3(x-4)-2(y+2)+4=0$
 $3x-12-2y-4+4=0$
 $\therefore 3x-2y-12=0$

3) $y=2x-6$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $y+2=2(x-4)-6=2x-8-6$
 $\therefore y=2x-16$

4) $y=x+5$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $y+2=(x-4)+5$
 $\therefore y=x-1$

5) $y=x^2-1$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $y+2=(x-4)^2-1=x^2-8x+16-1$
 $\therefore y=x^2-8x+13$

6) $x=y^2+2y-3$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $x-4=(y+2)^2+2(y+2)-3$
 $\therefore x=y^2+6y+9$

7) $(x+1)^2+(y-2)^2=2$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $\{(x-4)+1\}^2+\{(y+2)-2\}^2=2$
 $\therefore (x-3)^2+y^2=2$

8) $x^2+y^2-4x=0$ 에
 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면
 $(x-4)^2+(y+2)^2-4(x-4)=0$
 $x^2-8x+16+y^2+4y+4-4x+16=0$
 $\therefore x^2-12x+y^2+4y+36=0$

206 [답] 1) $a=4, b=1$ 2) $a=-4, b=-1$
 3) $a=-3, b=2$

$x^2+y^2=1$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
 평행이동하면 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$ ㉠

- 1) ㉠이 $(x-4)^2+(y-1)^2=1$ 과 같으므로
 $\therefore a=4, b=1$
 2) ㉠이 $(x+4)^2+(y+1)^2=1$ 과 같으므로
 $\therefore a=-4, b=-1$
 3) ㉠이 $(x+3)^2+(y-2)^2=1$ 과 같으므로
 $\therefore a=-3, b=2$

207 [답] 1) $a=4, b=0$ 2) $a=\frac{5}{2}, b=-6$

3) $a=1, b=-\frac{2}{3}$

먼저 $x^2+y^2+4x-2y+4=0$ 을 표준형으로 정리하면
 $(x+2)^2+(y-1)^2=1$

x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동
 하면 $(x+2-a)^2+(y-1-b)^2=1$ ㉠

- 1) ㉠이 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 과 같으므로
 $2-a=-2, -1-b=-1 \quad \therefore a=4, b=0$
 2) ㉠이 $(x-\frac{1}{2})^2+(y+5)^2=1$ 과 같으므로
 $2-a=-\frac{1}{2}, -1-b=5 \quad \therefore a=\frac{5}{2}, b=-6$

- 3) ㉠이 $(x+1)^2+(y-\frac{1}{3})^2=1$ 과 같으므로
 $2-a=1, -1-b=-\frac{1}{3}$
 $\therefore a=1, b=-\frac{2}{3}$

208 [답] 1) $a=2, b=-3$ 2) $a=-2, b=-5$
 3) $a=6, b=1$

- 1) 원 C 의 중심 $(\boxed{-1}, -2)$ 를
 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 평행이동하면
 $(\boxed{-1}+a, -2+b)=(1, \boxed{-5})$
 $\boxed{-1}+a=1, -2+b=\boxed{-5}$
 $\therefore a=\boxed{2}, b=\boxed{-3}$

- 2) $C' : (x+3)^2+(y+2)^2=5$ 이므로
 원 C 의 중심 $(-1, 3)$ 을 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$
 에 의하여 평행이동하면
 $(-1+a, 3+b)=(-3, -2)$ 이므로
 $-1+a=-3, 3+b=-2$
 $\therefore a=-2, b=-5$

- 3) C 와 C' 을 표준형으로 정리하면
 $C : (x+2)^2+(y+1)^2=9$,
 $C' : (x-4)^2+y^2=9$ 이므로
 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(-2, -1), (4, 0)$ 이다.
 $(-2, -1)$ 을 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여
 평행이동하면
 $(-2+a, -1+b)=(4, 0)$ 이므로
 $-2+a=4, -1+b=0 \quad \therefore a=6, b=1$

209 [답] $x-a, y-b, x-a, y-b$

210 [답] 1) $(3, -4)$ 2) $(-3, 4)$ 3) $(-3, -4)$
 4) $(4, 3)$

211 [답] 1) $(2, -1)$ 2) $(-2, 1)$ 3) $(-2, -1)$
 4) $(1, 2)$

212 [답] 1) $(-1, 0)$ 2) $(1, 0)$ 3) $(1, 0)$ 4) $(0, -1)$

213 [답] 1) $(-2, -2)$ 2) $(2, 2)$ 3) $(2, -2)$
 4) $(2, -2)$

214 [답] 1) $(5, 2)$ 2) $(-5, -2)$ 3) $(-5, 2)$
 4) $(-2, 5)$

215 [답] 1) $(1, 4)$ 2) $(-1, -4)$ 3) $(-1, 4)$
 4) $(-4, 1)$

216 [답] 1) $(-2, 3)$ 2) $(2, -3)$ 3) $(2, 3)$
 4) $(-3, -2)$

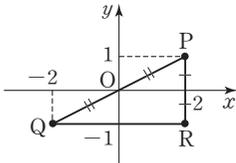
- 217 ㉠ 1) (-1, 1) 2) (1, -1) 3) (1, 1)
4) (-1, -1)

- 218 ㉠ 1) $2\sqrt{13}$ 2) $2\sqrt{10}$ 3) $2\sqrt{5}$
4) $6\sqrt{2}$ 5) $2\sqrt{2}$ 6) 10

- 1) B(2, -3), C(-2, 3)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{2 - (-2)\}^2 + \{3 - (-3)\}^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
- 2) B(3, -1), C(-3, 1)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{3 - (-3)\}^2 + \{1 - (-1)\}^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
- 3) B(-1, -2), C(1, 2)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{1 - (-1)\}^2 + \{2 - (-2)\}^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
- 4) B(3, 3), C(-3, -3)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{3 - (-3)\}^2 + \{-3 - (-3)\}^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$
- 5) B(-1, 1), C(1, -1)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{1 - (-1)\}^2 + \{-1 - 1\}^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- 6) B(-3, 4), C(3, -4)이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{\{3 - (-3)\}^2 + \{-4 - 4\}^2} = \sqrt{100} = 10$

- 219 ㉠ 1) 4 2) 24 3) 30 4) 6

1)



P(2, 1)을 원점에 대하여 대칭이동하면

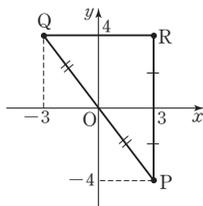
Q($\boxed{-2}$, -1)

x축에 대하여 대칭이동하면 R($\boxed{2}$, -1)

$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times 4 \times \boxed{2} = 4$

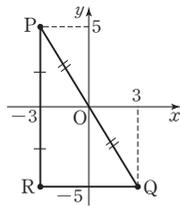
- 2) P(3, -4)를 원점에 대하여 대칭이동하면 Q(-3, 4),
x축에 대하여 대칭이동하면 R(3, 4)

$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$



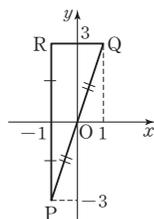
- 3) P(-3, 5)를 원점에 대하여 대칭이동하면 Q(3, -5),
x축에 대하여 대칭이동하면 R(-3, -5)

$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30$



- 4) P(-1, -3)을 원점에 대하여 대칭이동하면 Q(1, 3),
x축에 대하여 대칭이동하면 R(-1, 3)

$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6$



- 220 ㉠ 1) $\sqrt{26}$ 2) $2\sqrt{17}$

- 1) P(2, 3)을 x축에 대하여 대칭이동한 점은

A(2, $\boxed{-3}$)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B($\boxed{3}$, $\boxed{2}$)

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\{3 - 2\}^2 + \{2 - (-3)\}^2}$
 $= \sqrt{26}$

- 2) P(-5, 3)을 x축에 대하여 대칭이동한 점은

A(-5, -3)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B(3, -5)

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\{3 - (-5)\}^2 + \{-5 - (-3)\}^2} = 2\sqrt{17}$

- 221 ㉠ 1) $\sqrt{10}$ 2) $2\sqrt{10}$

- 1) P(-1, -2)를 y축에 대하여 대칭이동한 점은

A(1, -2)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B(-2, -1)

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\{-2 - 1\}^2 + \{-1 - (-2)\}^2} = \sqrt{10}$

- 2) P(4, -2)를 y축에 대하여 대칭이동한 점은

A(-4, -2)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B(-2, 4)

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

- 222 ㉠ 1) 1 2) 1

- 1) P(3, -4)를 원점에 대하여 대칭이동한 점은

A(-3, 4)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B(-4, 3)

따라서 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3 - 4}{-4 - (-3)} = 1$

- 2) P(-2, 3)을 원점에 대하여 대칭이동한 점은

A(2, -3)

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은

B(3, -2)

따라서 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2 - (-3)}{3 - 2} = 1$

- 223 ㉠ (1) 대칭이동

(2) ① $(x, -y)$ ② $(-x, y)$

③ $(-x, -y)$ ④ (y, x)

- 224 ㉞ 1) $y=x-2$ 2) $3x-3y+1=0$ 3) $x+y+2=0$
 4) $y=-x^2+2x-2$ 5) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$
 6) $x^2+y^2-4x-4y-10=0$

1) $y=-x+2$ 에

y 대신 $\boxed{-y}$ 를 대입하면

$$\boxed{-y} = -x+2$$

$$\therefore y = \boxed{x-2}$$

2) $3x+3y+1=0$ 에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$3x-3y+1=0$$

3) $x-y+2=0$ 에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$x+y+2=0$$

4) $y=x^2-2x+2$ 에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y=x^2-2x+2$$

$$\therefore y = -x^2+2x-2$$

5) $(x+1)^2+(y-1)^2=1$ 에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$(x+1)^2+(-y-1)^2=1$$

$$\therefore (x+1)^2+(y+1)^2=1$$

6) $x^2+y^2-4x+4y-10=0$ 에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$x^2+(-y)^2-4x+4(-y)-10=0$$

$$\therefore x^2+y^2-4x-4y-10=0$$

- 225 ㉞ 1) $2x+y-3=0$ 2) $x-2y+4=0$
 3) $2x-3y+1=0$ 4) $y=x^2-4$
 5) $(x-2)^2+(y-1)^2=9$
 6) $x^2+y^2-4x-2y-10=0$

1) $2x-y+3=0$ 에 x 대신 $\boxed{-x}$ 를 대입하면

$$2(\boxed{-x})-y+3=0$$

$$\therefore \boxed{2x}+y-3=0$$

2) $x+2y-4=0$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$-x+2y-4=0$$

$$\therefore x-2y+4=0$$

3) $-2x-3y+1=0$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$2x-3y+1=0$$

4) $y=x^2-4$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$y=(-x)^2-4$$

$$\therefore y=x^2-4$$

5) $(x+2)^2+(y-1)^2=9$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$(-x+2)^2+(y-1)^2=9$$

$$\therefore (x-2)^2+(y-1)^2=9$$

6) $x^2+y^2+4x-2y-10=0$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$(-x)^2+y^2+4(-x)-2y-10=0$$

$$\therefore x^2+y^2-4x-2y-10=0$$

- 226 ㉞ 1) $2x-3y-5=0$ 2) $x+3y+6=0$
 3) $y=x-1$ 4) $y=x^2+2x$
 5) $(x+2)^2+(y+2)^2=4$ 6) $x+y^2+4y+2=0$

1) $2x-3y+5=0$ 에

x 대신 $\boxed{-x}$, y 대신 $\boxed{-y}$ 를 대입하면

$$2(\boxed{-x})-3(\boxed{-y})+5=0$$

$$-2x+3y+5=0$$

$$\therefore 2x-3y-\boxed{5}=0$$

2) $x+3y-6=0$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-x-3y-6=0$$

$$\therefore x+3y+6=0$$

3) $y=x+1$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y=-x+1$$

$$\therefore y=x-1$$

4) $y=-x^2+2x$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y=-(-x)^2+2(-x)$$

$$\therefore y=x^2+2x$$

5) $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$(-x-2)^2+(-y-2)^2=4$$

$$\therefore (x+2)^2+(y+2)^2=4$$

6) $x-y^2+4y-2=0$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-x-(-y)^2+4(-y)-2=0$$

$$\therefore x+y^2+4y+2=0$$

- 227 ㉞ 1) $x-3y-1=0$ 2) $x-2y-5=0$
 3) $3x-4y+1=0$ 4) $x-y^2-1=0$
 5) $(x+2)^2+(y-2)^2=4$ 6) $x^2+y^2-8y-2=0$

1) $y=3x+1$ 에 x 대신 y , y 대신 \boxed{x} 를 대입하면

$$\boxed{x}=3y+1 \quad \therefore \boxed{x}-3y-1=0$$

2) $2x-y+5=0$ 에 x 대신 y , y 대신 x 를 대입하면

$$2y-x+5=0 \quad \therefore x-2y-5=0$$

3) $4x-3y-1=0$ 에 x 대신 y , y 대신 x 를 대입하면

$$4y-3x-1=0 \quad \therefore 3x-4y+1=0$$

4) $y=x^2+1$ 에 x 대신 y , y 대신 x 를 대입하면

$$x=y^2+1 \quad \therefore x-y^2-1=0$$

5) $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ 에 x 대신 y , y 대신 x 를 대입하면

$$(y-2)^2+(x+2)^2=4 \quad \therefore (x+2)^2+(y-2)^2=4$$

6) $x^2+y^2-8x-2=0$ 에 x 대신 y , y 대신 x 를 대입하면

$$y^2+x^2-8y-2=0 \quad \therefore x^2+y^2-8y-2=0$$

228 [답] 1) $a=-3, b=-2$ 2) $a=-2, b=-\frac{1}{3}$

3) $a=2, b=-1$

1) 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

직선 l 에 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y=ax+2 \quad \therefore -ax-y-2=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 은 직선 m 과 같으므로 $a=-3, b=-2$

2) 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

직선 l 에 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$y+ax+1=0 \quad \therefore ax+y+1=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 은 직선 m 과 같으므로

$$a=-2, b=-\frac{1}{3}$$

3) 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

직선 l 에 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y=x+a \quad \therefore x+y+a=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 은 직선 m 과 같으므로

$$a=2, b=-1$$

229 [답] 1) -1 2) 3 3) 2

1) $y=x+2$ 를 y 축에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y=-x+2$

따라서 기울기는 -1 이다.

2) $y=-3x-1$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y=3x-1$

따라서 기울기는 3 이다.

3) $2x+y-1=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x$ 를 대입하므로

$$-2x+y-1=0 \quad \therefore y=2x+1$$

따라서 기울기는 2 이다.

230 [답] 1) $y=-x-2$ 2) $3x+3y-1=0$

3) $x-y+2=0$

1) $y=-x+2$ 를 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y=x+2 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$-x=y+2 \quad \therefore y=-x-2$$

2) $3x+3y+1=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-3x-3y+1=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$-3y-3x+1=0 \quad \therefore 3x+3y-1=0$$

3) $x-y+2=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-x+y+2=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$-y+x+2=0 \quad \therefore x-y+2=0$$

231 [답] 1) $x-y^2-2y=0$ 2) $x^2+4x+y+2=0$

3) $(x+4)^2+(y-1)^2=4$

1) $y=-x^2+2x$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$x=-y^2+2y \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-x=-y^2-2y \quad \therefore x-y^2-2y=0$$

2) $x-y^2+4y-2=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하

면 x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$y-x^2+4x-2=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y-x^2-4x-2=0 \quad \therefore x^2+4x+y+2=0$$

3) $(x+1)^2+(y-4)^2=4$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이

동하면 x 대신 y, y 대신 x 를 대입하므로

$$(y+1)^2+(x-4)^2=4 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

x 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$(-y+1)^2+(-x-4)^2=4$$

$$\therefore (x+4)^2+(y-1)^2=4$$

232 [답] 1) 5 2) 1 3) 5 4) 4

1) 중심이 $A(3, -2)$ 이고 반지름의 길이가 k 인 원의 방정식은

$$(x-3)^2+(y+2)^2=k^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$(x-3)^2+(-y+2)^2=k^2$$

$$\therefore (x-3)^2+(y-2)^2=k^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 이 점 $P(3, -3)$ 을 지나므로

$$(3-3)^2+(-3-2)^2=k^2 \Leftrightarrow k^2=5^2$$

$$\therefore k=5 \quad (\because k>0)$$

2) 중심이 $(-2, 3)$ 이고 반지름의 길이가 k 인 원의 방정

$$\text{식은 } (x+2)^2+(y-3)^2=k^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$(x+2)^2+(-y-3)^2=k^2$$

$$\therefore (x+2)^2+(y+3)^2=k^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔이 점 P(-3, -3)을 지나므로
 $(-3+2)^2 + (-3+3)^2 = k^2 \Rightarrow k^2 = 1$
 $\therefore k = 1$ ($\because k > 0$)

3) 중심이 A(1, -4)이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = k^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔을 x축에 대하여 대칭이동하면

$$(x-1)^2 + (-y+4)^2 = k^2$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-4)^2 = k^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔이 점 P(1, -1)을 지나므로

$$(1-1)^2 + (-1-4)^2 = k^2 \Rightarrow k^2 = 5^2$$

$$\therefore k = 5$$
 ($\because k > 0$)

4) 중심이 A(-1, -3)이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y+3)^2 = k^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔을 x축에 대하여 대칭이동하면

$$(x+1)^2 + (-y+3)^2 = k^2$$

$$\therefore (x+1)^2 + (y-3)^2 = k^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔이 점 P(3, 3)을 지나므로

$$(3+1)^2 + (3-3)^2 = k^2 \Rightarrow k^2 = 4^2$$

$$\therefore k = 4$$
 ($\because k > 0$)

233 ㉔ 1) -1 2) 1 3) 0 4) -1

1) 원 C : $x^2 + y^2 - 2kx - 6y + 4 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$(x - \boxed{k})^2 + (y - 3)^2 = k^2 + 5$$

원의 중심 $(\boxed{k}, 3)$ 을 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(\boxed{-k}, 3) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔이 직선 $l : y = x + 2$ 위에 있으므로

$$3 = \boxed{-k} + 2$$

$$\therefore k = \boxed{-1}$$

2) 원 C : $x^2 + y^2 - 2kx - 4y - 8 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$(x - k)^2 + (y - 2)^2 = k^2 + 12$$

원의 중심 $(k, 2)$ 를 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(-k, 2) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔이 직선 $l : y = -x + 1$ 위에 있으므로

$$2 = -(-k) + 1$$

$$\therefore k = 1$$

3) 원 C : $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$$

원의 중심 $(1, -1)$ 을 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(-1, -1) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔이 직선 $l : y = x + k$ 위에 있으므로

$$-1 = -1 + k$$

$$\therefore k = 0$$

4) 원 C : $x^2 + y^2 + 4x + 6y = 2$ 를 표준형으로 고치면

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 15$$

원의 중심 $(-2, -3)$ 을 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(2, -3) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔이 직선 $l : y = -2x - k$ 위에 있으므로

$$-3 = -4 - k$$

$$\therefore k = -1$$

234 ㉔ 1) 2 2) 3 3) -1 4) 4

1) 원 C : $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 를

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$x^2 + (\boxed{y-2})^2 = 4$$

원의 중심 $(0, \boxed{2})$ 가 직선 $l : y = 2x + k$ 위에 있으므로

$$\boxed{2} = 2 \cdot 0 + k$$

$$\therefore k = \boxed{2}$$

2) 원 C : $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 을

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$x^2 + (y-3)^2 = 1$$

원의 중심 $(0, 3)$ 이 직선 $l : y = 3x + k$ 위에 있으므로

$$3 = 3 \cdot 0 + k$$

$$\therefore k = 3$$

3) 원 C : $x^2 + (y+1)^2 = 4$ 를

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(x+1)^2 + y^2 = 4$$

원의 중심 $(-1, 0)$ 이 직선 $l : y = -x + k$ 위에 있으

므로

$$0 = -(-1) + k$$

$$\therefore k = -1$$

4) 원 C : $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ 를

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$$

원의 중심 $(1, 1)$ 이 직선 $l : x + 3y = k$ 위에 있으므로

$$1 + 3 \cdot 1 = k \quad \therefore k = 4$$

235 ㉔ P $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

점 P(x, y)를 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(\boxed{-x}, y) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면

$$(-x+2, y-3) \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(y-3, \boxed{-x+2}) \dots\dots \textcircled{3}$$

㉔이 점 P와 일치하므로

$$y-3=x, \quad \boxed{-x+2}=y$$

$$\text{두 식을 연립하면 } x=-\frac{1}{2}, y=\frac{5}{2}$$

$$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

236 ㉔ $P\left(-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

점 P(x, y)를 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(-x, y) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔을 x축의 방향으로 -5, y축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하면

$$(-x-5, y-2) \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔을 직선 y=x에 대하여 대칭이동하면

$$(y-2, -x-5) \dots\dots \textcircled{3}$$

㉔이 점 P와 일치하므로

$$y-2=x, \quad -x-5=y$$

$$\text{두 식을 연립하면 } x=-\frac{7}{2}, y=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore P\left(-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

237 ㉔ $P\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

점 P(x, y)를 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(-x, y) \dots\dots \textcircled{1}$$

㉔을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하면

$$(-x+3, y-2) \dots\dots \textcircled{2}$$

㉔을 직선 y=x에 대하여 대칭이동하면

$$(y-2, -x+3) \dots\dots \textcircled{3}$$

㉔이 점 P와 일치하므로

$$y-2=x, \quad -x+3=y$$

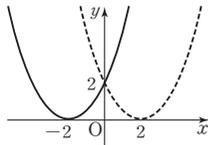
$$\text{두 식을 연립하면 } x=\frac{1}{2}, y=\frac{5}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

238 ㉔ 1) y축 2) x축 3) 원점

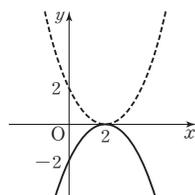
1) $y=f(-x)$ 의 그래프는

$y=f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프이다.



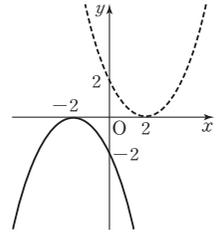
2) $y=-f(x)$ 는 $-y=f(x)$ 이므로

$y=f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프이다.



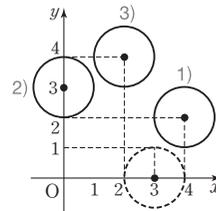
3) $y=-f(-x)$ 는

$-y=f(-x)$ 이므로 $y=f(x)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프이다.



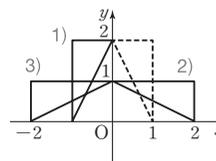
239 ㉔ 해설 참조

- 1) $f(x, y)=0$ 의 원의 중심 (3, 0)을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점 (4, 2)가 $f(x-1, y-2)=0$ 의 그래프의 원의 중심이 된다. 반지름의 길이는 변함없으므로 그림과 같다.
- 2) $f(y, x)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프이다. 원의 중심은 (3, 0)을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 (0, 3)이다. 반지름의 길이는 변함없으므로 그림과 같다.
- 3) $f(y-1, x-2)=0$ 의 그래프는 1)의 $f(x-1, y-2)=0$ 의 그래프를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다. $f(x-1, y-2)=0$ 의 원의 중심 (4, 2)를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점 (2, 4)가 $f(y-1, x-2)=0$ 의 원의 중심이 된다.



240 ㉔ 해설 참조

- 1) $f(-x, y)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이다.
- 2) $f(y, x)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- 3) $f(y, -x)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후, 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.



241 ㉔ (1) -y (2) -x (3) -x, -y (4) y, x

- 242 ㉞ 1) P(2, 0) 2) P(1, -2) 3) P(2, 0)
4) P(1, -1) 5) P(-2, 3) 6) P(2, -1)

두 점 A, B가 점 P에 대하여 대칭이면
점 P는 두 점 A, B를 이은 선분의 중점이다.
점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$1) x = \frac{\boxed{8} - 4}{2} = \boxed{2}, y = \frac{\boxed{-4} + 4}{2} = 0$$

$$\therefore P(\boxed{2}, 0)$$

$$2) x = \frac{2+0}{2} = 1, y = \frac{-5+1}{2} = -2$$

$$\therefore P(1, -2)$$

$$3) x = \frac{-3+7}{2} = 2, y = \frac{-5+5}{2} = 0$$

$$\therefore P(2, 0)$$

$$4) x = \frac{2+0}{2} = 1, y = \frac{2-4}{2} = -1$$

$$\therefore P(1, -1)$$

$$5) x = \frac{-6+2}{2} = -2, y = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$\therefore P(-2, 3)$$

$$6) x = \frac{-2+6}{2} = 2, y = \frac{-4+2}{2} = -1$$

$$\therefore P(2, -1)$$

- 243 ㉞ 1) $3x+4y-9=0$ 2) $2x-y+6=0$
3) $4x-y-9=0$

$$1) x \text{ 대신 } \boxed{2} \cdot 6 - x = \boxed{12} - x,$$

$$y \text{ 대신 } 2 \cdot (-4) - y = -8 - y$$

를 직선 l 에 대입하면

$$3(\boxed{12} - x) + 4(-8 - y) + 5 = 0$$

$$36 - 3x - 32 - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - \boxed{9} = 0$$

$$2) x \text{ 대신 } 2 \cdot 1 - x = 2 - x, y \text{ 대신 } 2 \cdot 2 - y = 4 - y$$

를 직선 l 에 대입하면

$$2(2 - x) - (4 - y) - 6 = 0$$

$$4 - 2x - 4 + y - 6 = 0$$

$$\therefore 2x - y + 6 = 0$$

$$3) x \text{ 대신 } 2 \cdot 1 - x = 2 - x, y \text{ 대신 } 2 \cdot \frac{1}{2} - y = 1 - y$$

를 직선 l 에 대입하면

$$4(2 - x) - (1 - y) + 2 = 0$$

$$8 - 4x - 1 + y + 2 = 0$$

$$\therefore 4x - y - 9 = 0$$

- 244 ㉞ 중점, (1) $2a-x, 2b-y$ (2) $2a-x, 2b-y$

- 245 ㉞ 1) $\left(\frac{-4+m}{2}, \frac{3+n}{2}\right)$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) B(-1, 4)

$$1) \left(\frac{-4+m}{2}, \frac{3+n}{2}\right)$$

2) 두 점 A와 B가 직선 l 에 대하여 대칭이므로
두 점 A, B를 지나는 직선은 직선 l 과 수직이다.
직선 l 의 기울기가 -3 이므로 두 점 A, B를 지나는

직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이다.

3) 선분 AB의 중점 $\left(\frac{-4+m}{2}, \frac{3+n}{2}\right)$ 이

직선 l 위의 점이므로

$$3 \cdot \frac{-4+m}{2} + \frac{3+n}{2} + 4 = 0$$

$$\therefore 3m + \boxed{n} - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$\frac{3-n}{-4-m} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore m - 3n + 13 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하면 } m = -1, n = \boxed{4}$$

$$\therefore B(-1, \boxed{4})$$

- 246 ㉞ 1) B(-1, 4) 2) B(2, 2)

1) B(a, b)라고 하면 두 점 A, B의 중점

$\left(\frac{3+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가 직선 $y=2x+1$ 을 지나므로

$$\frac{2+b}{2} = 2 \cdot \frac{3+a}{2} + 1$$

$$\therefore 2a - b + 6 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

두 점 A, B를 지나는 직선이 직선 $y=2x+1$ 에 수직

$$\text{이므로 } \frac{b-2}{a-3} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b - 7 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하면 } a = -1, b = 4$$

$$\therefore B(-1, 4)$$

2) B(a, b)라고 하면 두 점 A, B의 중점

$\left(\frac{1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$ 가 직선 $y=x+1$ 을 지나므로

$$\frac{b+3}{2} = \frac{a+1}{2} + 1$$

$$\therefore a - b = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

두 점 A, B를 지나는 직선이 직선 $y=x+1$ 에 수직이

$$\text{므로 } \frac{b-3}{a-1} = -1$$

$$\therefore a + b - 4 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하면 } a = 2, b = 2$$

$$\therefore B(2, 2)$$

247 ㉠ (i) 중점, $l, \frac{x+x'}{2}$

(ii) 수직, $-1, \frac{y-y'}{x-x'}, -1$

248 ㉠ 1) $A'(0, -2)$ 2) 10

1) 점 $A(0, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은

$A'(0, -2)$ 이다.

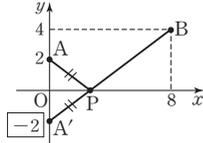
2) $\triangle AOP \equiv \triangle A'OP$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(8-0)^2 + (4+2)^2} = 10$$



249 ㉠ 1) $A'(0, 3)$ 2) $4\sqrt{5}$

1) 점 $A(0, -3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(0, 3)$ 이다.

2) $\triangle AOP \equiv \triangle A'OP$

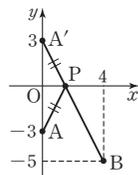
$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\text{즉, } \overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때

$\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고,

$$\text{그때의 최솟값은 } \overline{A'B} = \sqrt{(4-0)^2 + (-5-3)^2} = 4\sqrt{5}$$



250 ㉠ 1) $A'(-1, 1)$ 2) $3\sqrt{5}$

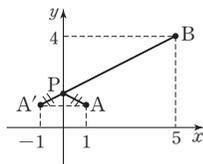
1) 점 $A(1, 1)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(-1, 1)$ 이다.

2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(5+1)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{5}$$



251 ㉠ 1) $A'(2, 2)$ 2) $2\sqrt{13}$

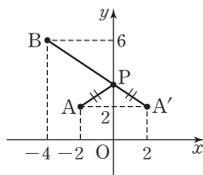
1) 점 $A(-2, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(2, 2)$ 이다.

2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(-4-2)^2 + (6-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



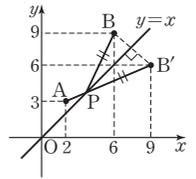
252 ㉠ 1) $\sqrt{58}$ 2) $\sqrt{73}$ 3) $4\sqrt{10}$

1) 점 $B(6, 9)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면

$B'(9, 6)$

$$\therefore \overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{(9-2)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{58}$$

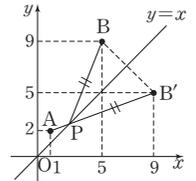


2) 점 $B(5, 9)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(9, 5)$

$$\therefore \overline{AP} + \overline{BP}$$

$$= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{(9-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{73}$$



3) 점 $B(-3, 8)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면

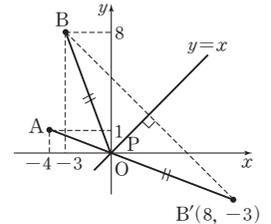
$B'(8, -3)$

$$\therefore \overline{AP} + \overline{BP}$$

$$= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{(8+4)^2 + (-3-1)^2}$$

$$= 4\sqrt{10}$$



253 ㉠ 1) $\sqrt{41}$ 2) $2\sqrt{34}$

1) A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,

B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,

$A'(-3, 3)$,

$B'(2, -1)$

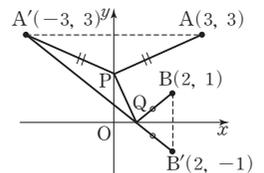
오른쪽 그림에서

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$$

$$= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'}$$

$$= \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + \{-1 - 3\}^2}$$

$$= \sqrt{41}$$



2) A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,

$A'(4, 7)$, $B'(-2, -3)$

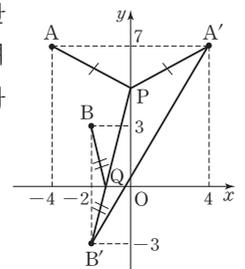
오른쪽 그림에서

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$$

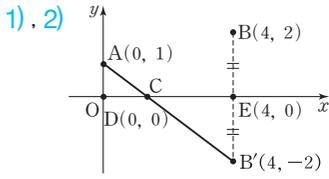
$$= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'}$$

$$= \sqrt{(-2-4)^2 + (-3-7)^2}$$

$$= 2\sqrt{34}$$



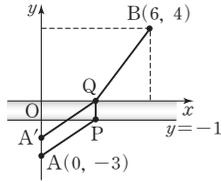
254 [답] 1), 2) 해설 참조 3) 5 4) 5



- 3) $\overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'} = \sqrt{(4-0)^2 + (-2-1)^2} = 5$
 4) $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'} = 5$

255 [답] 1) 0, -2, A'Q 2) A'B, 2, 2 3) $6\sqrt{2}+1$

1) 점 A(0, -3)을 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A'([0], [-2])라고 하면 사각형 AA'QP는 평행사변형이다. 평행사변형의 마주 보는 두 변의 길이는 같으므로 $\overline{AP} = \overline{A'Q}$



- 2) 강폭이 1 km로 일정하므로 $\overline{PQ} = 1$ 이다.
 마을 A에서 마을 B까지의 이동 거리는 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'Q} + \overline{PQ} + \overline{QB}$
 $= \overline{A'Q} + \overline{QB} + 1 \geq \overline{A'B} + 1$
 이고, 이 값은 점 A', Q, B가 일직선 위에 있을 때 최소이다.
 두 점 A'과 B를 지나는 직선의 방정식은 $y = x - 2$
 점 Q는 이 직선의 x절편이므로 Q의 좌표는 Q([2], 0), 점 P의 좌표는 P([2], -1)
 3) 이동 거리의 최솟값은 $6\sqrt{2}+1$ km이다.

256 [답] 대칭이동

단일 총정리 문제 Ⅲ 도형의 방정식

pp. 222 ~ 223

- 01 ② 02 ③ 03 ②, ⑤ 04 ④ 05 ⑤
 06 ③ 07 ③ 08 ④ 09 ② 10 ⑤
 11 6 12 ① 13 ② 14 ④ 15 39
 16 ①

01 [답] ②

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $(-1-3)^2 + 5^2 = (a-3)^2 + (-1+5)^2$
 $41 = a^2 - 6a + 25$
 $a^2 - 6a - 16 = 0$
 $(a+2)(a-8) = 0$
 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 8$

02 [답] ③

세 점 O(0, 0), A(x, y), B(-3, 4)에 대하여
 $\sqrt{x^2 + y^2} = \overline{OA}$, $\sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2} = \overline{AB}$ 이므로
 $\overline{OA} + \overline{AB} \geq \overline{OB} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = 5$
 따라서 구하는 최솟값은 5이다.

03 [답] ②, ⑤

$2\overline{AC} = 3\overline{BC}$, 즉 $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 2$ 를 만족하는 직선 AB 위의 점 C는 다음의 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) 
 점 C는 \overline{AB} 를 3 : 2로 내분하는 점이므로
 $C\left(\frac{3 \times 7 + 2 \times (-3)}{3+2}, \frac{3 \times (-2) + 2 \times 3}{3+2}\right) = (3, 0)$

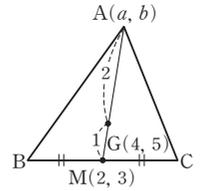
(ii) 
 점 C는 \overline{AB} 를 3 : 2로 외분하는 점이므로
 $C\left(\frac{3 \times 7 - 2 \times (-3)}{3-2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 3}{3-2}\right) = (27, -12)$

04 [답] ④

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G는 \overline{AM} 을 2 : 1로 내분하므로

$$\frac{2 \times 2 + 1 \times a}{2+1} = 4 \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{2 \times 3 + 1 \times b}{2+1} = 5 \dots \textcircled{2}$$



①에서 $4 + a = 12 \quad \therefore a = 8$
 ②에서 $6 + b = 15 \quad \therefore b = 9$
 $\therefore a + b = 17$

05 [답] ⑤

두 대각선 AC, BD의 교점은 \overline{AC} , \overline{BD} 의 중점과 같다.

\overline{AC} 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+x_1}{2}, \frac{4+y_1}{2}\right)$ 이므로

$$\frac{-1+x_1}{2} = \frac{7}{2}, \frac{4+y_1}{2} = 4 \quad \therefore x_1 = 8, y_1 = 4$$

또, \overline{BD} 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{5+x_2}{2}, \frac{0+y_2}{2}\right)$ 이므로

$$\frac{5+x_2}{2} = \frac{7}{2}, \frac{y_2}{2} = 4 \quad \therefore x_2 = 2, y_2 = 8$$

$$\therefore x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = 22$$

06 [답] ③

점 C(a, b)이고 대각선 AC의 중점이 M(4, 2)이므로

$$\frac{1+a}{2} = 4, \frac{1+b}{2} = 2 \quad \therefore a = 7, b = 3$$

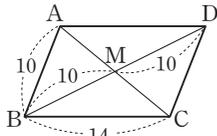
또, 점 D(c, d)이고 마름모의 성질에 의하여 대각선 BD와 AC의 중점이 일치하므로

$$\frac{3+c}{2} = 4, \frac{5+d}{2} = 2 \quad \therefore c = 5, d = -1$$

$$\therefore ac + bd = 35 - 3 = 32$$

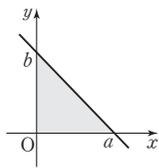
07 [답] ③

그림과 같이 두 대각선의 교점을 M이라고 하면 삼각형 ABD에서 중선정리에 의하여
 $10^2 + 14^2 = 2(\overline{AM}^2 + 10^2)$
 $\Rightarrow 296 = 2\overline{AM}^2 + 200$
 $\Rightarrow \overline{AM}^2 = 48 \quad \therefore \overline{AM} = 4\sqrt{3} (\because \overline{AM} > 0)$
 $\therefore \overline{AC} = 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}$



08 [답] ④

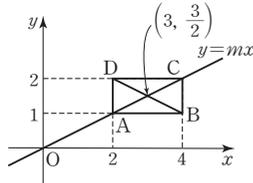
직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 에서 x절편은 a, y절편은 b이고, 이 직선은 제 3 사분면을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.
 $\therefore a > 0, b > 0$



색칠한 부분의 넓이가 9이므로 $\frac{1}{2}ab = 9 \quad \therefore ab = 18$

09 [답] ②

네 점 A(2, 1), B(4, 1), C(4, 2), D(2, 2)를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD는 직사각형이다. $y = mx$ 가 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분한다고 하므로 대각선의 교점을 $(\frac{2+4}{2}, \frac{1+2}{2}) = (3, \frac{3}{2})$ 을 지난다. $\therefore m = \frac{1}{2}$



10 [답] ⑤

두 직선 $2x + (a-2)y + 5 = 0$, $(a-1)x + 3y - 5 = 0$ 이 서로 만나지 않으려면 평행해야 하므로
 $\frac{2}{a-1} = \frac{a-2}{3} \neq \frac{5}{-5} \dots\dots \textcircled{1}$
 $\frac{2}{a-1} = \frac{a-2}{3}$ 에서 $(a-1)(a-2) = 6$
 $a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-4) = 0$
 $\therefore a = -1$ 또는 $a = 4$
 이때, $a = -1$ 인 경우 두 직선은 일치하므로 $\textcircled{1}$ 을 만족하는 값은 $a = 4$ 이다.

11 [답] 6

직선 OA와 직선 $2x - 3y + 12 = 0$ 의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 로 같으므로 두 직선은 평행하다.
 $\triangle OAP$ 에서 \overline{OA} 를 밑변으로 하면 원점에서 직선 $2x - 3y + 12 = 0$ 까지의 거리가 높이가 된다.
 이때, $\overline{OA} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ 이고,
 원점에서 직선 $2x - 3y + 12 = 0$ 까지의 거리는
 $\frac{|2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 12|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$
 $\therefore \triangle OAP = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \frac{12}{\sqrt{13}} = 6$

12 [답] ①

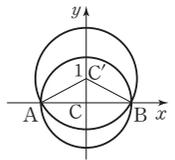
원의 중심이 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로 원의 중심의 좌표를 $(a, a+1)$ 이라고 하면 원이 x축에 접하므로 원의 방정식은 $(x-a)^2 + (y-a-1)^2 = (a+1)^2$
 이 원이 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로
 $(-1-a)^2 + (-2-a)^2 = (a+1)^2$
 $(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$
 구하는 원의 방정식은 $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$
 따라서 이 원의 넓이는 $\pi \cdot 1^2 = \pi$ 이다.

13 [답] ②

원의 넓이가 49π 이므로 반지름의 길이는 7이다.
 또, 이 원이 점 $(0, -5)$ 에서 y축에 접하고, 원의 중심이 제 4 사분면 위에 있으므로 원의 중심의 좌표는 $(7, -5)$ 이다.
 구하는 원의 방정식은 $(x-7)^2 + (y+5)^2 = 49$
 $\therefore a = 7, b = 5, c = 49 \Rightarrow a + b + c = 61$

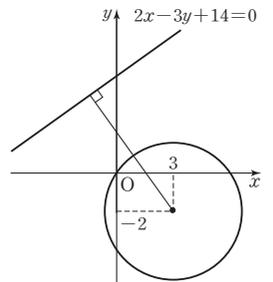
14 [답] ④

두 원의 공통현의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 3 - (x^2 + y^2 - 2y - 3) = 0$
 $2y = 0 \quad \therefore y = 0$
 그림에서 공통현 AB의 길이는 원 C의 지름의 길이와 같으므로
 $\triangle C'AB = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{OC'} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 = \sqrt{3}$



15 [답] 39

$x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ 에서 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 13$
 원의 중심 $(3, -2)$ 와 직선 $2x - 3y + 14 = 0$ 사이의 거리는
 $\frac{|6 + 6 + 14|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}$
 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ 이므로
 (최대값) $= 2\sqrt{13} + \sqrt{13} = 3\sqrt{13}$
 (최소값) $= 2\sqrt{13} - \sqrt{13} = \sqrt{13}$
 $\therefore (\text{최대값}) \times (\text{최소값}) = 3\sqrt{13} \times \sqrt{13} = 39$



16 [답] ①

원 $x^2 + y^2 = 45$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 방정식은
 $ax + by = 45 \quad \therefore y = -\frac{a}{b}x + \frac{45}{b}$
 $-\frac{a}{b} = 2$ 이므로 $a = -2b \dots\dots \textcircled{1}$
 즉, 점 $(-2b, b)$ 는 원 $x^2 + y^2 = 45$ 위의 점이므로
 $(-2b)^2 + b^2 = 45 \quad 5b^2 = 45 \Rightarrow b^2 = 9$
 $\therefore b = -3$ 또는 $b = 3$
 따라서 $a = 6, b = -3$ 또는 $a = -6, b = 3$ 이므로 $ab = -18$