

수학 기본 실력 100% 총전



개념총전 » 수능 기초 연산서

고등 수학(하)

[정답 및 해설]

# I

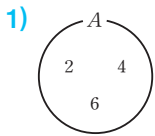
## 집합과 명제

### I -1 집합

pp.10-37

- 01 **답** 1) × 2) ○ 3) ○ 4) ○ 5) ×  
6) ○ 7) × 8) × 9) ○ 10) ×

- 02 **답** 1) 해설 참조 2)  $A = \{2, 4, 6\}$   
3)  $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 } 2 \text{의 양의 배수}\}$



- 03 **답** 집합, 원소, 원소나열법, 조건제시법, 공집합

- 04 **답** 1) 무한집합 2) 유한집합 3) 유한집합 4) 무한집합  
5) 무한집합 6) 유한집합 7) 유한집합 8) 유한집합  
9) 무한집합 10) 유한집합

- 1)  $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$  : 무한집합  
2)  $\{1, 2, 4, 8\}$  : 유한집합  
3)  $\{6, 7, 8, 9\}$  : 유한집합  
4)  $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$  : 무한집합  
5)  $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$  : 무한집합  
6) 2보다 작은 소수는 없으므로  $\emptyset$  : 유한집합  
8) 2 외에 소수 중 짝수는 없으므로  $\emptyset$  : 유한집합  
9)  $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$  : 무한집합  
10)  $\{5, 10, 15, 20, \dots, 95\}$  : 유한집합

- 05 **답** 1) 2 2) 2 3) -6

- 1)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에서  $n(A) = 5$   
 $B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{보다 작은 } 7 \text{의 양의 배수}\}$   
 $= \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$   
이므로  $n(B) = 7$   
 $\therefore n(B) - n(A) = 7 - 5 = 2$   
2)  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ 에서  $n(A) = 4$   
 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{이하의 } 3 \text{의 양의 배수}\}$   
 $= \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$   
이므로  $n(B) = 6$   
 $\therefore n(B) - n(A) = 6 - 4 = 2$

- 3)  $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 } 4 \text{의 양의 배수}\}$   
 $= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$

이므로  $n(A) = 7$

$B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 작은 } 5 \text{의 양의 약수}\} = \{1\}$

이므로  $n(B) = 1$

$\therefore n(B) - n(A) = 1 - 7 = -6$

- 06 **답** 유한집합, 무한집합

- 07 **답** 1)  $\subset$  2)  $\in$  3)  $\subset$  4)  $\in$  5)  $\subset$

- 08 **답** 1)  $\notin$  2)  $\subset$  3)  $\not\subset$  4)  $\notin$  5)  $\in$   
6)  $\subset$

- 09 **답** 1) × 2) × 3) × 4) ○ 5) ×  
6) ×

1)  $1 \in A$  또는  $\{1\} \subset A$

- 10 **답** 1) × 2) × 3) ○ 4) ○ 5) ○

3), 4)  $\{1, 2\}$ 가 집합  $A$ 의 원소이므로  $\{1, 2\} \in A$

또,  $\{1, 2\}$ 가 집합  $A$ 의 두 원소 1, 2를 모은 집합도 되므로  $\{1, 2\} \subset A$

- 11 **답** 1) ○ 2) × 3) ○ 4) ○ 5) ○  
6) ×

4), 5)  $\emptyset$ 가 집합  $A$ 의 원소가 되므로  $\emptyset \in A$ ,

또  $\emptyset$ 를 공집합으로 본다면  $\emptyset \subset A$

6)  $\{2, 3\} \in A$

- 12 **답** ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

ㄱ.  $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로  $\emptyset \subset A$

ㄴ, ㄷ, ㄹ. 집합  $A$ 는  $\emptyset, \{\emptyset\}$ 을 원소로 가지므로

$\emptyset \in A, \{\emptyset\} \in A, \{\{\emptyset\}\} \subset A$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

- 13 **답** 1)  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

2)  $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

2)  $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 8 \text{ 이하의 홀수}\} = \{3, 5, 7\}$

이므로 부분집합은

$\emptyset,$

$\{3\}, \{5\}, \{7\},$

$\{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\},$

$\{3, 5, 7\}$

14 [답] {0}, {0, 1}, {0, 2}, {0, 1, 2}

원소 0을 제외한 {1, 2}의 부분집합인  
 $\emptyset$ , {1}, {2}, {1, 2}의 각각에 원소 0을 넣으면  
 {0}, {0, 1}, {0, 2}, {0, 1, 2}

15 [답]  $\emptyset$ , {1}, {2}, {1, 2}

3, 4를 제외한 {1, 2}의 부분집합을 구하자.

16 [답] {a}, {a, e}, {a, o}, {a, e, o}

원소 a, i, u를 제외한 {e, o}의 부분집합인  $\emptyset$ , {e}, {o},  
 {e, o}에 a를 각각 넣으면 {a}, {a, e}, {a, o}, {a, e, o}

17 [답] 1)  $A \subset B$  2)  $A \not\subset B$  3)  $A \subset B$

2)  $A = \{10, 25\}$ ,  $B = \{5, 10, 15\}$ 이므로  $A \not\subset B$

3)  $A = \{1, 2, 8, 16\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로  
 $A \subset B$

18 [답]  $A \subset B$

$x(x-1)(x-2) = 0 \quad \therefore x = 0$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$   
 따라서  $B = \{0, 1, 2\}$ 이므로  $A \subset B$

19 [답] 1)  $a = 2, b = 1$  2)  $a = 1, b = 3$  3)  $a = -4, b = -2$

4)  $a = -8, b = -6$  5)  $a = 5, b = -6$

3)  $-a = 4, 2 = -b$ 이므로  $a = -4, b = -2$

4)  $-3 = a + 5, -b = 6$ 이므로  $a = -8, b = -6$

5)  $-a + 1 = -4, -3 = b + 3$ 이므로  $a = 5, b = -6$

20 [답] 1)  $\emptyset$ , {6}, {7}

2)  $\emptyset$ , {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}

3)  $\emptyset$

4)  $\emptyset$ , {1}, {2}, {4}, {1, 2}, {1, 4}, {2, 4}

5)  $\emptyset$ , {2}, {3}, {5}, {2, 3}, {2, 5}, {3, 5}

6)  $\emptyset$ , {1}, {2}, {3}, {6}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 6},

{2, 3}, {2, 6}, {3, 6}, {1, 2, 3}, {1, 2, 6},

{1, 3, 6}, {2, 3, 6}

3)  $X = \{2\}$ 이므로  $\emptyset$

4)  $X = \{1, 2, 4\}$ 이므로

$\emptyset$ , {1}, {2}, {4}, {1, 2}, {1, 4}, {2, 4}

5)  $X = \{2, 3, 5\}$ 이므로

$\emptyset$ , {2}, {3}, {5}, {2, 3}, {2, 5}, {3, 5}

6)  $X = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로

$\emptyset$ , {1}, {2}, {3}, {6}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 6},

{2, 3}, {2, 6}, {3, 6}, {1, 2, 3}, {1, 2, 6},

{1, 3, 6}, {2, 3, 6}

21 [답] 1)  $Y \subset X$  2)  $X \subset Y$  3)  $Y \subset X$  4)  $X \subset Y$

5)  $X \subset Y$  6)  $X \subset Y$

1)  $X = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$ ,  $Y = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로  
 $Y \subset X$

2)  $X = \{1, 2, 5, 10\}$ ,  $Y = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로  
 $X \subset Y$

3)  $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$X = \{-1, 1\}$ ,  $Y = \{-1\}$ 이므로  $Y \subset X$

4) 1보다 작은 자연수는 없다.

$X = \emptyset$ ,  $Y = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$ 이므로  $X \subset Y$



$\therefore X \subset Y$

6) 6의 양의 약수는 1, 2, 3, 6이다.

$X = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 6, 7\}$ 이므로  
 $X \subset Y$

22 [답] 1)  $B \subset A = C$  2)  $B \subset A \subset C$  3)  $B \subset A \subset C$

4)  $C \subset A \subset B$

1) 집합 A, B, C를 원소나열법으로 각각 나타내면

$A = \{-1, 0, 1\}$ ,

$B = \{x \mid -1 < x < 1, x \text{는 정수}\} = \{0\}$ ,

$C = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{는 정수}\} = \{-1, 0, 1\}$

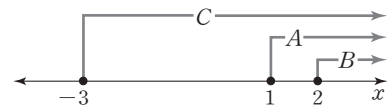
$\therefore B \subset A = C$

2)  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ ,

$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로

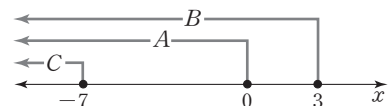
$B \subset A \subset C$

3) 집합 A, B, C를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore B \subset A \subset C$

4) 집합 A, B, C를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore C \subset A \subset B$

23 [답] 부분집합,  $A \subset B$ , 서로 같다,  $A = B$ , 진부분집합

24 **답** 1) 16 2) 4 3) 32 4) 8 5) 16 6) 8

- 1) 집합  $A$ 의 원소의 개수는 4이므로 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ (개)이다.  
 4) 집합  $A$ 의 원소는  $\emptyset, a, b$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$ (개)이다.  
 5) 집합  $A$ 의 원소는  $\{1\}, 2, 3, 4$ 의 4개이므로 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ (개)이다.  
 6) 집합  $A$ 의 원소는  $\{1, 2\}, 3, 4$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$ (개)이다.

25 **답** 1) 15 2) 3 3) 31 4) 7 5) 15

- 1) 집합  $A$ 의 원소의 개수는 4이므로 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수는  $2^4 - 1 = 15$ (개)  
 2)  $2^2 - 1 = 3$ (개) 3)  $2^5 - 1 = 31$ (개)  
 4)  $2^3 - 1 = 7$ (개) 5)  $2^4 - 1 = 15$ (개)

26 **답** (1)  $2^n$  (2)  $2^n - 1$

27 **답** 1) 8 2) 2 3) 8 4) 4 5) 4  
 6) 8 7) 8

- 1) 2를 반드시 원소로 갖는 집합  $A$ 의 부분집합은  $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 로  $2^{4-1} = 2^3 = 8$ (개)  
 2)  $2^{2-1} = 2$ (개) 3)  $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)  
 4)  $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개) 5)  $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)  
 6)  $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개) 7)  $2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

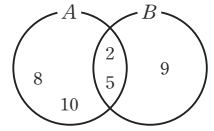
28 **답** 1) 4 2) 8 3) 16 4) 32 5) 8

- 1) 집합  $A$ 의 원소의 개수는 4이므로 2, 4를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는  $2^{4-2} = 4$ (개)이다.  
 2) 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는  $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)  
 3) 원소 7개 중 3개를 제외한 부분집합의 개수는  $2^{7-3} = 2^4 = 16$ (개)  
 4) 원소 10개 중 5개를 제외한 부분집합의 개수는  $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)  
 5) 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는  $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

29 **답** (1)  $2^{n-r}$  (2)  $2^{n-k}$

30 **답** 1)  $\{2, 5\}$  2)  $\{2, 5, 8, 9, 10\}$

주어진 집합  $A, B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽과 같다.



- 1)  $A \cap B = \{2, 5\}$   
 2)  $A \cup B = \{2, 5, 8, 9, 10\}$

31 **답**  $\{2, 6\}$

$A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$

이고 주어진 그림의 색칠한 부분은  $A \cap B$ 를 나타낸다.

두 집합  $A, B$ 에 공통으로 속하는 원소는 2, 6이므로 이것을 원소나열법으로 나타내면  $\{2, 6\}$ 이다.

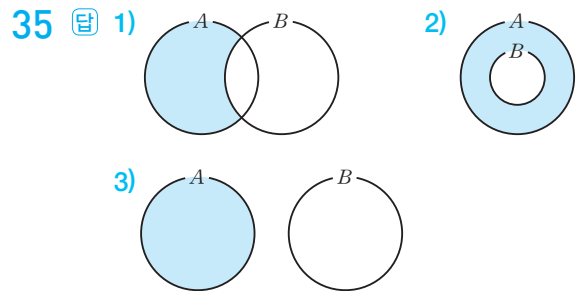
32 **답** 1)  $\emptyset$  2)  $A$  3)  $A$  4)  $A$

33 **답** 1)  $\cap$  2)  $\cup$

34 **답**  $\{e, f\}$

$A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, c, e, f\}$ 이고 주어진 그림에서 색칠한 부분은  $B$ 에만 속하는 원소들을 나타내므로

$B - A = \{e, f\}$



36 **답**  $\neg, \square$

$\neg, A - \emptyset = A$  (거짓)  $\square, A - A = \emptyset$  (참)

$\diamond, (\text{우변}) = A - (A \cup B) = \emptyset$  (거짓)

$\circ, (\text{우변}) = (A \cup B) - A$ 는  $B$ 에만 속하는 원소들의 집합을 나타낸다.

(좌변)  $= A - B$ 는  $A$ 에만 속하는 원소들의 집합을 나타낸다. (거짓)

$\square, (\text{좌변}) = (A \cup B) - B$ 는  $A$ 에만 속하는 원소들의 집합을 나타낸다.

(우변)  $= A - (A \cap B)$  역시  $A$ 에만 속하는 원소들의 집합을 나타낸다. (참)

따라서 옳은 것은  $\neg, \square$ 이다.

37 **답**  $\{2, 5, 7\}$

주어진 그림에서 색칠한 부분은  $B^C$ 을 나타낸다. 즉, 10보다 작은 자연수에서 집합  $B$ 의 원소를 빼면  $B^C = \{2, 5, 7\}$

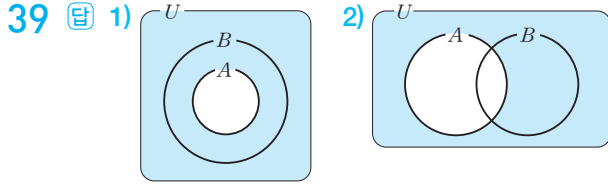


38 [답] 1) {6, 10} 2) {2, 8, 10}

전체집합  $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  이므로

1)  $A^c = U - A = \{6, 10\}$

2)  $B^c = U - B = \{2, 8, 10\}$

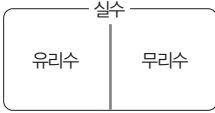


40 [답] (1) 교집합,  $A \cap B$  (2) 합집합,  $A \cup B$   
(3) 차집합,  $A - B$  (4) 여집합,  $A^c$

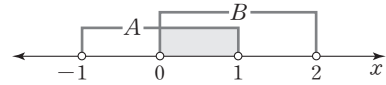
41 [답] 1) × 2) × 3) ○ 4) ○ 5) ○  
6) ○ 7) × 8) ○ 9) × 10) ×

- 1)  $A \cap B = \{4\}$ 로  $\emptyset$ 이 아니므로  
두 집합  $A$ 와  $B$ 는 (서로소이다, 서로소가 아니다.)
- 2)  $A \cap B = \{b\} \neq \emptyset$  3)  $A \cap B = \emptyset$   
4)  $A \cap B = \emptyset$  5)  $A \cap B = \emptyset$   
6)  $A \cap B = \emptyset$  7)  $A \cap B = \{5\} \neq \emptyset$   
8)  $A \cap B = \emptyset$  9)  $A \cap B = \{6, 12, \dots\} \neq \emptyset$   
10)  $A \cap B = \{3, 5, 7, \dots\} \neq \emptyset$

- 42 [답] 1) 서로소가 아니다. 2) 서로소이다.  
3) 서로소이다. 4) 서로소가 아니다.  
5) 서로소이다. 6) 서로소이다.  
7) 서로소가 아니다.
- 1)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$ 이므로  
 $A \cap B = \{3\} \neq \emptyset$   
따라서 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소가 아니다.
- 2)  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ 이므로  $A \cap B = \emptyset$   
따라서 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소이다.
- 3)  $A = \{-1, 0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ 이므로  $A \cap B = \emptyset$   
따라서 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소이다.
- 4)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$ ,  
 $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$ 이므로  
 $A \cap B = \{6, 12, 18, \dots\} \neq \emptyset$   
따라서 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소가 아니다.
- 5)  $A = \{2, 4, 6, \dots\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, \dots\}$ 이므로  $A \cap B = \emptyset$   
따라서 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소이다.

6)  즉,  $A \cap B = \emptyset$ 이므로 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소이다.

7) 두 집합  $A, B$ 를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서  $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\} \neq \emptyset$ 이므로 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소가 아니다.

43 [답] 1) 2 2) 3 3) 4 4) 1 5) 3

44 [답] 서로소

45 [답] 1) 같다 2) 같다 3) 같다 4) 같다  
5) 같다 6) 같다

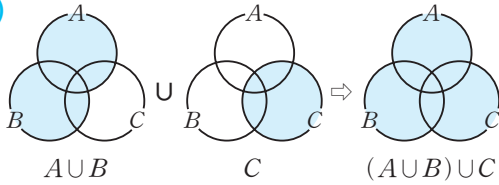
- 1)  $A \cap B = \{1\}$ ,  $B \cap A = \{1\}$ 이므로  
 $A \cap B$ 와  $B \cap A$ 는 (같다, 같지 않다.)
- 2)  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $B \cap A = \{a, b\}$ 이므로  
 $A \cap B = B \cap A$
- 3)  $A \cap B = \{4, 6\}$ ,  $B \cap A = \{4, 6\}$ 이므로  
 $A \cap B = B \cap A$
- 4)  $A \cap B = \{3, 4\}$ ,  $B \cap A = \{3, 4\}$ 이므로  
 $A \cap B = B \cap A$
- 5)  $A \cap B = \{3, 5, 7, 9\}$ ,  $B \cap A = \{3, 5, 7, 9\}$ 이므로  
 $A \cap B = B \cap A$
- 6)  $A = \{1, 3, 9, 27\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ 이므로  
 $A \cap B = B \cap A = \{3\} \therefore A \cap B = B \cap A$

46 [답] 1) 같다 2) 같다 3) 같다 4) 같다 5) 같다

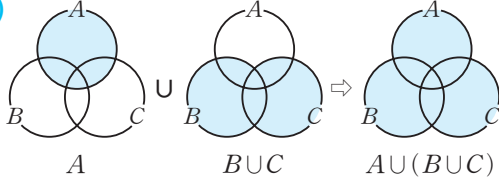
- 1)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ 와  $B \cup A = \{1, 2, 3, 5\}$   
이므로  $A \cup B$ 와  $B \cup A$ 는 (같다, 같지 않다.)
- 2)  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ,  $B \cup A = \{1, 2, 3\}$ 이므로  
 $A \cup B = B \cup A$
- 3)  $A \cup B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $B \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로  
 $A \cup B = B \cup A$
- 4)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ ,  
 $B \cup A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ 이므로  $A \cup B = B \cup A$
- 5)  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 9, 27\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$ ,  
 $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$ 이므로  
 $A \cup B = B \cup A$

47 [답] (1)  $B \cap A$  (2)  $B \cup A$

48 ㉞ 1)

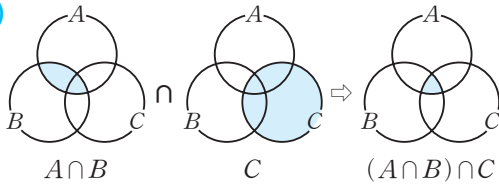


2)

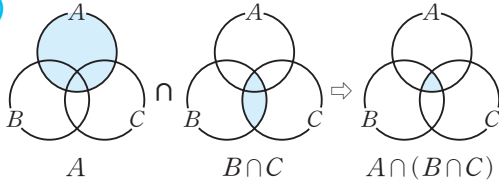


3) =

49 ㉞ 1)

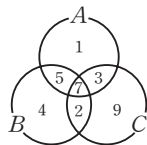


2)



3) =

50 ㉞ 1) = 2) =



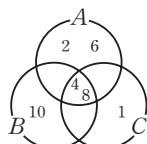
1)  $A \cap (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 7\} = \{7\}$

$(A \cap B) \cap C = \{5, 7\} \cap \{2, 3, 7, 9\} = \{7\}$

2)  $A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 3, 4, 5, 7, 9\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cup \{2, 3, 7, 9\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

51 ㉞ 1) = 2) =



1)  $A \cap (B \cap C) = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 8\}$

$= \{4, 8\}$

$(A \cap B) \cap C = \{4, 8\} \cap \{1, 4, 8\}$

$= \{4, 8\}$

2)  $A \cup (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8\} \cup \{1, 4, 8, 10\}$   
 $= \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$   
 $(A \cup B) \cup C = \{2, 4, 6, 8, 10\} \cup \{1, 4, 8\}$   
 $= \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$

52 ㉞ 1)  $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

2)  $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

3)  $\{5, 7, 9, 13\}, \{5, 7, 9, 13\}$

4)  $\{1, 7, 9, 10\}, \{1, 7, 9, 10\}$

5)  $\{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}$

1)  $A \cup (B \cup C) = \{1\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

그런데  $A \cup (B \cup C) \not\equiv (A \cup B) \cup C$  이므로

$(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3\}$

2)  $A \cup (B \cup C) = \{1, 3\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$   
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3\}$

3)  $A \cup (B \cup C) = \{5, 7\} \cup \{5, 9, 13\} = \{5, 7, 9, 13\}$   
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = \{5, 7, 9, 13\}$

4)  $A \cup (B \cup C) = \{1, 7\} \cup \{1, 9, 10\} = \{1, 7, 9, 10\}$   
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = \{1, 7, 9, 10\}$

5)  $A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$   
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 5\}$

53 ㉞ 1)  $\{1\}, \{1\}$  2)  $\{5\}, \{5\}$

3)  $\{1, 5\}, \{1, 5\}$  4)  $\{7\}, \{7\}$

5)  $\{4, 5\}, \{4, 5\}$

1)  $(A \cap B) \cap C = \{1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$

그런데  $A \cap (B \cap C) \not\equiv (A \cap B) \cap C$  이므로

$A \cap (B \cap C) = \{1\}$

2)  $(A \cap B) \cap C = \{5\} \cap \{2, 3, 5\}$   
 $= \{5\}$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$   
 $= \{5\}$

3)  $(A \cap B) \cap C = \{1, 5\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$   
 $= \{1, 5\}$

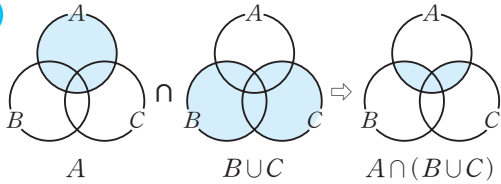
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = \{1, 5\}$

4)  $(A \cap B) \cap C = \{5, 7\} \cap \{4, 6, 7, 9, 11\} = \{7\}$   
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = \{7\}$

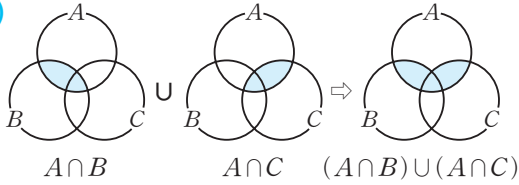
5)  $(A \cap B) \cap C = \{2, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{4, 5\}$   
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = \{4, 5\}$

54 ㉞ (1)  $A \cup (B \cup C)$  (2)  $A \cap (B \cap C)$

55 ㉞ 1)

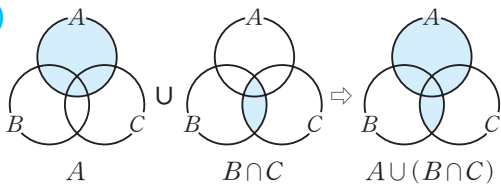


2)

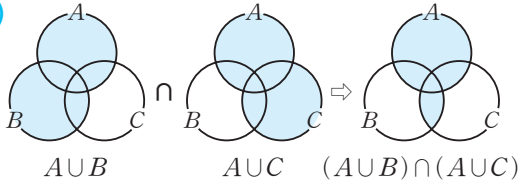


3) =

56 ㉞ 1)

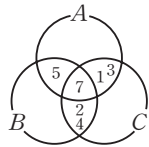


2)



3) =

57 ㉞ 1) =    2) =



1)  $A \cap (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

=  $\{1, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{5, 7\} \cup \{1, 3, 7\}$

=  $\{1, 3, 5, 7\}$

2)  $A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 7\}$

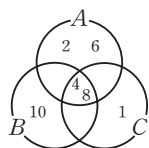
=  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

=  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

=  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

58 ㉞ 1) =    2) =



1)  $A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{1, 4, 8, 10\} = \{4, 8\}$

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{4, 8\} \cup \{4, 8\} = \{4, 8\}$

2)  $A \cup (B \cap C) = \{2, 4, 6, 8\} \cup \{4, 8\}$   
 =  $\{2, 4, 6, 8\}$

$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

=  $\{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 4, 6, 8\}$

=  $\{2, 4, 6, 8\}$

59 ㉞ 1)  $\cap$     2)  $\cap$     3)  $B \cup A, B \cup C$

4)  $B \cap A, B \cap C$     5)  $\cap$     6)  $C \cup A, C \cup B$

60 ㉞ 1)  $\{2, 3\}$     2)  $\{2, 3\}$     3)  $\{1, 2, 3, 4\}$

4)  $\{1, 2, 3, 4\}$

1)  $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 3\}$

2)  $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C) = \{2, 3\}$

3)  $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$

4)  $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\}$

61 ㉞ 1)  $\{1, 2, 6\}$                       2)  $\{1, 2, 6\}$

3)  $\{1, 2, 4, 5, 6\}$                       4)  $\{1, 2, 4, 5, 6\}$

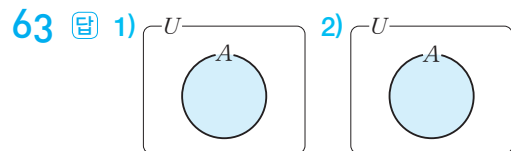
1)  $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 4, 6\} \cap \{1, 2, 5, 6\} = \{1, 2, 6\}$

2)  $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 6\}$

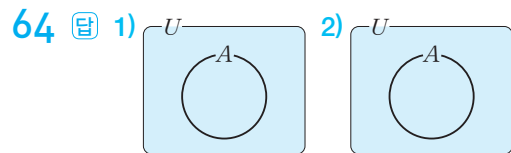
3)  $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 4, 6\} \cup \{2, 5\} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

4)  $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

62 ㉞ (1)  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$     (2)  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$



3) =



3) =

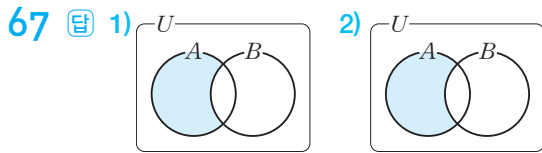
65 ㉞ 1)  $A$     2)  $A$     3)  $A$     4)  $\emptyset$     5)  $U$

6)  $A$     7)  $U$     8)  $\emptyset$     9)  $B$     10)  $U$

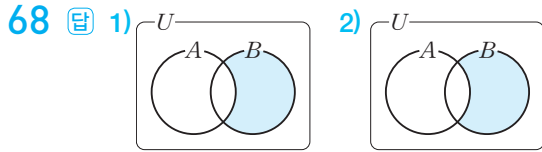
11)  $\emptyset$

66 ㉞ (1)  $A, A$     (2)  $A, \emptyset$     (3)  $U, A$

(4)  $U, \emptyset$     (5)  $A$     (6)  $U, \emptyset$



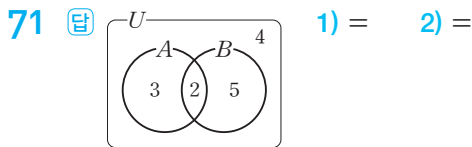
3) =



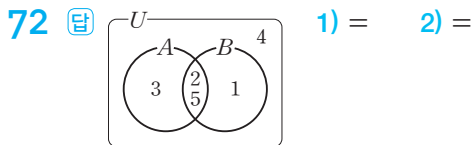
3) =

- 69 ④ 1)  $A^c$  2)  $B^c$  3)  $B^c, B$   
4)  $A^c, A^c$

70 ④  $A \cap B^c$



- 1)  $A \cup B = \{2, 3, 5\}$  이므로  $(A \cup B)^c = \{4\}$   
 $A^c \cap B^c = \{4, 5\} \cap \{3, 4\} = \{4\}$   
2)  $A \cap B = \{2\}$  이므로  $(A \cap B)^c = \{3, 4, 5\}$   
 $A^c \cup B^c = \{4, 5\} \cup \{3, 4\} = \{3, 4, 5\}$



- 1)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$  이므로  $(A \cup B)^c = \{4\}$   
 $A^c \cap B^c = \{1, 4\} \cap \{3, 4\} = \{4\}$   
2)  $A \cap B = \{2, 5\}$  이므로  $(A \cap B)^c = \{1, 3, 4\}$   
 $A^c \cup B^c = \{1, 4\} \cup \{3, 4\} = \{1, 3, 4\}$

- 73 ④ 1)  $\supseteq, \subset$  2)  $\supseteq, \subset$  3)  $\supseteq, \subset$  4)  $\subset, \supseteq$   
5)  $\subset, \supset, \subset$  6)  $\supseteq, \subset$  7)  $\supseteq$

- 74 ④ 1)  $U, A$  2)  $\emptyset, \emptyset$  3)  $\cap, \cap, A^c \cup B$   
4)  $A \cap A^c, U, U$   
5)  $A \cap A^c, B \cap A^c, B \cap A^c, B \cap A^c$   
6)  $B^c, A \cap B, A \cap B, A \cap B$   
7)  $A, A^c, \emptyset, B \cap A$

75 ④ (1)  $A^c \cap B^c$  (2)  $A^c \cup B^c$

- 76 ④ 1) 1 2) 2 3) 1 4) 5  
5) 5 6) 13

- 1)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  이므로  
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$   
 $= 5 + 4 - 8 = 1$   
2)  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$   
 $= 6 + 3 - 7 = 2$   
3)  $n(A \cap B) = 2 + 4 - 5 = 1$   
4)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 3 + 4 - 2 = 5$   
5)  $n(A \cup B) = 5 + 5 - 5 = 5$   
6)  $n(A \cup B) = 6 + 7 - 0 = 13$

- 77 ④ 1) 20 2) 32

- 1)  $n(A^c) = n(U) - n(A) = 50 - 30 = 20$   
2)  $n(B^c) = n(U) - n(B) = 50 - 18 = 32$

- 78 ④ 1) 23 2) 34 3) 45

- 1)  $n(A^c) = n(U) - n(A) = 55 - 32 = 23$   
2)  $n(B^c) = n(U) - n(B) = 55 - 21 = 34$   
3)  $n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$   
 $= 55 - 10 = 45$

- 79 ④ (1)  $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
(2)  $n(U) - n(A)$

- 80 ④ 1) 22 2) 22 3) 10 4) 10

- 1)  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$   
 $= 30 - 8 = 22$   
2)  $n(A \cap B^c) = n(A - B) = 22$   
3)  $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 18 - 8 = 10$   
4)  $n(B \cap A^c) = n(B - A) = 10$

- 81 ④ 1) 22 2) 22 3) 11 4) 11

- 1)  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$   
 $= 32 - 10 = 22$   
2)  $n(A \cap B^c) = n(A - B) = 22$   
3)  $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 21 - 10 = 11$   
4)  $n(B \cap A^c) = n(B - A) = 11$

- 82 [답] 1) 12    2) 12    3) 1    4) 1
- 1)  $n(A-B) = n(A \cup B) - n(B) = 15 - 3 = 12$   
 2)  $n(A \cap B^c) = n(A - B) = 12$   
 3)  $n(B-A) = n(A \cup B) - n(A) = 15 - 14 = 1$   
 4)  $n(B \cap A^c) = n(B - A) = 1$

- 83 [답] 1) 4    2) 4    3) 12    4) 12
- 1)  $n(A-B) = n(A \cup B) - n(B) = 40 - 36 = 4$   
 2)  $n(A \cap B^c) = n(A - B) = 4$   
 3)  $n(B-A) = n(A \cup B) - n(A) = 40 - 28 = 12$   
 4)  $n(B \cap A^c) = n(B - A) = 12$

84 [답]  $n(A \cap B), n(A \cup B)$

- 85 [답] 24
- $$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$
- $$= 20 + 6 + 12 - 3 - 2 - 11 + 2 = 24$$

- 86 [답] 22
- $$n(A \cup B \cup C) = 17 + 6 + 15 - 4 - 3 - 10 + 1 = 22$$

- 87 [답] 27
- $$n(A \cup B \cup C) = 18 + 5 + 10 - 2 - 2 - 4 + 2 = 27$$

- 88 [답] 37
- $$n(A \cup B \cup C) = 25 + 8 + 14 - 4 - 3 - 5 + 2 = 37$$

- 89 [답] 0
- $$n(A \cap B \cap C) = n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$$
- $$= 30 - 22 - 10 - 18 + 5 + 4 + 11 = 0$$

- 90 [답] 5
- $$n(A \cap B \cap C) = 23 - 18 - 12 - 13 + 8 + 7 + 10 = 5$$

- 91 [답] 4
- $$n(A \cap B \cap C) = 20 - 10 - 16 - 9 + 7 + 5 + 7 = 4$$

- 92 [답] 1
- $$n(A \cap B \cap C) = 29 - 21 - 12 - 13 + 7 + 6 + 5 = 1$$

- 93 [답]  $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

## I - 2 명제

pp.38-63

- 94 [답] 1) ×    2) ○    3) ○    4) ○    5) ×  
 6) ○    7) ○    8) ×    9) ○    10) ○  
 11) ○    12) ×

참인 명제: 2), 3), 10)    거짓인 명제: 4), 6), 7), 9), 11)

- 95 [답] 1) 판별할 수 없다.    2) 참, 거짓  
 3) 조건

- 96 [답] 1) 판별할 수 없다.    2) 거짓, 거짓, 거짓  
 3) 조건

- 97 [답] 1) 명제    2) 조건    3) 조건    4) 명제    5) 명제  
 6) 조건    7) 조건    8) 조건

- 98 [답] 명제, 조건

- 99 [답] 1) 2는 소수가 아니다.  
 2) 1은 3의 배수가 아니다.  
 3)  $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.  
 4)  $2+3 \neq 5$   
 5) 1은 집합 {3, 4}의 원소가 아니다.  
 6)  $0 \in \emptyset$   
 7) 토마토는 과일이 아니다.  
 8) 6은 무리수가 아니다.  
 9) 직사각형은 평행사변형이 아니다.  
 10)  $\sqrt{5}$ 는 실수가 아니다.

- 100 [답] 1)  $x$ 는 8의 배수가 아니다.  
 2)  $x$ 는 10의 약수가 아니다.  
 3)  $x$ 는 5 이하의 소수가 아니다.  
 4)  $x \neq 0$   
 5)  $x \geq 1$

- 6)  $x < -3$   
 7)  $x \leq 1$  또는  $x \geq 2$   
 8)  $x < 0$  또는  $x \geq 3$   
 9)  $x \neq 2$ 이고  $x \neq 3$   
 10)  $1 \leq x < 3$   
 11)  $x = 1$  또는  $x = 3$

- 101 [답] 1) 거짓 2) 거짓 3) 참 4) 거짓  
 5) 참 6) 참 7) 거짓 8) 참  
 9) 거짓 10) 참

- 102 [답] 1) 거짓 2) 4는 홀수가 아니다. 3) 참

- 103 [답] 1) 거짓 2) 1은 4의 배수가 아니다. 3) 참  
 1)  $1 = 4 \times N$  ( $N$ 은 자연수) 꼴로 나타낼 수 없으므로 1은 4의 양의 배수가 아니다. 따라서 주어진 명제는 거짓이다.  
 2) 1은 4의 배수가 아니다.

- 104 [답] 1) 참 2)  $\sqrt{3}$ 은 유리수이다. 3) 거짓  
 1)  $\sqrt{3}$ 은  $\frac{b}{a}$  (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수) 꼴로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다. 따라서 주어진 명제는 참이다.

- 105 [답] 1) 거짓 2) 3은 25의 약수가 아니다. 3) 참  
 1)  $25 = 3 \times N$  ( $N$ 은 자연수) 꼴로 나타낼 수 없으므로 3은 25의 약수가 아니다. 따라서 주어진 명제는 거짓이다.

- 106 [답] (1)  $p$  (2)  $\sim p$  그리고  $\sim q$  (3)  $\sim p$  또는  $\sim q$

- 107 [답] 1) 거짓, 참 2) {3} 3) 진리집합

- 108 [답] 1) 참, 참, 거짓, 거짓 2) {2, 4, 6} 3) 진리집합

- 109 [답] 1) 거짓, 거짓, 참, 참 2) {1, 2}

- 110 [답] 1) 거짓, 거짓, 거짓, 참 2) {2}

- 111 [답] 1) {3, 4, 5, 6, 7, 8} 2) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} 3) {6, 7, 8} 4) {2, 3, 4, 5} 5)  $\emptyset$  6) {2} 7) {1, 2, 4, 5, 8}

- 112 [답] 1) {4} 2) {2} 3) {1} 4) {2, 3} 5) {1, 2, 3, 4, 5} 6) {2, 3, 5, 7}

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로

- 3)  $x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 0$   
 $\therefore x = 1$  ( $\because -3 \notin U$ )  
 4)  $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$   
 $\therefore x = 2$  또는  $x = 3$

- 113 [답] 진리집합

- 114 [답] 1) {2, 3} 2) {3} 3) {3, 6} 4) {3, 4, 5, 6, 7}

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

- 1) 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{1, 2, 3\}$   
 $Q = \{2, 3, 4, 5, 6, \dots, 10\}$   
 따라서 ' $p$  그리고  $q$ '의 진리집합은  
 $P \cap Q = \{2, 3\}$   
 2)  $P = \{3, 6, 9\}, Q = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 ' $p$  그리고  $q$ '의 진리집합은  $P \cap Q = \{3\}$   
 3)  $P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 ' $p$  그리고  $q$ '의 진리집합은  $P \cap Q = \{3, 6\}$   
 4)  $P = \{3, 4, 5, 6, 7\}, Q = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로 ' $p$  그리고  $q$ '의 진리집합은  $P \cap Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

- 115 [답] 1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} 2) {2, 3, 5, 6, 7, 9} 3) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

- 1) 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{1, 2, 3\}$   
 $Q = \{2, 3, 4, 5, 6, \dots, 10\}$   
 따라서 ' $p$  또는  $q$ '의 진리집합은  
 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 2)  $P = \{3, 6, 9\}, Q = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 ' $p$  또는  $q$ '의 진리집합은  $P \cup Q = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$   
 3)  $P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 ' $p$  또는  $q$ '의 진리집합은  $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

- 116 [답] (1)  $P \cap Q$  (2)  $P \cup Q$

117 [답] 1) 가정 : 어떤 수는 5이다.

결론 : 어떤 수는 25의 약수이다.

2) 가정 : 어떤 원의 반지름의 길이는  $r$ 이다.

결론 : 어떤 원의 넓이는  $\pi r^2$ 이다.

3) 가정 : 수박이 있다.

결론 : 과일이다.

4) 가정 : 어떤 수는 4의 약수이다.

결론 : 어떤 수는 12의 약수이다.

5) 가정 :  $x$ 는 실수이다.

결론 :  $x^2 > 0$ 이다.

6) 가정 : 어떤 수는 홀수이다.

결론 : 어떤 수는 소수가 아니다.

7) 가정 :  $x^2 - 9 = 0$ 이다.

결론 :  $x - 3 = 0$ 이다.

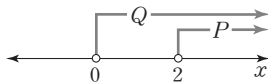
118 [답] 1) 참 2) 거짓 3) 참

조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면

1)  $P = \{3\}, Q = \{-3, 3\}$ 이므로  $P \subset Q \quad \therefore$  참

2)  $P = \{4, 8, 12, 16, \dots\}, Q = \{16, 32, 48, \dots\}$ 이므로  
 $P \not\subset Q \quad \therefore$  거짓

3)  $P, Q$ 를 수직선 위에 나타내면 오른쪽과 같다.  
 즉,  $P \subset Q$ 이므로 참



119 [답] 1) 거짓 2) 거짓 3) 참

조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면

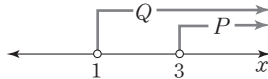
1)  $p$  : 2의 양의 배수,  $q$  : 8의 양의 배수라고 하면

$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}, Q = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$   
 이므로  $P \not\subset Q \quad \therefore$  거짓

2)  $p$  :  $x$ 는 소수,  $q$  :  $x$ 는 홀수라고 하면

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}, Q = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$   
 이므로  $P \not\subset Q \quad \therefore$  거짓

3)  $p$  :  $x > 3, q$  :  $x > 1$ 이라  
 고 하면  $P \subset Q$ 이므로 참



120 [답] (1) 가정, 결론 (2)  $\subset, \subset$

121 [답] 1) 참, 참 2) 참 3) 참 4) 거짓 5) 거짓

2) 0보다 크지 않은  $x$ 는 없으므로 참

3) 0보다 큰  $x$ 가 존재하므로 참

4) 3보다 크지 않은  $x$ 가 있으므로 거짓

5) 3보다 큰  $x$ 가 하나도 없으므로 거짓

122 [답] 1) 거짓, 참, 참 2) 거짓 3) 참 4) 거짓 5) 참

123 [답] 1) 거짓 2) 참 3) 거짓 4) 참 5) 참

1) 소수가 아닌  $n$ 이 4, 6으로 존재하므로 거짓

2) 짝수인  $n$ 이 2, 4, 6으로 존재하므로 참

3) 6보다 작지 않은  $n$ 이 6으로 존재하므로 거짓

4) 8보다 작은  $n$ 이 2, 3, 4, 5, 6으로 존재하므로 참

5)  $n^2 \leq 0$ 인  $n$ 이 존재하지 않으므로 참

124 [답] 1) 거짓 2) 거짓 3) 거짓 4) 참 5) 참

125 [답] 1) 거짓 2) 거짓 3) 참

4) 참 5) 거짓 6) 참

1) [반례]  $x = -1$

2) [반례]  $x = 1$

5) [반례]  $x = 0$

6)  $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1$  또는  $x = 3$

126 [답] (1)  $U, U$  (2)  $\emptyset, \emptyset$

127 [답] 1) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x \leq 0$ 이다.

2) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x \geq 10$ 이다.

3) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x > -10$ 이다.

4) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x \leq 1$  또는  $x > 20$ 이다.

5) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x \geq 5$ 이다.

6) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x < 40$ 이다.

7) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x + 2 > 40$ 이다.

8) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x \neq 10$ 이고  $x \neq 20$ 이다.

128 [답] 1) 거짓 ([반례]  $x = 4$ )

2) 어떤 자연수  $x$ 는 18의 약수가 아니다.

3) 참

129 [답] 1) 거짓 ([반례]  $x = 0$ )

2) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x \leq 0$ 이고  $x \geq 0$ 이다.

3) 참

130 [답] 1) 거짓 ([반례]  $x = 1$ )

2) 어떤 자연수  $x$ 에 대하여  $x$ 는 소수도 합성수도 아니다.

3) 참

131 [답] (1) 어떤  $x \in U$ 에 대하여  $\sim p(x)$

(2) 모든  $x \in U$ 에 대하여  $\sim p(x)$

132 [답] 1) 역 2) 대우 3) 역 4) 대우 5) 대우  
6) 역 7) 대우 8) 역 9) 역

133 [답] 역 :  $x$ 가 4의 양의 배수이면  $x$ 는 2의 양의 배수이다, 참  
대우 :  $x$ 가 4의 양의 배수가 아니면  $x$ 는 2의 양의 배수가 아니다, 거짓

134 [답] 역 :  $x$ 가 8의 양의 약수이면  $x$ 는 2의 양의 약수이다, 거짓  
대우 :  $x$ 가 8의 양의 약수가 아니면  $x$ 는 2의 양의 약수가 아니다, 참

135 [답] 역 :  $x=1$ 이면  $x^2=1$ 이다, 참  
대우 :  $x \neq 1$ 이면  $x^2 \neq 1$ 이다, 거짓

136 [답] 역 :  $x \geq 0$ 이면  $x \geq 1$ 이다, 거짓  
대우 :  $x < 0$ 이면  $x < 1$ 이다, 참

137 [답] 역 : 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다, 참  
대우 : 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같지 않은 사각형은 평행사변형이 아니다, 참

138 [답] 거짓, 역 : 합동인 두 삼각형은 닮음이다, 참  
대우 : 합동이 아닌 두 삼각형은 닮음이 아니다, 거짓

139 [답] 참, 역 :  $ab=0$ 이면  $a=0$ 이다, 거짓  
대우 :  $ab \neq 0$ 이면  $a \neq 0$ 이다, 참

140 [답] 참, 역 :  $m$  또는  $n$ 이 짝수이면  $mn$ 은 짝수이다, 참  
대우 :  $m$ 과  $n$ 이 짝수가 아니면  $mn$ 은 짝수가 아니다, 참

141 [답] (1)  $q \rightarrow p$  (2)  $\sim q \rightarrow \sim p$

142 [답] 1)  $q \rightarrow \sim p$  2)  $q \rightarrow p$  3)  $\sim q \rightarrow p$   
4)  $\sim q \rightarrow \sim p$  5)  $\sim p \rightarrow \sim q$  6)  $\sim p \rightarrow q$   
7)  $p \rightarrow \sim q$  8)  $p \rightarrow q$

143 [답] 1) ○ 2) × 3) ×  
1)  $r \rightarrow \sim q$ 가 참이면 그 대우  $q \rightarrow \sim r$ 도 반드시 참이다.  
 $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로  $p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.

144 [답] 1) × 2) ○ 3) ○  
2)  $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 그 대우  $q \rightarrow p$ 도 반드시 참이다.

$r \rightarrow q, q \rightarrow p$ 가 참이므로  $r \rightarrow p$ 도 참이다.

3) 2)에서  $r \rightarrow p$ 가 참이므로 그 대우  $\sim p \rightarrow \sim r$ 도 반드시 참이다.

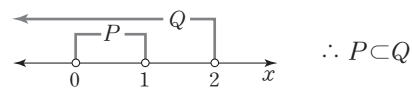
145 [답] (1)  $\sim q \rightarrow \sim p$ , 참 (2)  $q \rightarrow p$  (3)  $p \rightarrow r$

146 [답] 1) C, 충분, 필요 2) C, 충분, 필요  
3) C, 충분, 필요 4) D, 필요, 충분  
5) D, 필요, 충분

147 [답] 충분조건  
 $(p \rightarrow q) a > 0, b > 0$ 이면  $a + b > 0$ ,  
 $(q \rightarrow p) a = -1, b = 2$ 이면  $a + b > 0$ 이지만  $a < 0, b > 0$ 이다.

148 [답] 1) 참 2) 거짓  
3) 충분조건 3) 필요조건  
조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $P \subset Q$

149 [답] 1) 참 2) 거짓  
3) 충분조건 4) 필요조건  
조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하고,  $P, Q$ 를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



150 [답] 1) 거짓 2) 참  
3) 필요조건 4) 충분조건  
조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}, Q = \{1, 2, 5, 10\}$   
 $\therefore P \supset Q$

151 [답] 1) 거짓 2) 참  
3) 필요조건 4) 충분조건  
조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}, Q = \{15, 30, 45, \dots\}$   
 $\therefore P \supset Q$

152 [답] (1)  $p \Rightarrow q$ , 충분, 필요 (2) 충분, 필요

153 [답] 1) 참 2) 참 3) 필요충분조건  
 $x^2=0$ 을 풀면  $x=0$ 이므로  $x=0 \Leftrightarrow x^2=0$   
 $\therefore p \Leftrightarrow q$

154 [답] 1) 참 2) 참 3) 필요충분조건  
 $2x=6$ 을 풀면  $x=3$ 이므로  $x=3 \Leftrightarrow 2x=6$   
 $\therefore p \Leftrightarrow q$



155 [답] 1) 참 2) 참 3) 필요충분조건

$-2x+6>0$ 을 풀면  $x<3$   
 $x-3<0$ 을 풀면  $x<3 \quad \therefore p \Leftrightarrow q$

156 [답] 1) 참 2) 참 3) 필요충분조건

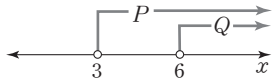
$x, y$ 가 실수이므로  $x^2+y^2=0 \Leftrightarrow x=0, y=0$   
 $\therefore p \Leftrightarrow q$

157 [답] 1) 충분조건 2) 필요조건

- 3) 필요조건 4) 필요조건
- 5) 필요충분조건 6) 충분조건
- 7) 필요충분조건 8) 충분조건
- 9) 필요조건 10) 필요조건
- 11) 필요충분조건 12) 충분조건
- 13) 필요조건 14) 충분조건
- 15) 충분조건

1)  $q : x^2-1=0$ 을 풀면  $x=\pm 1$   
 즉,  $p \Rightarrow q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

2) 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면



따라서  $Q \subset P$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

3) 조건  $p, q$ 의 진리집합을  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, Q = \{1, 2, 3, 6\} \quad \therefore Q \subset P$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

4) 조건  $p, q$ 의 진리집합을  $P, Q$ 라고 하면  
 $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}, Q = \{4, 8, 12, \dots\}$   
 $\therefore Q \subset P$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

5)  $p : xy=0$ 을 풀면  $x=0$  또는  $y=0$   
 $\therefore p \Leftrightarrow q$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

6) 조건  $p, q$ 의 진리집합을  $P, Q$ 라고 하면  
 $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

7)  $q : 3x=6$ 을 풀면  $x=2$ 이므로  $p \Leftrightarrow q$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

8)  $q : x^2=4$ 를 풀면  $x=\pm 2$ 이므로  $p \Rightarrow q$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

9)  $p : x^2=9$ 를 풀면  $x=\pm 3$ 이므로  $q \Rightarrow p$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

10)  $p : x^2=y^2$ 을 풀면  $x=\pm y$ 이므로  $q \Rightarrow p$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

11)  $p : x^2-x=0$ 을 풀면  
 $x(x-1)=0 \quad \therefore x=0$  또는  $x=1$   
 $\therefore p \Leftrightarrow q$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

12)  $p : x^2+y^2=0$ 을 풀면  $x=y=0$   
 $q : x=0$  또는  $y=0$   
 $\therefore p \Rightarrow q$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

13)  $p : x^2=25$ 를 풀면  $x=\pm 5$   
 $q : x-5=0$ 을 풀면  $x=5$   
 $\therefore q \Rightarrow p$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

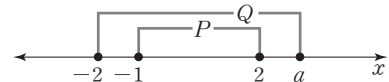
14) 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $P \subset Q$ 이  
 므로  $p \Rightarrow q$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

15)  $q : A-B=\emptyset$ 이면  $A \subset B$ 이므로  $p \Rightarrow q$   
 따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

158 [답] 1) 2 2) -14 3) 3 4) -6

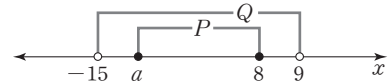
1)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이라면  
 집합  $Q$ 는 다음 그림과 같아야 한다.



$\therefore a \geq 2$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 2이다.

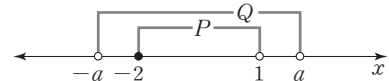
2) 집합  $P$ 는 다음 그림과 같아야 한다.



$\therefore -15 < a \leq 8$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 -14이다.

3) 집합  $Q$ 는 다음 그림과 같아야 한다.

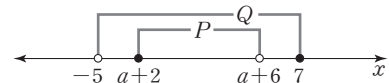


즉,  $-a < -2$ 이고  $a \geq 1$ 이어야 하므로  $a > 2$ 이고  $a \geq 1$

$\therefore a > 2$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 3이다.

4) 집합  $P$ 는 다음 그림과 같아야 한다.



즉,  $-5 < a+2$ 이고  $a+6 \leq 7$ 이어야 하므로

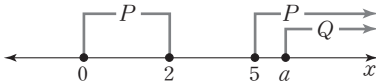
$a > -7$ 이고  $a \leq 1 \quad \therefore -7 < a \leq 1$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 -6이다.

159 1) 4    2) 5    3) -2

1)  $q \rightarrow p$ , 즉  $x^2 - ax + 4 \neq 0 \rightarrow x - 2 \neq 0$ 이 참이므로  
 대우인  $x - 2 = 0 \rightarrow x^2 - ax + 4 = 0$ 도 참이다.  
 $x = 2$ 를  $x^2 - ax + 4 = 0$ 에 대입하여 성립해야 하므로  
 $4 - 2a + 4 = 0$   
 $\therefore a = 4$

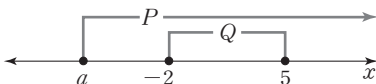
2)  $q \rightarrow p$ 가 참이므로 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $Q \subset P$ 이어야 한다. 즉, 집합  $Q$ 는 다음 그림과 같아야 한다.



$\therefore a \geq 5$

따라서 실수  $a$ 의 최솟값은 5이다.

3)  $q \rightarrow p$ 가 참이므로 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $Q \subset P$ 이어야 한다. 즉, 집합  $P$ 는 다음 그림과 같아야 한다.



$\therefore a \leq -2$

따라서 실수  $a$ 의 최댓값은 -2이다.

160 1) 충분, 필요, 필요충분,  $p \Leftrightarrow q$

161 1) <    2) >    3) >  
 4) <    5) <, <

- $(\sqrt{7}-1) - (\sqrt{8}-1) = \sqrt{7} - \sqrt{8} < 0$   
 $\therefore \sqrt{7}-1 < \sqrt{8}-1$
- $(3+\sqrt{5}) - (\sqrt{8}+\sqrt{5}) = 3 - \sqrt{8} = \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0$   
 $\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{8} + \sqrt{5}$
- $(3\sqrt{10}-2) - 4 = 3\sqrt{10} - 6 = \sqrt{90} - \sqrt{36} > 0$   
 $\therefore 3\sqrt{10} - 2 > 4$
- $(-\sqrt{12} + \sqrt{8}) - (3\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$   
 $= -2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$   
 $= 6\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = \sqrt{72} - \sqrt{75} < 0$   
 $\therefore -\sqrt{12} + \sqrt{8} < 3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$
- $(2-\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}-3) = 5 - 3\sqrt{3} = \sqrt{25} - \sqrt{27} < 0$ 이므로  
 $2 - \sqrt{3} < 2\sqrt{3} - 3$   
 $(2\sqrt{3}-3) - (\sqrt{3}-1) = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$ 이므로  
 $2\sqrt{3} - 3 < \sqrt{3} - 1$   
 $\therefore 2 - \sqrt{3} < 2\sqrt{3} - 3 < \sqrt{3} - 1$

162 1)  $A \geq B$     2)  $A \leq B$

- $A - B = (3x^2 - 2y^2) - (2x^2 - 2xy - 3y^2)$   
 $= x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 \geq 0$   
 $\therefore A \geq B$
- $A - B = (x^2 - 4xy - 6y^2) - (2x^2 - 2y^2)$   
 $= -x^2 - 4xy - 4y^2 = -(x+2y)^2 \leq 0$   
 $\therefore A \leq B$

163 1)  $A > B$     2)  $A > B$

- $A - B = \frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} = \frac{a(1+b) - b(1+a)}{(1+a)(1+b)}$   
 $= \frac{a-b}{(1+a)(1+b)}$   
 $a > b > 0$ 에서  $a-b > 0, 1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로  
 $\frac{a-b}{(1+a)(1+b)} > 0 \quad \therefore A > B$
- $A - B = \frac{2a}{1+2a} - \frac{2b}{1+2b}$   
 $= \frac{2a(1+2b) - 2b(1+2a)}{(1+2a)(1+2b)}$   
 $= \frac{2a-2b}{(1+2a)(1+2b)} = \frac{2(a-b)}{(1+2a)(1+2b)}$   
 $a > b > 0$ 에서  $a-b > 0, 1+2a > 0, 1+2b > 0$ 이므로  
 $\frac{2(a-b)}{(1+2a)(1+2b)} > 0$   
 $\therefore A > B$

164 1) >    2) =    3) <

165 1)  $B > A > C$     2)  $C > B > A$   
 3)  $B > C > A$

- $A^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 9 + 6\sqrt{2} = 9 + \sqrt{72}$   
 $B^2 = (2 + \sqrt{5})^2 = 9 + 4\sqrt{5} = 9 + \sqrt{80}$   
 $C^2 = (1 + 2\sqrt{2})^2 = 9 + 4\sqrt{2} = 9 + \sqrt{32}$   
 $\sqrt{80} > \sqrt{72} > \sqrt{32}$ 이므로  
 $B^2 > A^2 > C^2$   
 그런데  $A > 0, B > 0, C > 0$ 이므로  
 $B > A > C$
- $A^2 = (2 + \sqrt{5})^2 = 9 + 4\sqrt{5} = 9 + \sqrt{80}$   
 $B^2 = (2 + \sqrt{7})^2 = 11 + 4\sqrt{7} = 11 + \sqrt{112}$   
 $C^2 = (3 + \sqrt{6})^2 = 15 + 6\sqrt{6} = 15 + \sqrt{216}$   
 $C^2 > B^2 > A^2$ 이고,  $A > 0, B > 0, C > 0$ 이므로  
 $C > B > A$

3)  $A^2=4^2=16=13+3=13+2\sqrt{\frac{9}{4}}$   
 $B^2=(\sqrt{6}+\sqrt{7})^2=13+2\sqrt{42}$   
 $C^2=(\sqrt{2}+\sqrt{11})^2=13+2\sqrt{22}$   
 $B^2>C^2>A^2$ 이고,  $A>0, B>0, C>0$ 이므로  
 $B>C>A$

- 166 ㉠ 1)  $A>B$       2)  $A<B$   
 3)  $A>B$       4)  $A<B<C$

1)  $\frac{A}{B}=\frac{3^{30}}{6^{15}}=\left(\frac{3^2}{6}\right)^{15}=\left(\frac{9}{6}\right)^{15}=\left(\frac{3}{2}\right)^{15}>1$   
 $\therefore A>B$

2)  $\frac{A}{B}=\frac{2^{50}}{6^{25}}=\left(\frac{2^2}{6}\right)^{25}=\left(\frac{4}{6}\right)^{25}=\left(\frac{2}{3}\right)^{25}<1 \quad \therefore A<B$

3)  $\frac{A}{B}=\frac{3^{400}}{2^{500}}=\left(\frac{3^4}{2^5}\right)^{100}=\left(\frac{81}{32}\right)^{100}>1 \quad \therefore A>B$

4)  $\frac{A}{B}=\frac{2^{40}}{5^{20}}=\left(\frac{2^4}{5^2}\right)^{10}=\left(\frac{16}{25}\right)^{10}<1 \quad \therefore A<B$   
 $\frac{B}{C}=\frac{5^{20}}{3^{30}}=\left(\frac{5^2}{3^3}\right)^{10}=\left(\frac{25}{27}\right)^{10}<1 \quad \therefore B<C$   
 $\therefore A<B<C$

167 ㉠ (1) >    (2) ① > ② < ③ =

- 168 ㉠ 1) ○    2) ○    3) ○    4) ×    5) ×  
 6) ○    7) ×    8) ○

1)  $x^2 \geq 0$       2)  $x^2 \geq 0$   
 3)  $|x| > -2$       4)  $x > -2$

5)  $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식이 성립하지 않는다.  
 6)  $(3x+2)^2 \geq 0$   
 7)  $x > 0$ 이므로  $x \leq 0$ 인 경우 부등식이 성립하지 않는다.  
 8)  $(x-1)^2 \geq 0$ 이므로  $(x-1)^2 + 2 > 0$

- 169 ㉠ 1)  $\frac{b}{2}, \frac{b}{2}, \geq$       2)  $\geq, \geq, \geq, \geq, \geq$   
 3)  $ay-bx, ay-bx, ax+by, ax+by, bx$

1)  $a^2-ab+b^2 = a^2-ab+\left(\frac{b}{2}\right)^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2+b^2$   
 $=\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2$

그런데  $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$ 이므로

$\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2 \geq 0$

$\therefore a^2-ab+b^2 \geq 0$

이때, 등호는  $a-\frac{b}{2}=0, b=0$

즉,  $a=b=0$ 일 때 성립한다.

2)  $|a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0$ 이므로  
 $(|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2$ 임을 보이면 된다.  
 $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$   
 $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$   
 $= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 = 2(|ab| - ab)$   
 $|ab| \geq ab$ 이므로  $2(|ab| - ab) \geq 0$ 이다.  
 $\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2$

즉,  $|a|+|b| \geq |a+b|$

단, 등호는  $|ab|=ab$ , 즉  $ab \geq 0$ 일 때 성립한다.

3)  $(a^2+b^2)(x^2+y^2) - (ax+by)^2$   
 $= a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 - (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2)$   
 $= a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy$   
 $= \left(\frac{ay-bx}{2}\right)^2$   
 그런데  $\left(\frac{ay-bx}{2}\right)^2 \geq 0$ 이므로  
 $(a^2+b^2)(x^2+y^2) - (ax+by)^2 \geq 0$   
 $\therefore (a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$   
 이때, 등호는  $ay=bx$ 일 때 성립한다.

170 ㉠ 1)  $-2 < k < 2$       2)  $k < -\frac{1}{2}$

3)  $k < -\frac{1}{3}$  또는  $k > 1$       4)  $k < -1$

1)  $x^2+kx+1 > 0$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면  
 $D=k^2-4 \cdot 1 \cdot 1=k^2-4 < 0$   
 $(k-2)(k+2) < 0$   
 $\therefore -2 < k < 2$

2)  $\frac{D}{4} = \{-(k+1)\}^2 - k^2 = 2k+1 < 0 \quad \therefore k < -\frac{1}{2}$

3)  $D = \{-(k+1)\}^2 - 4k^2 = -3k^2 + 2k + 1$   
 $= -(3k^2 - 2k - 1) = -(3k+1)(k-1) < 0$   
 $\therefore k < -\frac{1}{3}$  또는  $k > 1$

4)  $k < 0 \dots \dots \text{㉠}$

$D = (k+1)^2 - 4k(k+1) = -3k^2 - 2k + 1$   
 $= -(3k^2 + 2k - 1) = -(3k-1)(k+1) < 0$

$\therefore k < -1$  또는  $k > \frac{1}{3} \dots \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서  $k < -1$

171 ㉠ 1) 1    2) 12    3) 2    4)  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

5) 5    6) 4

1)  $a > 0, b > 0$ 이고  $a+b=2$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의해  $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 이므로  
 $2 \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow 1 \geq \sqrt{ab} \quad \therefore 1 \geq ab$  (단, 등호는  $a=b$ )  
 따라서  $ab$ 의 최댓값은 1이다.

2)  $a > 0, b > 0$ 이고  $ab = 6$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의해  $3a + 2b \geq 2\sqrt{3a \cdot 2b}$ 이므로

$3a + 2b \geq 2\sqrt{6ab} = 2\sqrt{6 \cdot 6} = 12$  (단, 등호는  $3a = 2b$ 일 때)  
따라서  $3a + 2b$ 의 최솟값은 12이다.

3)  $a > 0, b > 0$ 이고  $2a + b = 4$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의해  $2a + b \geq 2\sqrt{2a \cdot b}$ 이므로

$$2a + b \geq 2\sqrt{2ab} \Rightarrow 4 \geq 2\sqrt{2ab}$$

$$\therefore 2 \geq ab \text{ (단, 등호는 } 2a = b \text{일 때)}$$

따라서  $ab$ 의 최댓값은 2이다.

4)  $a > 0$ 이므로  $\frac{1}{a} > 0$

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} \geq 2 \text{ (단, 등호는 } a = \frac{1}{a} \text{일 때)}$$

5)  $a > 1 \Rightarrow a - 1 > 0$ 이므로  $\frac{4}{a-1} > 0$

$$a + \frac{4}{a-1} = (a-1) + \frac{4}{a-1} + 1$$

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$(a-1) + \frac{4}{a-1} + 1 \geq 2\sqrt{(a-1) \cdot \frac{4}{a-1}} + 1 \\ = 4 + 1 = 5$$

$$\text{(단, 등호는 } a-1 = \frac{4}{a-1} \text{일 때)}$$

따라서  $a + \frac{4}{a-1}$ 의 최솟값은 5이다.

6)  $(a + \frac{1}{b})(b + \frac{1}{a}) = ab + 1 + 1 + \frac{1}{ab}$

$$= ab + \frac{1}{ab} + 2$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{1}{ab}} + 2 = 4$$

$$\text{(단, 등호는 } ab = \frac{1}{ab} \text{일 때)}$$

따라서  $(a + \frac{1}{b})(b + \frac{1}{a})$ 의 최솟값은 4이다.

## 172 ㉠ 25

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각  $x, y$ 라 하면

$$2x + 2y = \boxed{20}$$

$$\therefore x + y = \boxed{10}$$

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\therefore 0 < xy \leq \boxed{25} \text{ (단, 등호는 } x = y \text{일 때)}$$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은  $\boxed{25}$ 이다.

## 173 ㉠ 1) $2\sqrt{13}$ 2) $3\sqrt{10}$ 3) $5\sqrt{6}$ 4) $\frac{9}{5}$ 5) 1

1) 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(2^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (2x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 4 \text{이므로 } 52 \geq (2x + 3y)^2$$

$$\therefore -2\sqrt{13} \leq 2x + 3y \leq 2\sqrt{13} \text{ (단, 등호는 } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \text{일 때)}$$

따라서  $2x + 3y$ 의 최댓값은  $2\sqrt{13}$ 이다.

2) 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(3^2 + 1^2)(x^2 + y^2) \geq (3x + y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 9 \text{이므로 } 90 \geq (3x + y)^2$$

$$\therefore -3\sqrt{10} \leq 3x + y \leq 3\sqrt{10} \text{ (단, 등호는 } \frac{x}{3} = y \text{일 때)}$$

따라서  $3x + y$ 의 최댓값은  $3\sqrt{10}$ 이다.

3) 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 15 \text{이므로 } 150 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -5\sqrt{6} \leq x + 3y \leq 5\sqrt{6} \text{ (단, 등호는 } x = \frac{y}{3} \text{일 때)}$$

따라서  $x + 3y$ 의 최댓값은  $5\sqrt{6}$ 이다.

4) 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(2^2 + 1^2)(x^2 + y^2) \geq (2x + y)^2$$

$$2x + y = 3 \text{이므로}$$

$$5(x^2 + y^2) \geq 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq \frac{9}{5} \text{ (단, 등호는 } \frac{x}{2} = y \text{일 때)}$$

따라서  $x^2 + y^2$ 의 최솟값은  $\frac{9}{5}$ 이다.

5) 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(12^2 + 5^2)(x^2 + y^2) \geq (12x + 5y)^2$$

$$12x + 5y = 13 \text{이므로}$$

$$169(x^2 + y^2) \geq 169$$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq 1 \text{ (단, 등호는 } \frac{x}{12} = \frac{y}{5} \text{일 때)}$$

따라서  $x^2 + y^2$ 의 최솟값은 1이다.

## 174 ㉠ 3

$x, y$ 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(3^2 + 4^2)(x^2 + y^2) \geq (3x + 4y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 25 \text{이므로}$$

$$625 \geq (3x + 4y)^2$$

$$\text{등호는 } \frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \text{ 즉 } y = \frac{4}{3}x \text{일 때 성립하므로}$$

$$x^2 + y^2 = 25 \text{에 } y = \frac{4}{3}x \text{를 대입하면}$$

$$x = 3 (\because x > 0)$$

175 [답] (1) ①  $>$ , ②  $\geq$ , ③  $=$ , ④  $a^2, |a|, |b|, a$   
 ⑤  $\geq, \geq$

(2) ①  $\geq, a=b$  ②  $\geq, \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

176 [답] 짝수,  $2k, 2k$ , 짝수

주어진 명제의 대우는

‘ $n$ 이 자연수일 때,  $n$ 이 짝수이면  $n^2$ 도 짝수이다.’

이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.

자연수  $n$ 이 짝수이면  $n = \boxed{2k}$  (단,  $k$ 는 자연수)

로 나타낼 수 있으므로

$$n^2 = (\boxed{2k})^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

이때,  $2k^2$ 이 자연수이므로  $n^2$ 은 짝수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

177 [답] 1)~4) 해설 참조

1) 주어진 명제의 대우는

‘ $n$ 이 자연수일 때,  $n$ 이 홀수이면  $n^2$ 도 홀수이다.’

이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.

$n$ 이 홀수이므로  $n = 2k - 1$  (단,  $k$ 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로

$$n^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1 = 2(2k^2 - 2k) + 1$$

이때,  $2(k^2 - 2k)$ 는 0 또는 짝수이므로  $n^2$ 은 홀수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

2) 주어진 명제의 대우는

‘ $x, y$ 가 자연수일 때,  $x, y$ 가 모두 홀수이면  $xy$ 는 홀수이다.’

이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.

자연수  $x, y$ 가 모두 홀수이면

$$x = 2m - 1, y = 2n - 1 \text{ (단, } m, n \text{은 자연수)}$$

로 나타낼 수 있다.

이때,  $xy = 2(2mn - m - n) + 1$ 이므로  $xy$ 는 홀수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제는 참이다.

3) 주어진 명제의 대우는

‘ $a, b, c$ 가 자연수일 때,  $a, b, c$ 가 모두 홀수이면

$$a^2 + b^2 \neq c^2 \text{이다.}’$$

이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.

$a, b, c$ 가 모두 홀수이면  $a^2, b^2, c^2$ 은 모두 홀수이므로

$a^2 + b^2$ 은 짝수,  $c^2$ 은 홀수가 되어  $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

4) 주어진 명제의 대우는

‘ $n$ 이 자연수일 때,

$n$ 이 3의 배수가 아니면  $n^2$ 은 3의 배수가 아니다.’

이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.

$n$ 이 3의 배수가 아니면  $n = 3k - 1$  또는  $n = 3k - 2$

(단,  $k$ 는 자연수)로 나타낼 수 있다.

(i)  $n = 3k - 1$ 일 때

$$n^2 = (3k - 1)^2 = 9k^2 - 6k + 1$$

$$= 3(3k^2 - 2k) + 1$$

이므로  $n^2$ 은 3의 배수가 아니다.

(ii)  $n = 3k - 2$ 일 때

$$n^2 = (3k - 2)^2 = 9k^2 - 12k + 4$$

$$= 3(3k^2 - 4k + 1) + 1$$

이므로  $n^2$ 은 3의 배수가 아니다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

178 [답] 짝수,  $2k$ , 짝수, 서로소

$\sqrt{2}$ 를 유리수라고 가정하면

$$\sqrt{2} = \frac{n}{m} \text{ (단, } m, n \text{은 서로소인 자연수)}$$

으로 나타낼 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$n^2 = 2m^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때,  $n^2$ 이 짝수이므로  $n$ 은 짝수이다.

여기서,  $n = \boxed{2k}$  ( $k$ 는 자연수)로 놓고 이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(2k)^2 = 2m^2, \text{ 즉 } m^2 = 2k^2$$

이때,  $m^2$ 이 짝수이므로  $m$ 은 짝수이다.

이것은  $m, n$ 이 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서  $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니다.

179 [답] (1) 정의 (2) 증명 (3) 정리

(4) 대우를 이용한 증명법 (5) 귀류법

단원 총정리 문제 I 집합과 명제

- 01 ⑤    02 ①    03 8    04 ①, ⑤    05 C  
 06 6    07 ④    08 ③    09 ④    10 ③  
 11 ⑤    12 ③    13 ④    14 ④    15 ②  
 16 ①

01 답 ⑤

- ②  $\emptyset$ 은 원소가 하나도 없는 집합이므로  
 $n(\emptyset) = 0$   
 ③  $n(\{x | x \text{는 } 3 \text{보다 작은 자연수}\})$   
 $= n(\{1, 2\}) = 2$   
 ⑤  $n(\{2, 3, 4\}) - n(\{3, 4\}) = 3 - 2 = 1$

02 답 ①

$a + 2 = 1, 3 = -b + 1$ 이므로  $a = -1, b = -2$   
 $\therefore a + b = -3$

03 답 8

$2^{5-1-1} = 2^3 = 8$ (개)

04 답 ①, ⑤

- ②  $U^c = \emptyset$   
 ③  $(A^c)^c = A$   
 ④  $A \cup A^c = U$

05 답 C

$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ 이므로  $A \cap B = \{2\} \neq \emptyset$   
 따라서 A와 B는 서로소가 아니다.  
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 A와 C는 서로소이다.  
 $A \cap D = \{1, 2, 3\} \neq \emptyset$ 이므로 A와 D는 서로소가 아니다.  
 따라서 집합 A와 서로소인 집합은 C이다.

06 답 6

$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 모든 원소의 합은  $2 + 4 = 6$ 이다.

07 답 ④

구하는 집합 X는 원소 b, c를 반드시 포함하는 집합 A의 부분집합이다.  
 따라서 구하는 집합 X의 개수는  $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)이다.

08 답 ③

두 집합 A, B가 서로소이므로  $A \cap B = \emptyset$   
 $\therefore B \cap (A \cup B) = (B \cap A) \cup (B \cap B)$   
 $= \emptyset \cup B = B$

09 답 ④

$\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cup B$   
 $= \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cup B$   
 $= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cup B$  ← 분배법칙  
 $= (A \cap U) \cup B$  ←  $X^c \cup X = U$   
 $= A \cup B = B$   
 $\therefore A \subset B$

따라서 항상 옳은 것은  $A - B = \emptyset$ 이다.

10 답 ③

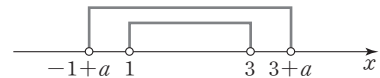
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로  
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$   
 $= 22 + 19 - 33 = 8$   
 색칠한 부분은  $(A \cup B) - (A \cap B)$ 이므로  
 $n((A \cup B) - (A \cap B)) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$   
 $= 33 - 8 = 25$

11 답 ⑤

명제  $p \rightarrow q$ 가 참이므로  $P \subset Q$ 이다. 또, 대우인  
 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이므로  $Q^c \subset P^c$ 이다.

12 답 ③

$-1 < x - a < 3$ 에서 각 변에 a를 더하면  
 $-1 + a < x < 3 + a$   
 주어진 명제가 참이 되려면  
 $\{x | -1 < x < 3\} \subset \{x | -1 + a < x < 3 + a\}$ 이어야 한다.



즉,  $-1 + a \leq 1$ 이고  $3 \leq 3 + a$   
 $\therefore 0 \leq a \leq 2$   
 따라서 구하는 정수 a는 0, 1, 2로 3개이다.

13 답 ④

조건  $(x - y)(y - z)(z - x) \neq 0$ 의 부정은  
 $(x - y)(y - z)(z - x) = 0$   
 $\therefore x = y$  또는  $y = z$  또는  $z = x$   
 따라서 x, y, z 중 적어도 두 수는 같다.

14 [답] ④

주어진 조건에서  $a=0$ 이면  $ab=0$ 이 성립하므로  $q \rightarrow p$ 는 참이다.  
따라서  $q \rightarrow p$ 의 대우인  $\sim p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.

15 [답] ②

$p : x^2 + 2x + a \neq 0, q : x + 1 \neq 0$ 이라고 하자.  
 $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이므로  $p \rightarrow q$ 는 참이고, 그 대우인  $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.  
즉, ' $x + 1 = 0$ 이면  $x^2 + 2x + a = 0$ 이다.'는 참이므로  $x = -1$ 을  $x^2 + 2x + a = 0$ 에 대입하면 등식이 성립해야 한다.  
 $(-1)^2 + 2 \times (-1) + a = 0$   
 $1 - 2 + a = 0$   
 $\therefore a = 1$

16 [답] ①

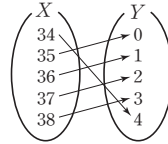
$a \neq 0$  또는  $b \neq 0$ 이라고 가정하면  
 $a^2 > 0$  또는  $b^2 > 0$   
 $\therefore a^2 + b^2 > 0$   
이것은  $a^2 + b^2 = 0$ 이라는 가정에 모순이다.  
따라서 실수  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2 = 0$ 이면  $a = b = 0$ 이다.

II 함수

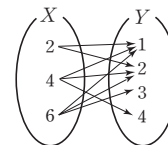
II-1 함수

pp.70~97

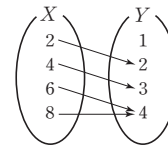
01 [답]



02 [답]



03 [답]



04 [답] ×

05 [답] ×

06 [답] ×

07 [답] ×

08 [답] ○

09 [답] ×

10 [답] ○

11 [답] ×

12 [답] 함수가 아니다.

13 [답] 함수가 아니다.

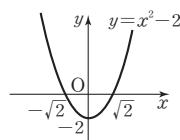
14 [답] 함수이다. 정의역:  $\{\frac{1}{2}, 1\}$ ,  
공역:  $\{1, 2, 3\}$ , 치역:  $\{1, 2\}$

15 [답] 함수가 아니다.

16 [답] 함수이다. 정의역:  $\{1, 2, 3\}$ , 공역:  $\{a, b\}$ ,  
치역:  $\{a, b\}$

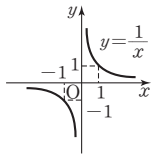
17 [답] 함수가 아니다.

18 [답] 해설 참조



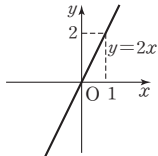
정의역:  $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$   
치역:  $\{y | y \geq -2\}$

19 [답] 해설 참조



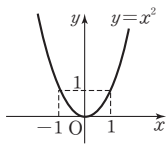
정의역 :  $\{x | x \neq 0 \text{인 모든 실수}\}$   
 치역 :  $\{y | y \neq 0 \text{인 모든 실수}\}$

20 [답] 해설 참조



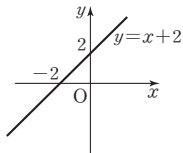
정의역 :  $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$   
 치역 :  $\{y | y \text{는 모든 실수}\}$

21 [답] 해설 참조



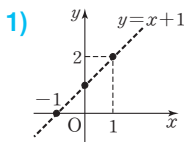
정의역 :  $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$   
 치역 :  $\{y | y \geq 0\}$

22 [답] 해설 참조

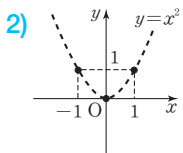


정의역 :  $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$   
 치역 :  $\{y | y \text{는 모든 실수}\}$

23 [답] 1)  $\{0, 1, 2\}$       2)  $\{0, 1\}$



치역 :  $\{0, 1, 2\}$



치역 :  $\{0, 1\}$

24 [답] (1) 대응,  $x \rightarrow y$       (2) 함수,  $f: X \rightarrow Y, X \xrightarrow{f} Y$

25 [답] 1) 1      2) 3      3)  $9+4\sqrt{2}$

1) 3은 유리수이므로

$$f(3) = 3 - 2 = 1$$

2)  $\sqrt{3}$ 은 무리수이므로

$$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3$$

3)  $1+2\sqrt{2}$ 는 무리수이므로

$$f(1+2\sqrt{2}) = (1+2\sqrt{2})^2 = 9+4\sqrt{2}$$

26 [답] 1) 4      2)  $-\sqrt{5}$       3)  $2\sqrt{5}-1$       4)  $1+\sqrt{2}$

1) 5는 유리수이므로  $f(5) = 5 - 1 = 4$

2)  $\sqrt{5}$ 는 무리수이므로  $f(\sqrt{5}) = -\sqrt{5}$

3)  $1-2\sqrt{5}$ 는 무리수이므로

$$f(1-2\sqrt{5}) = -(1-2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}-1$$

4) 2는 유리수,  $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로

$$f(2) - f(\sqrt{2}) = (2-1) - (-\sqrt{2}) = 1+\sqrt{2}$$

27 [답] 1) 5      2) 8      3) 12

1)  $f(3) = 3+2=5$

2)  $f(20) = f(20-2) = f(18)$   
 $= f(18-2) = f(16)$   
 $= \dots = f(6) = 6+2=8$

3)  $f(2) = 2+2=4$

$$f(28) = f(26) = \dots = f(6) = 6+2=8$$

$$\therefore f(2) + f(28) = 4+8=12$$

28 [답] 1) -2      2) 2      3) -4

1)  $f(1) = 1-3=-2$

2)  $f(29) = f(23) = f(17) = f(11)$   
 $= f(5) = 5-3=2$

3)  $f(2) = 2-3=-1$

$$f(30) = f(24) = f(18) = f(12) = f(6) = 6-3=3$$

$$\therefore f(2) - f(30) = -1-3=-4$$

29 [답] 1)  $f(x) = \frac{2x+4}{3}$       2)  $f(1-x) = \frac{-2x+6}{3}$

3)  $f(2x+1) = \frac{4x+6}{3}$       4)  $\frac{14}{3}$

1)  $f\left(\frac{3x-1}{2}\right) = x+1$ 에서  $\frac{3x-1}{2} = t$ 로 놓으면

$$3x-1 = 2t, \quad 3x = 2t+1$$

$$x = \frac{2t+1}{3}$$

$$f(t) = \frac{2t+1}{3} + 1 = \frac{2t+4}{3}$$

$t$  대신  $x$ 를 대입하면

$$\therefore f(x) = \frac{2x+4}{3}$$

2)  $f(x) = \frac{2x+4}{3}$ 이므로  $x$  대신  $1-x$ 를 대입하면

$$f(1-x) = \frac{2(1-x)+4}{3} = \frac{-2x+6}{3}$$

3)  $f(x) = \frac{2x+4}{3}$ 이므로  $x$  대신  $2x+1$ 을 대입하면

$$f(2x+1) = \frac{2(2x+1)+4}{3} = \frac{4x+6}{3}$$

4)  $f(x) = \frac{2x+4}{3}$ 이므로  $x$  대신 5를 대입하면

$$f(5) = \frac{2 \cdot 5 + 4}{3} = \frac{14}{3}$$



30 ㉮ 1)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$

2)  $f(x+3) = \frac{x^2 + x}{2}$     3)  $f(2-x) = \frac{x^2 + x}{2}$

4)  $f(2x+2) = 2x^2 - x$     5) 3    6) 10

1)  $f(2x+3) = 2x^2 + x$ 에서  $2x+3=t$ 로 놓으면

$$2x = t - 3, x = \frac{t-3}{2}$$

$$f(t) = 2\left(\frac{t-3}{2}\right)^2 + \frac{t-3}{2} = \frac{t^2 - 5t + 6}{2}$$

$t$  대신  $x$ 를 대입하면

$$\therefore f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$$

2)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$ 이므로  $x$  대신  $x+3$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} f(x+3) &= \frac{(x+3)^2 - 5(x+3) + 6}{2} \\ &= \frac{x^2 + x}{2} \end{aligned}$$

3)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$ 이므로  $x$  대신  $2-x$ 를 대입하면

$$f(2-x) = \frac{(2-x)^2 - 5(2-x) + 6}{2} = \frac{x^2 + x}{2}$$

4)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$ 이므로

$x$  대신  $2x+2$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} f(2x+2) &= \frac{(2x+2)^2 - 5(2x+2) + 6}{2} \\ &= 2x^2 - x \end{aligned}$$

5)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$ 이므로  $x$  대신 5를 대입하면

$$f(5) = \frac{5^2 - 5 \cdot 5 + 6}{2} = 3$$

6)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2}$ 이므로  $x$  대신  $-2$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} f(-2) &= \frac{(-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 6}{2} \\ &= \frac{4 + 10 + 6}{2} = 10 \end{aligned}$$

31 ㉮ 1) 1    2) 2    3) 64

1)  $f(x+y) = f(x)f(y)$ 의 양변에

$$x=0, y=\boxed{0} \text{을 대입하면}$$

$$f(0) = f(0)f(0)$$

$$f(x) > 0 \text{이므로 양변을 } f(0) \text{으로 나누면 } f(0) = \boxed{1}$$

2)  $f(x+y) = f(x)f(y)$ 에  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$f(1) = f\left(\frac{1}{2}\right)f\left(\frac{1}{2}\right), \left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2 = f(1) = 4$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 (\because f(x) > 0)$$

3)  $f(x+y) = f(x)f(y)$ 에  $x=1, y=1$ 을 대입하면

$$f(2) = f(1)f(1) = 4^2 = 16$$

$x=1, y=2$ 를 대입하면

$$f(3) = f(1)f(2) = 4 \cdot 16 = 64$$

32 ㉮ 1) 0    2) 3    3) -15

1)  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에  $x=0, y=0$ 을 대입하면

$$f(0) = f(0) + f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0$$

2)  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에  $x=1, y=1$ 을 대입하면

$$f(1+1) = f(1) + f(1), f(2) = 2f(1), 6 = 2f(1)$$

$$\therefore f(1) = 3$$

3)  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에  $x=1, y=-1$ 을 대입하면

$$f(0) = f(1) + f(-1)$$

$$0 = 3 + f(-1) \quad \therefore f(-1) = -3$$

$$f(-2) = f(-1) + f(-1) = -6$$

$$f(-3) = f(-2) + f(-1) = -9$$

$$f(-4) = f(-3) + f(-1) = -12$$

$$\therefore f(-5) = f(-4) + f(-1) = -15$$

33 ㉮ 1) 0    2)  $-f(a)$     3) 0

1)  $f(m+n) = f(m) + f(n)$ 에  $m=0, n=0$ 을 대입하면

$$f(0) = f(0) + f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0$$

2)  $f(m+n) = f(m) + f(n)$ 에  $m=-a, n=a$ 를 대입하면

$$f(-a+a) = f(-a) + f(a)$$

$$f(0) = f(-a) + f(a), 0 = f(-a) + f(a)$$

$$\therefore f(-a) = -f(a)$$

3)  $f(2a) + 2f(-a)$

$$= f(a+a) + 2(-f(a))$$

$$= f(a) + f(a) - 2f(a)$$

$$= 0$$

34 ㉮ (1)  $y=f(x)$ , 함숫값    (2)  $k$     (3)  $ax+b=k$

35 ㉮  $f \neq g$

$$f(x) = x^2, g(x) = x \text{에서}$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1, g(-1) = -1$$

$$\therefore f \neq g$$

36 ㉮  $f = g$

$$f(x) = \sqrt{x^2} = |x|, g(x) = |x|$$

$$\therefore f = g$$

37 **답**  $f \neq g$

$$f(x) = x - 2$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = x - 2 \quad (\text{단, } x \neq -2)$$

$x = -2$ 에서  $g(x)$ 는 정의되지 않는다.

$$\therefore f \neq g$$

38 **답**  $f \neq g$

$$f(x) = x, g(x) = -x \text{에서 } f(1) = 1, g(1) = -1$$

$$\therefore f \neq g$$

39 **답**  $f \neq g$

$$f(x) = |x|, g(x) = x^2 \text{에서 } f(2) = |2| = 2, g(2) = 2^2 = 4$$

$$\therefore f \neq g$$

40 **답**  $a = 3, b = -1$

$f = g$ 가 성립하기 위해서는

$$(i) x = 1 \text{일 때, } f(1) = a + b, g(1) = 2$$

$$\therefore a + b = \boxed{2} \dots\dots \text{㉠}$$

$$(ii) x = 2 \text{일 때, } f(2) = 2a + b, g(2) = 5$$

$$\therefore 2a + b = \boxed{5} \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = \boxed{3}, b = \boxed{-1}$$

41 **답**  $a = 4, b = -1$

$f = g$ 가 성립하기 위해서는

$$(i) x = 1 \text{일 때, } f(1) = 3, g(1) = a + b$$

$$\therefore a + b = 3 \dots\dots \text{㉠}$$

$$(ii) x = 2 \text{일 때, } f(2) = 7, g(2) = 2a + b$$

$$\therefore 2a + b = 7 \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = 4, b = -1$$

42 **답**  $a = 3, b = -2$

$f = g$ 가 성립하기 위해서는

$$(i) x = -1 \text{일 때, } f(-1) = -a + b, g(-1) = -5$$

$$\therefore -a + b = -5 \dots\dots \text{㉠}$$

$$(ii) x = 1 \text{일 때, } f(1) = a + b, g(1) = 1$$

$$\therefore a + b = 1 \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = 3, b = -2$$

43 **답** 서로 같다,  $f = g$

44 **답** 1)  $\neg, c, \text{르}$       2)  $\neg, c$       3)  $\neg$

4)  $\neg$

45 **답** 1)  $\neg, c, \text{르}$       2)  $\neg, c, \text{르}$       3)  $\text{르}$

4)  $\neg, \text{부}$

46 **답** 일대일대응, 해설 참조

함수  $f(x) = x + 2$ 는 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ 즉 } x_1 + 2 = x_2 + 2 \text{이면 } x_1 = \boxed{x_2} \text{이다.}$$

또, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이다.

따라서 이 함수는 일대일대응이다.

47 **답** 일대일대응, 해설 참조

함수  $f(x) = 3x - 2$ 는 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ 즉 } 3x_1 - 2 = 3x_2 - 2 \text{ 이면 } x_1 = x_2 \text{이다.}$$

또, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이다.

따라서 이 함수는 일대일대응이다.

48 **답** 일대일대응이 아니다, 해설 참조

함수  $f(x) = x^2$ 은  $x_1 = -1, x_2 = 1$ 일 때,

$$f(x_1) = f(-1) = \boxed{1}, f(x_2) = f(1) = \boxed{1}$$

즉,  $x_1 \neq x_2$ 이지만  $f(x_1) = f(x_2)$ 인 두 실수  $x_1, x_2$ 가 존재한다.

따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

49 **답** 일대일대응이 아니다, 해설 참조

함수  $f(x) = x^2 - 5$ 는  $x_1 = -1, x_2 = 1$ 일 때,

$$f(x_1) = f(-1) = -4, f(x_2) = f(1) = -4$$

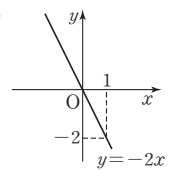
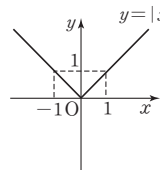
즉,  $x_1 \neq x_2$ 이지만  $f(x_1) = f(x_2)$ 인 두 실수  $x_1, x_2$ 가 존재한다.

따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

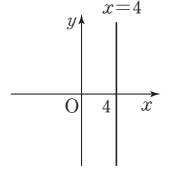
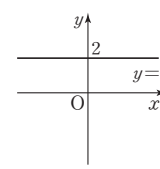
50 **답** 일대일대응이 아니다, 해설 참조

함수  $f(x) = 2$ 는  $x_1 \neq x_2$ 일 때,  $f(x_1) = f(x_2) = 2$ 이므로 일대일대응이 아니다.

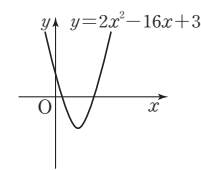
51 **답**  $\times$       52 **답**  $\circ$



53 **답**  $\times$       54 **답**  $\times$



55 **답**  $\times$



56 **답**  $\neg, \text{부}$

57 [답] 1)  $a=2, b=-1$     2)  $a=-2, b=1$

1)  $a > 0$ 이므로  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값도 증가한다.

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-1) = -3, f(2) = \boxed{3}$$

$$-a + b = -3, 2a + b = 3$$

$$\therefore a = \boxed{2}, b = \boxed{-1}$$

2)  $a < 0$ 이므로  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값은 감소한다.

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-1) = 3, f(2) = -3$$

$$-a + b = 3, 2a + b = -3$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

58 [답] 1)  $a=2, b=9$     2)  $a=-2, b=9$

1)  $a > 0$ 이므로  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값도 증가한다.

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-4) = 1, f(4) = 17$$

$$-4a + b = 1, 4a + b = 17$$

$$\therefore a = 2, b = 9$$

2)  $a < 0$ 이므로  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값은 감소한다.

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-4) = 17, f(4) = 1$$

$$-4a + b = 17, 4a + b = 1$$

$$\therefore a = -2, b = 9$$

59 [답] -1

$$f(x) = x^2 - 2x + k = (x-1)^2 + k - 1 \text{이므로}$$

$x \geq 3$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수  $f$ 가 일대일대응이 되려면

$$f(\boxed{3}) = 2 \text{이어야 하므로 } 3^2 - 2 \cdot 3 + k = 2$$

$$\therefore k = \boxed{-1}$$

60 [답] -11

$$f(x) = 2x^2 - 4x + k = 2(x-1)^2 + k - 2 \text{이므로}$$

$x \geq 4$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수  $f$ 가 일대일대응이 되려면  $f(4) = 5$ 이어야 하

$$\text{므로 } 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 + k = 5$$

$$\therefore k = -11$$

61 [답] 3

$$f(x) = -x^2 - 2x + k = -(x+1)^2 + k + 1 \text{이므로}$$

$x \geq 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $f(x)$ 의 값은 감소한다.

따라서 함수  $f$ 가 일대일대응이 되려면  $f(1) = 0$ 이어야 하

$$\text{므로 } -1 - 2 + k = 0 \quad \therefore k = 3$$

62 [답] 2

$$f(x) = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$$

이므로 그래프는 그림과 같다.

함수  $f(x)$ 가 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로

의 일대일대응이 되려면  $k \geq \boxed{1}$ 이어

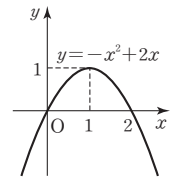
야 한다.

$$f(k) = \boxed{k-2}$$

$$-k^2 + 2k = \boxed{k-2} \Leftrightarrow k^2 - k - 2 = 0$$

$$(k+1)(k-2) = 0 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = \boxed{2}$$

그런데  $k \geq 1$ 이어야 하므로  $k = \boxed{2}$



63 [답] 2

$$f(x) = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 \text{이므로 그래프는 그림}$$

과 같다. 함수  $f(x)$ 가 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 일대일대

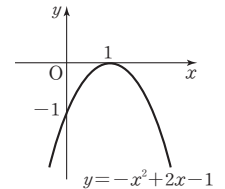
응이 되려면  $k \geq 1$ 이어야 한다.

$$f(k) = 2k - 5$$

$$-k^2 + 2k - 1 = 2k - 5 \Leftrightarrow k^2 = 4$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 2$$

그런데  $k \geq 1$ 이어야 하므로  $k = 2$



64 [답] -2

$$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \text{이므로 그래프는 다음 그림}$$

과 같다. 함수  $f(x)$ 가 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 일대일대

응이 되려면

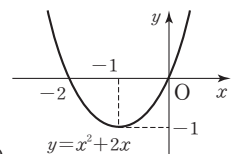
$$k \leq \boxed{-1} \text{이어야 한다.}$$

$$f(k) = k + 2$$

$$\boxed{k^2 + 2k} = k + 2 \Leftrightarrow k^2 + k - 2 = 0$$

$$(k+2)(k-1) = 0 \quad \therefore k = \boxed{-2} \text{ 또는 } k = 1$$

그런데  $k \leq -1$ 이어야 하므로  $k = \boxed{-2}$



65 [답] -1

$$f(x) = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \text{이므로}$$

그래프는 오른쪽 그림과 같다.

함수  $f(x)$ 가 집합  $X$ 에서 집합

$Y$ 로의 일대일대응이 되려면  $k \leq 2$ 이어

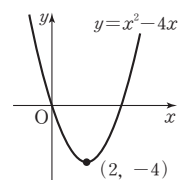
야 한다.

$$f(k) = k + 6, k^2 - 4k = k + 6$$

$$k^2 - 5k - 6 = 0$$

$$(k-6)(k+1) = 0 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = 6$$

그런데  $k \leq 2$ 이어야 하므로  $k = -1$



66 [답] 3

함수  $g$ 는 항등함수이므로  $g(x) = x$ 이고,  $g(2) = 2$   
 $\therefore f(0) = g(2) = h(1) = 2$   
 함수  $f$ 는 상수함수이므로  $f(x) = 2$   
 함수  $h$ 는 일대일대응이고,  $h(1) = 2$ 이므로  
 $2h(2) = h(0) + h(1)$ 을 만족하려면  
 $h(0) = 0, h(2) = 1$ 이 되어야 한다.  
 $\therefore f(2) + g(1) + h(0) = 2 + 1 + 0 = 3$

67 [답] 1

함수  $g$ 는 항등함수이므로  $g(x) = x$ 이고,  $g(1) = 1$   
 $\therefore f(0) = g(1) = h(-1) = 1$   
 따라서 함수  $f$ 는 상수함수이므로  $f(x) = 1$   
 함수  $h$ 는 일대일대응이고,  $h(-1) = 1$ 이므로  
 $h(-1) + h(1) = h(0)$ 을 만족하려면  
 $h(0) = 0, h(1) = -1$   
 $\therefore f(0)g(-1)h(1) = 1 \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

68 [답] 3

$f(x)$ 가 항등함수이어야 하므로  $f(x) = x^2 - 12 = x$   
 $x^2 - x - 12 = 0, (x+3)(x-4) = 0$   
 $\therefore x = -3$  또는  $x = 4$   
 따라서 구하는 집합  $X$ 는  
 $\{-3\}, \{4\}, \{-3, 4\}$ 의 3개이다.

69 [답] 3

$f(x)$ 가 항등함수이어야 하므로  
 $f(x) = x^2 - 6 = x$   
 $x^2 - x - 6 = 0$   
 $(x+2)(x-3) = 0$   
 $\therefore x = -2$  또는  $x = 3$   
 따라서 구하는 집합  $X$ 는  $\{-2\}, \{3\}, \{-2, 3\}$ 의 3개이다.

70 [답] 7

$f(x)$ 가 항등함수이어야 하므로  
 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2 = x$   
 $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$   
 $(x-1)(x^2 - x - 2) = 0$   
 $(x-1)(x+1)(x-2) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$   
 따라서 구하는 집합  $X$ 는  $\{-1\}, \{1\}, \{2\}, \{-1, 1\},$   
 $\{-1, 2\}, \{1, 2\}, \{-1, 1, 2\}$ 의 7개이다.

71 [답] (1) 일대일함수 (2) 일대일대응 (3) 항등함수  
 (4) 상수함수

72 [답] 360

주어진 대응을 함수  $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면  
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 5, 6, 7, 8, 9, 10의 6개  
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은  $f(1)$ 의 값을 제외한 5개  
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은  $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한 4개  
 $f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은  $f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 제외한 3개  
 따라서 구하는 일대일함수의 개수는  
 $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (개)이다.

73 [답] 60

$f(a)$ 가 될 수 있는 것은  $d, e, f, g, h$ 의 5개  
 $f(b)$ 가 될 수 있는 것은  $f(a)$ 를 제외한 4개  
 $f(c)$ 가 될 수 있는 것은  $f(a), f(b)$ 를 제외한 3개  
 따라서 구하는 일대일함수의 개수는  $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)이다.

74 [답] 5

$X = \{-1, 0, 1\}$ 이므로  
 $(-1) + (-1) = -2, (-1) + 0 = -1, (-1) + 1 = 0$   
 $0 + 0 = 0, 0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2$   
 $\therefore Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$   
 따라서 구하는 상수함수는 5개이다.

75 [답] 3

$X = \{-1, 1\}$ 이므로  
 $(-1) + (-1) = -2, (-1) + 1 = 0, 1 + 1 = 2$   
 $\therefore Y = \{-2, 0, 2\}$   
 따라서 구하는 상수함수는 3개이다.

76 [답] 10

주어진 대응을 함수  $f: X \rightarrow X$ 라고 하면  
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개  
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은  $f(1)$ 의 값을 제외한 2개  
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은  $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한 1개  
 따라서 일대일대응의 개수는  $l = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)  
 항등함수의 개수는  $m = 1$ (개)  
 상수함수의 개수는  $n = 3$ (개)  
 $\therefore l + m + n = 10$ (개)

77 ㉠ 92

함수의 개수 :  $l=4^3=64$ (개)  
 상수함수의 개수 :  $m=4$ (개)  
 일대일함수의 개수 :  $n=4 \times 3 \times 2=24$ (개)  
 $\therefore l+m+n=92$

78 ㉠ (1)  $n^m$  (2)  $n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$

(3)  $n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1$  (4)  $n$

79 ㉠ 1) 8 2) 2 3)  $a$  4)  $d$

- 1)  $(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(b) = 8$   
 2)  $(g \circ f)(6) = g(f(6)) = g(c) = 2$   
 3)  $(f \circ g)(c) = f(g(c)) = f(2) = a$   
 4)  $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(8) = d$

80 ㉠ 1) 7 2) 25 3) -17 4)  $\frac{15}{2}$

- 1)  $f(-1) = -3 \cdot (-1) + 1 = 4$ 이므로  
 $(g \circ f)(-1) = g(f(-1)) = g(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 + 5 = 7$
- 2)  $f(3) = -3 \cdot 3 + 1 = -8$ 이므로  
 $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(-8) = -3 \cdot (-8) + 1 = 25$
- 3)  $g(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 5 = 6$ 이므로  
 $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(6) = -3 \cdot 6 + 1 = -17$
- 4)  $g(0) = \frac{1}{2} \cdot 0 + 5 = 5$ 이므로  
 $(g \circ g)(0) = g(g(0)) = g(5) = \frac{1}{2} \cdot 5 + 5 = \frac{15}{2}$

81 ㉠ 1) 9 2)  $\frac{3}{2}$  3)  $\frac{1}{16}$  4) 23

- 5)  $4x^2 + 4x + 1$  6)  $4x + 3$   
 7)  $2x^2 + 1$  8)  $x^4$
- 1)  $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$ 이므로  
 $(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(-3) = (-3)^2 = 9$
- 2)  $g\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이므로  
 $(f \circ g)\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{2}$

3)  $g\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$   
 $(g \circ g)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

- 4)  $f(5) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$ 이므로  
 $(f \circ f)(5) = f(f(5)) = f(11) = 2 \cdot 11 + 1 = 23$
- 5)  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1) = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- 6)  $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x+1) = 2(2x+1) + 1 = 4x + 3$
- 7)  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 2x^2 + 1$
- 8)  $(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(x^2) = (x^2)^2 = x^4$

82 ㉠ 1) -7 2) -9 3) -2

- 1)  $(f \circ f)(\sqrt{3}) = f(f(\sqrt{3})) = f((\sqrt{3})^2 + 1) = f(4) = -2 \cdot 4 + 1 = -7$
- 2)  $(f \circ f)(-2) = f(f(-2)) = f(-2 \cdot (-2) + 1) = f(5) = -2 \cdot 5 + 1 = -9$
- 3)  $(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = f\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = -2$

83 ㉠ 3

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(ax+b) = ax+b+c$   
 $ax+b+c=3x-2$ 는  $x$ 에 대한 항등식이므로  
 $a=3, b+c=-2$   
 $f(1)=2$ 에서  $a+b=2 \therefore b=-1, c=-1$   
 $\therefore abc=3 \cdot (-1) \cdot (-1)=3$

84 ㉠ 1) 2 2) 3 3) 4 4) 8

- 1)  $f(4) = 2$   
 2)  $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(1) = 3$   
 3)  $(f \circ f \circ f)(2) = f(f(f(2))) = f(f(4)) = f(2) = 4$   
 4)  $(f \circ f \circ f)(1) + (f \circ f)(4) + f(3) = f(f(f(1))) + f(f(4)) + 1 = f(f(3)) + f(2) + 1 = f(1) + 4 + 1 = 3 + 4 + 1 = 8$

85 ㉠ 1) 22 2) 25

$$1) (f \circ g)(4) = f(g(4)) = f\left(\frac{1}{2} \cdot 4 + 5\right) \\ = f(7) = 3 \cdot 7 + 1 = 22$$

$$2) (f \circ g \circ g)(2) = f(g(g(2))) = f\left(g\left(\frac{1}{2} \cdot 2 + 5\right)\right) \\ = f(g(6)) = f\left(\frac{1}{2} \cdot 6 + 5\right) \\ = f(8) = 3 \cdot 8 + 1 = 25$$

86 ㉠ 1) 66 2)  $-\frac{11}{2}$

$$1) (f \circ g)(3) - (g \circ h)(2) \\ = f(g(3)) - g(h(2)) \\ = f(3+3) - g\left(\frac{1}{2} \cdot 2 + 1\right) = f(6) - g(2) \\ = (2 \cdot 6^2 - 1) - (2+3) = 71 - 5 = 66$$

$$2) (g \circ h \circ f)(1) - (g \circ f \circ h)(2) \\ = g(h(f(1))) - g(f(h(2))) \\ = g(h(2 \cdot 1^2 - 1)) - g\left(f\left(\frac{1}{2} \cdot 2 + 1\right)\right) \\ = g(h(1)) - g(f(2)) \\ = g\left(\frac{1}{2} \cdot 1 + 1\right) - g(2 \cdot 2^2 - 1) = g\left(\frac{3}{2}\right) - g(7) \\ = \left(\frac{3}{2} + 3\right) - (7+3) = -\frac{11}{2}$$

87 ㉠ 합성함수,  $g \circ f: X \rightarrow Z$

88 ㉠ 1) 1 2) 2 3) 0 4)  $\frac{2}{3}$

$$1) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(kx+2) \\ = (kx+2)+1 = kx+3 \\ (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+1) \\ = k(x+1)+2 = kx+k+2 \\ f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } kx+3 = kx+k+2 \\ 3 = k+2 \quad \therefore k = 1$$

$$2) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x-k) \\ = 2(-x-k)+1 = -2x-2k+1 \\ (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1) \\ = -(2x+1)-k = -2x-1-k \\ f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } -2x-2k+1 = -2x-1-k \\ -2k+1 = -1-k \quad \therefore k=2$$

$$3) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+10) = 3x+10+k \\ (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+k) = 3(x+k)+10 \\ = 3x+3k+10 \\ f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } 3x+10+k = 3x+3k+10 \\ 10+k = 3k+10 \quad \therefore k=0$$

$$4) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(kx-1) \\ = 2(kx-1)+3 = 2kx+1 \\ (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+3) = k(2x+3)-1 \\ = 2kx+3k-1 \\ f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } 2kx+1 = 2kx+3k-1 \\ 1 = 3k-1 \quad \therefore k = \frac{2}{3}$$

89 ㉠ 1) 2 2) 1

$$1) g(5) = g(f(1)) = f(g(1)) = f(3) = 2 \\ 2) g(4) = g(f(5)) = f(g(5)) = f(2) = 1$$

90 ㉠ 1)  $(g \circ f)(x) = -2x-2$

$$2) (h \circ (g \circ f))(x) = -x+2$$

$$3) (h \circ g)(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$4) ((h \circ g) \circ f)(x) = -x+2$$

$$5) =$$

$$1) (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1) \\ = -(2x+1)-1 = -2x-2$$

$$2) (h \circ (g \circ f))(x) = h((g \circ f)(x)) = h(-2x-2) \\ = \frac{1}{2}(-2x-2)+3 = -x+2$$

$$3) (h \circ g)(x) = h(g(x)) = h(-x-1) \\ = \frac{1}{2}(-x-1)+3 = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$4) ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x)) = (h \circ g)(2x+1) \\ = -\frac{1}{2}(2x+1) + \frac{5}{2} = -x+2$$

91 ㉠ 1) 5 2)  $\frac{1}{2}$

$$1) (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax+b) \\ = a(ax+b)+b = a^2x+ab+b$$

$$\text{즉, } a^2x + \boxed{ab+b} = 16x+5 \text{ 이므로}$$

$$a^2 = \boxed{16}, \boxed{ab+b} = 5$$

$$\therefore a = \boxed{4}, b = 1 (\because a > 0)$$

$$\text{따라서 } f(x) = \boxed{4}x+1 \text{ 이므로 } f(1) = \boxed{5}$$

$$2) (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax+b) \\ = a(ax+b)+b \\ = a^2x+ab+b$$

$$\text{즉, } a^2x+ab+b = x-1 \text{ 이므로}$$

$$a^2 = 1, ab+b = -1$$

$$\therefore a = 1, b = -\frac{1}{2} (\because a > 0)$$

$$\text{따라서 } f(x) = x - \frac{1}{2} \text{ 이므로 } f(1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

92 ㉠ 1)  $-10$  2)  $\frac{19}{8}$

$$\begin{aligned} 1) (f \circ f \circ f)(k) &= f(f(f(k))) \\ &= f(f(-k+2)) \\ &= f(-(-k+2)+2) \\ &= f(k) = -k+2 \end{aligned}$$

따라서  $-k+2=12$ 이므로  $k=-10$

$$\begin{aligned} 2) (f \circ f \circ f)(k) &= f(f(f(k))) \\ &= f(f(2k-1)) \\ &= f(2(2k-1)-1) \\ &= f(4k-3) \\ &= 2(4k-3)-1=8k-7 \end{aligned}$$

따라서  $8k-7=12$ 이므로

$$8k=19 \quad \therefore k=\frac{19}{8}$$

93 ㉠  $-1, 1$

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax) = a(ax) = a^2x \\ a^2x &= \boxed{x} \text{이므로 } a^2=1 \\ \therefore a &= -1 \text{ 또는 } a = \boxed{1} \end{aligned}$$

94 ㉠ 1

$$\begin{aligned} (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(ax)) \\ &= f(a^2x) = a^3x \\ a^3x &= x \text{이므로 } a^3=1 \\ \therefore a &= 1 (\because a \text{는 실수}) \end{aligned}$$

95 ㉠  $a=1, b=0$

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax+b) \\ &= a(ax+b)+b \\ &= a^2x+ab+b \\ a^2x+ab+b &= ax+b \text{이므로} \\ a^2 &= a, ab+b=b \\ a^2 &= a \text{에서 } a^2-a=0 \\ a(a-1) &= 0 \quad \therefore a=1 (\because a \neq 0) \\ \therefore b &= 0 \end{aligned}$$

96 ㉠  $-2$

$$\begin{aligned} h(f(x)) &= g(x) \text{에서} \\ f(x) &= 1 \text{이 되도록 하는 } x \text{의 값을 구하면} \\ 2x+1 &= 1 \\ \therefore x &= 0 \\ \therefore f(0) &= \boxed{1} \\ \text{따라서 } h(f(0)) &= g(0) \text{이므로} \\ h(1) &= g(0) = \boxed{-2} \end{aligned}$$

[다른 풀이]

$$\begin{aligned} h(f(x)) &= g(x) \text{에서 } h(2x+1) = x^2-2 \\ 2x+1 &= t \text{로 놓으면 } x = \frac{t-1}{2} \text{이므로} \\ h(t) &= \left(\frac{t-1}{2}\right)^2 - 2 = \frac{t^2-2t+1}{4} - 2 \\ &= \frac{t^2-2t-7}{4} \\ \therefore h(1) &= \frac{1-2-7}{4} = \boxed{-2} \end{aligned}$$

97 ㉠  $\frac{5}{3}$

$$\begin{aligned} g(h(x)) &= f(x) \text{에서 } x=2 \text{를 대입하면} \\ g(h(2)) &= f(2) \\ 3h(2)+2 &= 2 \cdot 2+3=7 \\ 3h(2) &= 5 \\ \therefore h(2) &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

98 ㉠ 1)  $h(x)=2x+4$  2)  $k(x)=2x+9$

$$\begin{aligned} 1) f(h(x)) &= g(x) \text{에서} \\ 2h(x)-1 &= 4x+7 \\ 2h(x) &= 4x+8 \\ \therefore h(x) &= 2x+4 \\ 2) k(f(x)) &= g(x) \text{에서 } k(2x-1) = 4x+7 \\ 2x-1 &= t \text{로 놓으면 } x = \frac{t+1}{2} \\ k(t) &= 4 \cdot \frac{t+1}{2} + 7 = 2t+9 \\ \therefore k(x) &= 2x+9 \end{aligned}$$

99 ㉠  $f(x)=2x-5$

$$\begin{aligned} (h \circ (g \circ f))(x) &= ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x)) \\ &= 2f(x)+2 \\ (h \circ (g \circ f))(x) &= 4x-8 \text{이므로} \\ 2f(x)+2 &= 4x-8 \\ 2f(x) &= 4x-10 \quad \therefore f(x) = 2x-5 \end{aligned}$$

100 ㉠  $f(x)=-\frac{1}{2}x+3$

$$\begin{aligned} (h \circ (g \circ f))(x) &= ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x)) \\ &= -f(x)+4 \\ (h \circ (g \circ f))(x) &= \frac{1}{2}x+1 \text{이므로} \\ -f(x)+4 &= \frac{1}{2}x+1 \\ \therefore f(x) &= -\frac{1}{2}x+3 \end{aligned}$$

101 ㉠ (1)  $\neq$ , 교환 (2)  $(h \circ g) \circ f$  (3)  $I \circ f$

102 ㉞ 1)  $f^2(x) = \frac{x-1}{x}$  2)  $f^3(x) = x$

3)  $-1$  4)  $\frac{1}{2}$  5)  $\frac{5}{4}$

1)  $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{1-x}\right)$   

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

2)  $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$   

$$= f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-x+1}{x}} = x$$

3)  $f^2(x) = \frac{x-1}{x}, f^3(x) = x,$   
 $f^4(x) = (f \circ f^3)(x) = f(f^3(x)) = f(x)$ 이므로  
 $f^{100}(x) = f^{3 \times 33 + 1}(x) = f(x) = \frac{1}{1-x}$   
 $\therefore f^{100}(2) = \frac{1}{1-2} = -1$

4)  $f^{1004}(x) = f^{3 \times 334 + 2}(x) = f^2(x) = \frac{x-1}{x}$   
 $\therefore f^{1004}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

5)  $f^{1500}(x) = f^{3 \times 500}(x) = f^3(x) = x$   
 $\therefore f^{1500}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$

103 ㉞ 1) 4 2) 8 3)  $2^n$

1)  $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x)$   
 $= 2 \cdot 2x = 2^2x$   
 $\therefore f^2(1) = 4$

2)  $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$   
 $= f(2^2x) = 2 \cdot 2^2x = 2^3x$   
 $\therefore f^3(1) = 8$

3)  $f^2(x) = 2^2x, f^3(x) = 2^3x, \dots$ 이므로  
 $f^n(x) = 2^n x$   
 $\therefore f^n(1) = 2^n \cdot 1 = 2^n$

104 ㉞ (i)  $f^n$  (ii)  $f^n(a)$

105 ㉞ 1)  $\times$  2)  $\circ$  3)  $\times$  4)  $\circ$  5)  $\times$

106 ㉞ 1)  $-\frac{2}{3}$  2)  $\frac{5}{3}$  3)  $-\frac{1}{3}$  4) 19 5) 1

1)  $f^{-1}(-1) = k$ 이므로  $f(k) = -1$   
 $3k+1 = -1, 3k = -2 \therefore k = -\frac{2}{3}$

2)  $f^{-1}(6) = k$ 이므로  $f(k) = 6$   
 $3k+1 = 6, 3k = 5 \therefore k = \frac{5}{3}$

3)  $f^{-1}(0) = k$ 이므로  $f(k) = 0$

$3k+1 = 0, 3k = -1 \therefore k = -\frac{1}{3}$

4)  $f^{-1}(k) = 6$ 이므로  $f(6) = k$

$\therefore k = 3 \cdot 6 + 1 = 19$

5)  $f^{-1}(3-2k) = 0$ 이므로  $f(0) = 3-2k$

$3 \cdot 0 + 1 = 3-2k, 2k = 2 \therefore k = 1$

107 ㉞ 역함수,  $f^{-1}: Y \rightarrow X$

108 ㉞ 5

역함수가 존재하려면 함수  $f(x)$ 가 일대일대응이어야 하므로  $\boxed{3} + a = 3 \cdot 3 - 1, \boxed{3} + a = 8 \therefore a = \boxed{5}$

109 ㉞  $0 < a < 1$

역함수가 존재하려면 함수  $f(x)$ 가 일대일대응이어야 하므로 기울기인  $a$ 와  $1-a$ 의 부호가 같아야 한다.  
 $a(1-a) > 0, a(a-1) < 0 \therefore 0 < a < \boxed{1}$

110 ㉞  $-1 < a < 3$

역함수가 존재하려면 함수  $f(x)$ 가 일대일대응이어야 하므로 기울기인  $1+a$ 와  $3-a$ 의 부호가 같아야 한다.  
 $(1+a)(3-a) > 0, (a+1)(a-3) < 0$   
 $\therefore -1 < a < 3$

111 ㉞ 1

$f(x) = x^2 + 4x - 4 = (x+2)^2 - 8$ 이고, 함수  $f$ 의 역함수가 존재하므로 함수  $f$ 는 일대일대응이다.  
 함수  $f$ 의 정의역과 치역이 같으므로  
 $k \geq -2 \dots \dots \textcircled{7}$   
 $f(k) = k$ 에서  $k^2 + 4k - 4 = k$   
 $k^2 + 3k - 4 = 0, (k+4)(k-1) = 0$   
 $\therefore k = 1 (\because \textcircled{7})$

112 ㉞ 8

$f(x) = x^2 - 2x - 40 = (x-1)^2 - 41$ 이고, 함수  $f$ 의 역함수가 존재하므로 함수  $f$ 는 일대일대응이다.  
 또, 함수  $f$ 의 정의역과 치역이 같으므로  
 $k \geq 1 \dots \dots \textcircled{7}$   
 $f(k) = k$ 에서  $k^2 - 2k - 40 = k$   
 $k^2 - 3k - 40 = 0, (k-8)(k+5) = 0$   
 $\therefore k = 8 (\because \textcircled{7})$

113 ㉞ 일대일대응, 증가, 감소



114 ㉠ 1

$$\begin{aligned} (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ g^{-1} \circ \boxed{f^{-1}} \circ f)(1) \\ &= (f \circ \boxed{g^{-1}})(1) = f(g^{-1}(1)) \\ g^{-1}(1) &= k \text{라고 하면 } g(k) = 1, k^2 + 1 = 1 \quad \therefore k = 0 \\ \therefore (\text{구하는 값}) &= f(g^{-1}(1)) = f(\boxed{0}) \\ &= 2 \cdot \boxed{0} + 1 = \boxed{1} \end{aligned}$$

115 ㉠ 3

$$\begin{aligned} (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= (f \circ g^{-1})\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) \\ g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) &= k \text{라고 하면 } g(k) = \frac{1}{2}, k + 2 = \frac{1}{2} \\ \therefore k &= -\frac{3}{2} \\ \therefore (\text{구하는 값}) &= f\left(g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 3 \end{aligned}$$

116 ㉠ 6

$$\begin{aligned} (f \circ g)^{-1}(3) &= k \text{라고 하면 } (f \circ g)(k) = 3 \\ f(g(k)) &= 3, 2g(k) + 1 = 3 \\ g(k) &= 1, 3k - 2 = 1 \\ \therefore k &= (f \circ g)^{-1}(3) = 1 \\ h(2x - 1) &= 4x - 3 \text{에서 } 2x - 1 = 3 \text{이면 } x = 2 \\ \therefore h(3) &= 4 \cdot 2 - 3 = 5 \\ \therefore (f \circ g)^{-1}(3) + h(3) &= 1 + 5 = 6 \end{aligned}$$

117 ㉠  $h(x) = 2x + 2$

$$\begin{aligned} (f \circ h^{-1} \circ g^{-1})(x) &= x \text{에서} \\ (\boxed{g} \circ h)^{-1}(x) &= f^{-1}(x) \\ (g \circ h)(x) &= f(x), g(h(x)) = 4x + 1 \\ 2h(x) - 3 &= 4x + 1, 2h(x) = 4x + 4 \\ \therefore h(x) &= \boxed{2x + 2} \end{aligned}$$

118 ㉠  $h(x) = 2x + 5$

$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ g^{-1})(x) &= x + 2 \text{에서 } (g \circ f)^{-1}(x) = x + 2 \text{이므로} \\ (g \circ f)(x + 2) &= x \\ x \text{ 대신 } x - 2 \text{를 대입하자.} \\ \therefore (g \circ f)(x) &= x - 2 \\ ((h \circ g) \circ f)(x) &= 2x + 1 \text{에서} \\ (h \circ (g \circ f))(x) &= 2x + 1 \\ h(x - 2) &= 2x + 1 \\ x \text{ 대신 } x + 2 \text{를 대입하자.} \\ \therefore h(x) &= 2(x + 2) + 1 = 2x + 5 \end{aligned}$$

119 ㉠  $h(x) = 4x + 1$

$$\begin{aligned} f^{-1} \circ g^{-1} \circ h &= f \circ \text{이므로 } g^{-1} \circ h = f \circ f \\ \therefore h &= g \circ f \circ f \\ \therefore h(x) &= g(f(f(x))) = g(f(2x)) = g(2 \cdot 2x) \\ &= g(4x) = 4x + 1 \end{aligned}$$

120 ㉠ 1) 2    2)  $\frac{2}{3}$     3) 5    4) -4

$$\begin{aligned} 1) g^{-1}(a) &= k \text{라고 하면 } g(k) = \boxed{a} \\ k + 1 &= a \quad \therefore k = a - 1 \\ (f \circ g^{-1})(a) &= f(g^{-1}(a)) = f(a - 1) \\ &= 3(a - 1) + 2 = 3a - 1 \\ 3a - 1 &= \boxed{5} \text{에서 } a = \boxed{2} \\ 2) g^{-1}(a) &= k \text{라고 하면 } g(k) = a \\ k + 1 &= a \quad \therefore k = a - 1 \\ (f \circ g^{-1})(a) &= f(g^{-1}(a)) = f(a - 1) \\ &= 3(a - 1) + 2 = 3a - 1 \end{aligned}$$

$$3a - 1 = 1 \text{에서 } a = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} 3) f^{-1}(a) &= k \text{라고 하면 } f(k) = a \\ 3k + 2 &= a, 3k = a - 2 \\ \therefore k &= \frac{a - 2}{3} \\ (g \circ f^{-1})(a) &= g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a - 2}{3}\right) \\ &= \frac{a - 2}{3} + 1 = \frac{a + 1}{3} \\ \frac{a + 1}{3} &= 2 \text{에서 } a = \boxed{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) f^{-1}(a) &= k \text{라고 하면 } f(k) = a \\ 3k + 2 &= a, 3k = a - 2 \\ \therefore k &= \frac{a - 2}{3} \\ (g \circ f^{-1})(a) &= g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a - 2}{3}\right) \\ &= \frac{a - 2}{3} + 1 = \frac{a + 1}{3} \\ \frac{a + 1}{3} &= -1 \text{에서 } a = -4 \end{aligned}$$

121 ㉠ 1) -1    2) 3    3) 2    4) 3

$$\begin{aligned} 1) (g \circ f)(x) &= x \text{에서 } g \text{는 } f \text{의 역함수이므로} \\ (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) &= (\boxed{g} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ &= (\boxed{g} \circ g^{-1})(f(1)) \\ &= f(1) = \boxed{-1} \\ 2) (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) &= (g \circ g^{-1} \circ f)(3) \\ &= f(3) = 3 \end{aligned}$$

- 3)  $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(1) = (g \circ g \circ g^{-1})(1) = g(1)$   
 $g(1) = f^{-1}(1) = k$ 라고 하면  $f(k) = \boxed{1}$   
 $2k - 3 = \boxed{1} \quad \therefore k = \boxed{2}$
- 4)  $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(3) = (g \circ g \circ g^{-1})(3) = g(3)$   
 $g(3) = f^{-1}(3) = k$ 라고 하면  $f(k) = 3$   
 $2k - 3 = 3 \quad \therefore k = 3$

122 ㉠ 1) 6    2) -8    3) 3

1)  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{2}x + b\right)$   
 $= a\left(\frac{1}{2}x + b\right) - 2 = \frac{a}{2}x + ab - 2$   
 $\frac{a}{2}x + ab - 2 = x + 6$ 이므로  
 $\frac{a}{2} = 1, ab - 2 = 6 \quad \therefore a = 2, b = 4$   
 $\therefore a + b = 6$

2)  $f(x) = 2x - 2, g(x) = \frac{1}{2}x + 4$ 에서  
 $g^{-1}(f(1)) = g^{-1}(2 \cdot 1 - 2) = g^{-1}(0)$   
 $g^{-1}(0) = k$ 라고 하면  $g(k) = 0$   
 $\frac{1}{2}k + 4 = 0 \quad \therefore k = -8$   
 $\therefore g^{-1}(f(1)) = -8$

3)  $f^{-1}(g(0)) = f^{-1}\left(\frac{1}{2} \cdot 0 + 4\right) = f^{-1}(4)$   
 $f^{-1}(4) = k$ 라고 하면  $f(k) = 4$   
 $2k - 2 = 4 \quad \therefore k = 3$   
 $\therefore f^{-1}(g(0)) = 3$

123 ㉠ 1) -2    2) 4    3) 6

1)  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-bx + 4)$   
 $= (-bx + 4) + a = -bx + 4 + a$   
 $-bx + 4 + a = -x + 1$ 이므로  
 $-b = -1, 4 + a = 1 \quad \therefore a = -3, b = 1$   
 $\therefore a + b = -2$

2)  $f(x) = x - 3, g(x) = -x + 4$ 에서  
 $g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(3 - 3) = g^{-1}(0)$   
 $g^{-1}(0) = k$ 라고 하면  $g(k) = 0$   
 $-k + 4 = 0 \quad \therefore k = 4$   
 $\therefore g^{-1}(f(3)) = 4$

3)  $f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(-1 + 4) = f^{-1}(3)$   
 $f^{-1}(3) = k$ 라고 하면  $f(k) = 3$   
 $k - 3 = 3 \quad \therefore k = 6$   
 $\therefore f^{-1}(g(1)) = 6$

124 ㉠ (1) I, I    (2) f    (3)  $g^{-1}, f^{-1}$     (4)  $g^{-1} \circ f^{-1}$

125 ㉠  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$   
 $y = -2x + 1$ 을  $x$ 에 대하여 풀면  
 $2x = \boxed{-y} + 1 \quad \therefore x = \boxed{-\frac{1}{2}}y + \frac{1}{2}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = \boxed{-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$

126 ㉠  $y = 2x - \frac{1}{3}$   
 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$ 을  $x$ 에 대하여 풀면  
 $\frac{1}{2}x = y - \frac{1}{6} \quad \therefore x = 2y - \frac{1}{3}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = 2x - \frac{1}{3}$

127 ㉠  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$   
 $y = -3x + 5$ 를  $x$ 에 대하여 풀면  
 $3x = -y + 5 \quad \therefore x = -\frac{1}{3}y + \frac{5}{3}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

128 ㉠  $y = -2x + 4$   
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 를  $x$ 에 대하여 풀면  
 $\frac{1}{2}x = -y + 2 \quad \therefore x = -2y + 4$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = -2x + 4$

129 ㉠  $y = -2x + \frac{1}{2}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  
 $2y + 4x - 1 = 0, 2y = -4x + 1$   
 $\therefore y = -2x + \frac{1}{2}$

130 ㉠  $y = \frac{1}{3}x$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  
 $3y - x = 0, 3y = x$   
 $\therefore y = \frac{1}{3}x$

131 ㉠  $y = 3x - \frac{3}{2}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  
 $2y - 6x + 3 = 0$   
 $2y = 6x - 3$   
 $\therefore y = 3x - \frac{3}{2}$

132 ㉡  $y=5x-11$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$$y-5x+11=0$$

$$\therefore y=5x-11$$

133 ㉡ 1)  $a=-3, b=7$  2)  $a=2, b=1$

3)  $a=-2, b=2$  4)  $a=\frac{1}{2}, b=-3$

1)  $f(3)=-2$ 에서

$$3a+b=\boxed{-2} \dots\dots \text{㉠}$$

$$g(4)=f^{-1}(4)=1 \text{에서 } f(1)=4$$

$$a+b=\boxed{4} \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-3, b=\boxed{7}$$

2)  $f(1)=3$ 에서

$$a+b=3 \dots\dots \text{㉠}$$

$$g(5)=f^{-1}(5)=2 \text{에서 } f(2)=5$$

$$2a+b=5 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

3)  $f(2)=-2$ 에서

$$2a+b=-2 \dots\dots \text{㉠}$$

$$g(-8)=f^{-1}(-8)=5 \text{에서 } f(5)=-8$$

$$5a+b=-8 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=2$$

4)  $f(5)=-\frac{1}{2}$ 에서

$$5a+b=-\frac{1}{2} \dots\dots \text{㉠}$$

$$g(-2)=f^{-1}(-2)=2 \text{에서 } f(2)=-2$$

$$2a+b=-2 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=\frac{1}{2}, b=-3$$

134 ㉡ 1)  $-1$  2)  $-\frac{1}{2}$  3)  $-2$

1)  $f=f^{-1}$ 이므로  $(f \circ f)(x)=(f \circ f^{-1})(x)=x$

$$(f \circ f)(x)=f(f(x))=f(kx+2)$$

$$=k(kx+2)+2=k^2x+2k+2$$

$$k^2x+2k+2=\boxed{x} \text{이므로}$$

$$k^2=1, 2k+2=\boxed{0}$$

$$\therefore k=\boxed{-1}$$

2)  $f=f^{-1}$ 이므로  $(f \circ f)(x)=x$

$$(f \circ f)(x)=f(f(x))=f(2kx+1)$$

$$=2k(2kx+1)+1=4k^2x+2k+1$$

$$4k^2x+2k+1=x \text{이므로}$$

$$4k^2=1, 2k+1=0$$

$$\therefore k=-\frac{1}{2}$$

3)  $f=f^{-1}$ 이므로  $(f \circ f)(x)=x$

$$(f \circ f)(x)=f(f(x))=f\left(\frac{1}{2}kx+3\right)$$

$$=\frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}kx+3\right)+3$$

$$=\frac{k^2}{4}x+\frac{3}{2}k+3$$

$$\frac{k^2}{4}x+\frac{3}{2}k+3=x \text{이므로 } \frac{k^2}{4}=1, \frac{3}{2}k+3=0$$

$$\therefore k=-2$$

135 ㉡ (i) 일대일 대응 (ii)  $x, y$  (iii)  $x, y$

136 ㉡  $b$

$$f^{-1}(d)=\boxed{c} \text{이므로}$$

$$(f \circ f)^{-1}(d)=(f^{-1} \circ f^{-1})(d)=f^{-1}(f^{-1}(d))$$

$$=f^{-1}(c)=\boxed{b}$$

137 ㉡  $a$

$$(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d)=f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(d)))$$

$$=f^{-1}(f^{-1}(c))=f^{-1}(b)$$

$$=a$$

138 ㉡  $a$

$$g=f^{-1} \text{이므로}$$

$$(g \circ g)(c)=(f^{-1} \circ f^{-1})(c)=f^{-1}(f^{-1}(c))$$

$$=f^{-1}(b)=a$$

139 ㉡  $c, b$

$$f(f(a))=f(b)=c$$

$$(f \circ f)^{-1}(d)=(f^{-1} \circ f^{-1})(d)=f^{-1}(f^{-1}(d))$$

$$=f^{-1}(c)=b$$

$$\therefore f(f(a))=c, (f \circ f)^{-1}(d)=b$$

140 ㉡  $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$\frac{1}{3}x-3=\boxed{x} \text{에서 } \frac{2}{3}x=-3 \quad \therefore x=\boxed{-\frac{9}{2}}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는  $\left(\boxed{-\frac{9}{2}}, \boxed{-\frac{9}{2}}\right)$ 이다.

141 답 (-1, -1)

$2x+1=x$ 에서  $x=-1$

따라서 구하는 교점의 좌표는 (-1, -1)이다.

142 답 (2, 2)

$-2x+6=x$ 에서  $3x=6 \therefore x=2$

따라서 구하는 교점의 좌표는 (2, 2)이다.

143 답  $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$

$-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=x$ 에서  $\frac{3}{2}x=-\frac{1}{2} \therefore x=-\frac{1}{3}$

따라서 구하는 교점의 좌표는  $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ 이다.

144 답 1)  $a=3, b=-1$  2)  $a=\frac{1}{2}, b=1$

3)  $a=-2, b=2$

1) 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프가 점 P(1, 2)를 지나므로

$a+b=2 \dots\dots \textcircled{1}$

함수  $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 Q(-4, -1)을 지나므로 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점 (-1, -4)를 지난다.

$-a+b=-4 \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$a=3, b=-1$

2) 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프가 점 P(-2, 0)을 지나므로

$-2a+b=0 \dots\dots \textcircled{1}$

함수  $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 Q(3, 4)를 지나므로 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점 (4, 3)을 지난다.

$4a+b=3 \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 과  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a=\frac{1}{2}, b=1$

3) 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프가 점 P(-1, 4)를 지나므로

$-a+b=4 \dots\dots \textcircled{1}$

함수  $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 Q(-2, 2)를 지나므로 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점 (2, -2)를 지난다.

$2a+b=-2 \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a=-2, b=2$

145 답 (1) (b, a) (2)  $y=x$

II-2 유리함수와 무리함수

146 답 1) 분수식 2) 분수식 3) 다항식 4) 분수식 5) 다항식  
6) 분수식 7) 다항식 8) 분수식

147 답  $\frac{3x+1}{(x+1)(x-1)}$

$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{x-1+2(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x+1}{(x+1)(x-1)}$

148 답  $\frac{4x-1}{(x-1)(x+2)}$

$\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{x+2+3(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{4x-1}{(x-1)(x+2)}$

149 답 2

$\frac{2x+3}{x-1} + \frac{5}{1-x} = \frac{2x+3}{x-1} - \frac{5}{x-1} = \frac{2x+3-5}{x-1}$   
 $= \frac{2x-2}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$

150 답  $\frac{4}{(x+3)(x-1)}$

$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1)-(x-2)(x+3)}{(x+3)(x-1)}$   
 $= \frac{(x^2+x-2)-(x^2+x-6)}{(x+3)(x-1)}$   
 $= \frac{4}{(x+3)(x-1)}$

151 답  $\frac{2}{x+2}$

$\frac{2}{x+1} \times \frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{x+2}$

152 답  $\frac{2x}{x+2}$

$\frac{2}{x+1} \times \frac{x^2+x}{x+2} = \frac{2}{x+1} \times \frac{x(x+1)}{x+2} = \frac{2x}{x+2}$

153 답  $\frac{1}{x(x-1)}$

$\frac{x+1}{x^2+2x} \times \frac{x+2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x+2)} \times \frac{x+2}{(x-1)(x+1)}$   
 $= \frac{1}{x(x-1)}$

154 답  $\frac{x-1}{x}$

$\frac{x^2-1}{x^2+2x} \times \frac{x+2}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+2)} \times \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-1}{x}$

155 답  $\frac{x}{x+4}$

$\frac{x^3+3x}{x^2-16} \times \frac{x-4}{x^2+3} = \frac{x(x^2+3)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{x-4}{x^2+3} = \frac{x}{x+4}$

156 ㉠  $\frac{2a}{xy^2}$   
 $\frac{6a^3b}{x^2y^3} \div \frac{3a^2b}{x^2y} = \frac{6a^3b}{x^2y^3} \times \frac{x^2y}{3a^2b} = \frac{\boxed{2}a}{xy^2}$

157 ㉠  $\frac{x}{x+1}$   
 $\frac{x}{x-1} \div \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$

158 ㉠  $\frac{x}{(x+1)^2}$   
 $\frac{x}{x^2-1} \div \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{(x+1)^2}$

159 ㉠  $\frac{x(x-1)}{x+2}$   
 $\frac{x^2-2x}{x+1} \div \frac{x^2-4}{x^2-1} = \frac{x(x-2)}{x+1} \times \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x(x-1)}{x+2}$

160 ㉠ (1) 유리식 (2) 분수식  
 (3) ①  $\frac{A+C}{B}$  ②  $\frac{A-C}{B}$  ③  $\frac{AC}{BD}$  ④  $\frac{AD}{BC}$

161 ㉠ 1) 무리식 2) 유리식 3) 무리식 4) 유리식 5) 무리식  
 6) 유리식 7) 무리식 8) 무리식

162 ㉠ 1)  $x \geq -\frac{5}{3}$  2)  $x \leq \frac{3}{2}$  3)  $x > 2$   
 4)  $-2 \leq x \leq 3$  5)  $-2 \leq x \leq 1$

1)  $\sqrt{3x+5}$ 의 값이 실수이려면

$3x+5 \geq 0$ 이어야 하므로

$$x \geq \boxed{-\frac{5}{3}}$$

2)  $3-2x \geq 0$ 이어야 하므로  $3 \geq 2x \quad \therefore x \leq \frac{3}{2}$

3)  $x-2 > 0 \quad \therefore x > 2$

4)  $\sqrt{3-x} + \sqrt{3x+6}$ 의 값이 실수이려면

$3-x \geq 0$ 이고,  $3x+6 \geq 0$ 이어야 하므로

$$\boxed{-2} \leq x \leq \boxed{3}$$

5)  $x+2 \geq 0$ 이고,  $1-x \geq 0$ 이어야 하므로

$x \geq -2$ 이고,  $x \leq 1$

$$\therefore -2 \leq x \leq 1$$

163 ㉠  $\sqrt{x+1}-1$   
 $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)}$   
 $= \frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{x}$   
 $= \boxed{\sqrt{x+1}-1}$

164 ㉠  $\frac{\sqrt{x+2}}{2}$   
 $\frac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}$   
 $= \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})}$   
 $= \frac{2\sqrt{x+2}}{(x+2)-(x-2)}$   
 $= \frac{\sqrt{x+2}}{2}$

165 ㉠  $\sqrt{3}+1$   
 $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-(\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \frac{\boxed{2}}{x-1}$   
 $x=\sqrt{3}$ 을 대입하면  
 $\frac{\boxed{2}}{x-1} = \frac{\boxed{2}}{\sqrt{3}-1} = \frac{\boxed{2}(\sqrt{3}+1)}{2} = \boxed{\sqrt{3}+1}$

166 ㉠  $\sqrt{2}$   
 $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{2}{x-1}$   
 $x=\sqrt{2}+1$ 을 대입하면  
 $\frac{2}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

167 ㉠  $-2-2\sqrt{2}$   
 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1$ 이므로  
 $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{2(x+1)}{x-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$   
 $= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = \frac{2(2+2\sqrt{2})}{-2}$   
 $= -2-2\sqrt{2}$

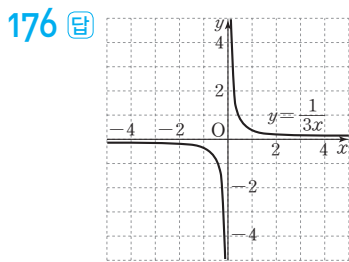
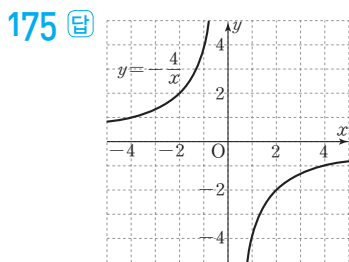
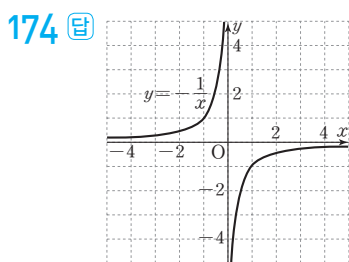
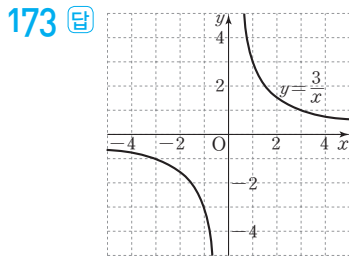
168 ㉠ 1) 4 2)  $2\sqrt{2}$  3) 2 4)  $\sqrt{2}+1$   
 1)  $x+y = (2+\sqrt{2}) + (2-\sqrt{2}) = 4$   
 2)  $x-y = (2+\sqrt{2}) - (2-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$   
 3)  $xy = (2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 4-2=2$   
 4)  $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$   
 $= \frac{4+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$

169 ㉠ (1) 무리식 (2)  $\geq$  (3) 유리식

170 ㉠ 1) 다항함수 2) 분수함수  
 3) 다항함수 4) 분수함수  
 5) 다항함수 6) 분수함수  
 7) 분수함수 8) 분수함수  
 9) 다항함수

- 171 **답** 1)  $\{x \mid x \neq 0 \text{인 실수}\}$  2)  $\{x \mid x \neq 1 \text{인 실수}\}$   
 3)  $\{x \mid x \neq \frac{3}{2} \text{인 실수}\}$  4)  $\{x \mid x \neq 1, x \neq -1 \text{인 실수}\}$   
 5)  $\{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$

172 **답** (1) 유리함수 (2) 유리함수, 다항, 분수



177 **답** (1) 0 (2)  $x$ 축,  $y$ 축 (3) 1, 3, 2, 4 (4) 원점

- 178 **답** 1)  $y = \frac{1}{x-1} + 2$  2)  $y = -\frac{2}{x+2} - 1$   
 3)  $y = \frac{2}{x-4} - 3$  4)  $y = -\frac{3}{x} - 1$

1) 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의

방향으로 2만큼 평행이동하면  $y - \boxed{2} = \frac{1}{x - \boxed{1}}$

$$\therefore y = \frac{1}{x - \boxed{1}} + \boxed{2}$$

2)  $y = -\frac{2}{x}$ 에서  $y+1 = -\frac{2}{x+2}$

$$\therefore y = -\frac{2}{x+2} - 1$$

3)  $y = \frac{2}{x}$ 에서  $y+3 = \frac{2}{x-4}$   $\therefore y = \frac{2}{x-4} - 3$

4)  $y = -\frac{3}{x}$ 에서  $y+1 = -\frac{3}{x}$   $\therefore y = -\frac{3}{x} - 1$

179 **답** 1)  $a=0, b=5$  2)  $a=2, b=0$

3)  $a=-3, b=-1$

1) 함수  $y = \frac{1}{x} + 5$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로  $a=0, b=5$ 이다.

2) 함수  $y = \frac{1}{x-2}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로  $a=2, b=0$ 이다.

3) 함수  $y = \frac{1}{x+3} - 1$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로  $a=-3, b=-1$ 이다.

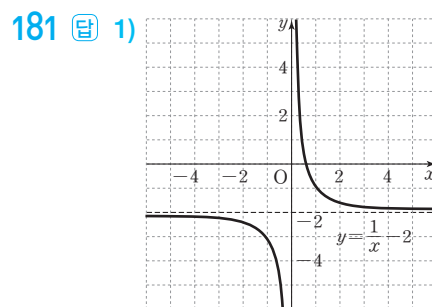
180 **답** 1)  $a=0, b=2$  1)  $a=-1, b=0$

3)  $a=4, b=-3$

1) 함수  $y = 2 - \frac{2}{x} = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로  $a=0, b=2$ 이다.

2) 함수  $y = -\frac{2}{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로  $a=-1, b=0$ 이다.

3) 함수  $y = -\frac{2}{x-4} - 3$ 의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 것이므로  $a=4, b=-3$ 이다.

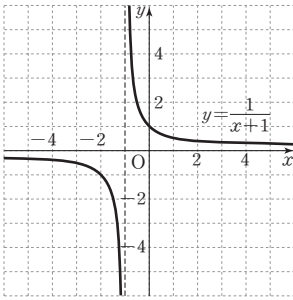


2)  $x=0, y=-2$  3)  $\{x \mid x \neq 0 \text{인 실수}\}$

4)  $\{y \mid y \neq -2 \text{인 실수}\}$

- 1) 함수  $y = \frac{1}{x} - 2$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이다.

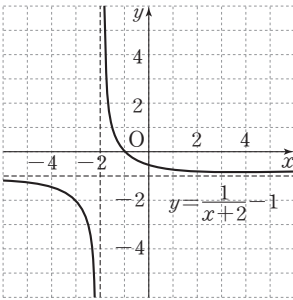
182 [답] 1)



- 2)  $x = -1, y = 0$  3)  $\{x \mid x \neq -1 \text{인 실수}\}$   
4)  $\{y \mid y \neq 0 \text{인 실수}\}$

- 1) 함수  $y = \frac{1}{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이다.

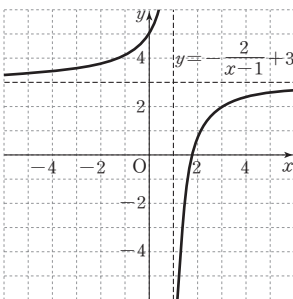
183 [답] 1)



- 2)  $x = -2, y = -1$  3)  $\{x \mid x \neq -2 \text{인 실수}\}$   
4)  $\{y \mid y \neq -1 \text{인 실수}\}$

- 1) 함수  $y = \frac{1}{x+2} - 1$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이다.

184 [답] 1)



- 2)  $x = 1, y = 3$  3)  $\{x \mid x \neq 1 \text{인 실수}\}$   
4)  $\{y \mid y \neq 3 \text{인 실수}\}$

- 1) 함수  $y = \frac{2}{x-1} + 3$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이다.

- 185 [답] 1) ○ 2) ○ 3) ○ 4) ×  
5) ○

5)  $y = \frac{1}{x-3} + 2$ 에  $x=0$ 을 대입하면  $y = \frac{5}{3}$

- 186 [답] 1) ○ 2) ○ 3) ○ 4) ×  
5) ○ 6) ×

- 6) 함수  $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

187 [답] 1) 3 2) 4 3) 2

- 1) 유리함수  $y = \frac{1}{x-3}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은  $x = \boxed{3}$ ,  $y = 0$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y = -x + k$ 에 대하여 대칭이라면 직선  $y = -x + k$ 가 두 점근선의 교점  $(\boxed{3}, 0)$ 을 지나야 한다.

$$0 = \boxed{-3} + k$$

$$\therefore k = \boxed{3}$$

- 2) 유리함수  $y = -\frac{1}{x+4}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은  $x = -4, y = 0$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y = x + k$ 에 대하여 대칭이라면 직선  $y = x + k$ 가 두 점근선의 교점  $(-4, 0)$ 을 지나야 한다.

$$0 = -4 + k$$

$$\therefore k = 4$$

- 3) 유리함수  $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프의 점근선의 방정식은  $x = 1, y = 1$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y = -x + k$ 에 대하여 대칭이라면 직선  $y = -x + k$ 가 두 점근선의 교점  $(1, 1)$ 을 지나야 한다.

$$1 = -1 + k \quad \therefore k = 2$$

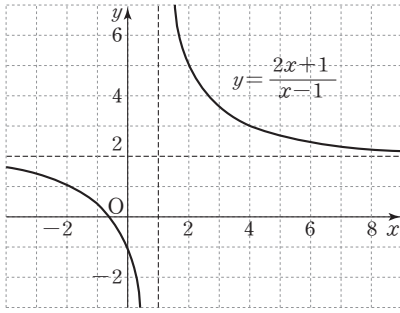
- 188 [답] (1)  $p, q$  (2)  $x \neq p, y \neq q$  (3)  $x = p, y = q$   
(4)  $(p, q)$

189 [답] 1)  $y = \frac{3}{x-1} + 2$  2) 해설 참조

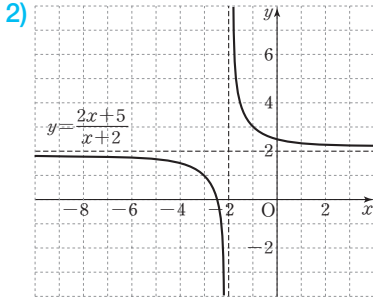
- 3)  $x = 1, y = 2$  4)  $\{x \mid x \neq 1 \text{인 실수}\}$   
5)  $\{y \mid y \neq 2 \text{인 실수}\}$

1)  $y = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = \frac{\boxed{3}}{x-1} + \boxed{2}$

- 2) 함수  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\boxed{1}$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\boxed{2}$ 만큼 평행이동한 것이다.



190 **답** 1)  $y = \frac{1}{x+2} + 2$



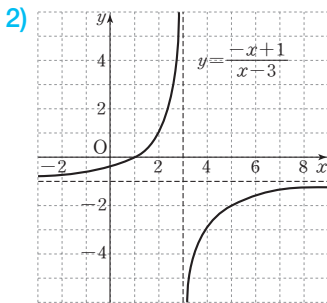
3)  $x = -2, y = 2$  4)  $\{x | x \neq -2 \text{인 실수}\}$

5)  $\{y | y \neq 2 \text{인 실수}\}$

1)  $y = \frac{2x+5}{x+2} = \frac{2(x+2)+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} + 2$

2)  $y = \frac{2x+5}{x+2}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이다.

191 **답** 1)  $y = -\frac{2}{x-3} - 1$



3)  $x = 3, y = -1$  4)  $\{x | x \neq 3 \text{인 실수}\}$

5)  $\{y | y \neq -1 \text{인 실수}\}$

1)  $y = \frac{-x+1}{x-3} = \frac{-(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} - 1$

2)  $y = \frac{-x+1}{x-3}$ 의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이다.

192 **답** 1) ○ 2) ○ 3) × 4) ○ 5) ×

6) ○ 7) ×

1)  $y = \frac{1}{2x-2} = \frac{1}{2(x-1)}$

⇒  $y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동

2)  $y = \frac{4x+1}{2x} = \frac{1}{2x} + 2$

⇒  $y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동

3)  $y = \frac{4x-3}{2x+2} = \frac{2(2x+2)-7}{2x+2} = -\frac{7}{2(x+1)} + 2$

⇒  $y = -\frac{7}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동

4)  $y = \frac{x}{2x-2} = \frac{\frac{1}{2}(2x-2)+1}{2x-2} = \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{2}$

⇒  $y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동

5)  $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$

⇒  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동

6)  $y = \frac{3x+1}{2x} = \frac{1}{2x} + \frac{3}{2}$

⇒  $y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동

7)  $y = \frac{5x}{2x-2} = \frac{\frac{5}{2}(2x-2)+5}{2x-2} = \frac{5}{2(x-1)} + \frac{5}{2}$

⇒  $y = \frac{5}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\frac{5}{2}$ 만큼 평행이동

193 **답** 1) × 2) × 3) ○ 4) × 5) ○

6) ○ 7) ×

$y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$

1)  $y = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)+5}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$

2)  $y = \frac{2x+3}{2x-2} = \frac{(2x-2)+5}{2x-2} = \frac{5}{2(x-1)} + 1$

3)  $y = \frac{x-5}{x-3} = \frac{(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 1$

4)  $y = \frac{3x-6}{-3x+5} = \frac{-3x+6}{3x-5} = \frac{-(3x-5)+1}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} - 1$

5)  $y = \frac{2x+2}{x+2} = \frac{2(x+2)-2}{x+2} = -\frac{2}{x+2} + 2$

6)  $y = \frac{-x+1}{x-3} = \frac{-(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} - 1$

7)  $y = \frac{-3x+23}{x-7} = \frac{-3(x-7)+2}{x-7} = \frac{2}{x-7} - 3$



194 [답] 1)  $\{y \mid y \leq 1 \text{ 또는 } y \geq \frac{5}{2}\}$  2)  $\{y \mid y \leq 1 \text{ 또는 } y \geq 4\}$

1)  $y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$  이므로

주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

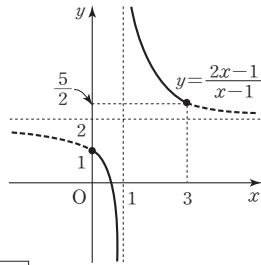
따라서  $0 < x < 1$

또는  $1 < x < 3$ 에서 함수

$y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같으므로

지역은  $\left\{y \mid y \leq 1 \text{ 또는 } y \geq \frac{5}{2}\right\}$



2)  $y = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$  이므로 주어진

함수의 그래프는 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로

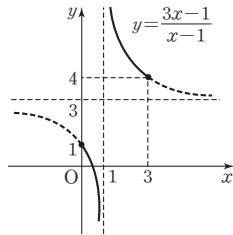
1만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서  $0 < x < 1$  또는  $1 < x < 3$ 에서

함수  $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같으므로 지역

은  $\{y \mid y \leq 1 \text{ 또는 } y \geq 4\}$



195 [답]  $y = \frac{k}{x-p} + q$

196 [답] 1)  $k=4, p=3, q=2$  2)  $k=2, p=2, q=-1$

1) 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식이

$x=3, y=2$  이므로

$y = \frac{k}{x-3} + 2$  ( $k \neq 0$ ) ..... ㉠

로 놓고, 이 그래프가 점 (1, 0)을 지나므로

$0 = \frac{k}{1-3} + 2 \quad \therefore k = 4$

$k = 4$ 를 ㉠에 대입하면  $y = \frac{4}{x-3} + 2$

$\therefore k = 4, p = 3, q = 2$

2) 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식이  $x=2,$

$y=-1$ 이므로  $y = \frac{k}{x-2} - 1$  ( $k \neq 0$ ) ..... ㉡

로 놓고, 이 그래프가 점 (0, -2)를 지나므로

$-2 = \frac{k}{0-2} - 1 \quad \therefore k = 2$

$k = 2$ 를 ㉡에 대입하면  $y = \frac{2}{x-2} - 1$

$\therefore k = 2, p = 2, q = -1$

197 [답] 1)  $a=1, b=-4, c=-2$

2)  $a=1, b=4, c=2$

1) 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식이

$x=2, y=1$ 이므로

$y = \frac{k}{x-2} + 1$  ( $k \neq 0$ ) ..... ㉠

로 놓고, 이 그래프가 점 (0, 2)를 지나므로

$2 = \frac{k}{0-2} + 1 \quad \therefore k = -2$

$k = -2$ 를 ㉠에 대입하면  $y = \frac{-2}{x-2} + 1 = \frac{x-4}{x-2}$

$\therefore a = 1, b = -4, c = -2$

2) 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식이  $x=-2,$

$y=1$ 이므로

$y = \frac{k}{x+2} + 1$  ( $k \neq 0$ ) ..... ㉡

로 놓고, 이 그래프가 점 (0, 2)를 지나므로

$2 = \frac{k}{0+2} + 1 \quad \therefore k = 2$

$k = 2$ 를 ㉡에 대입하면  $y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{x+4}{x+2}$

$\therefore a = 1, b = 4, c = 2$

198 [답]  $a=2, b=-1, c=1$

[방법 1]

점근선의 방정식이  $x=-1, y=2$ 이므로

$y = \frac{k}{x+1} + 2$  ( $k \neq 0$ ) ..... ㉠

로 놓고, 이 그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$1 = \frac{k}{2+1} + 2 \quad \therefore k = -3$

$k = -3$ 을 ㉠에 대입하면

$y = \frac{-3}{x+1} + 2 = \frac{-3+2(x+1)}{x+1} = \frac{2x-1}{x+1}$

$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$

[방법 2]

$y = \frac{ax+b}{x+c}$

$= \frac{a(x+c)-ac+b}{x+c}$

$= \frac{-ac+b}{x+c} + a$  ..... ㉡

이므로 이 그래프의 점근선의 방정식은

$x=-c, y=a$

$\therefore a=2, c=1$  ..... ㉢

또, ㉡의 그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$1 = \frac{-ac+b}{2+c} + a$  ..... ㉣

㉠을 ㉡에 대입하면

$$1 = \frac{-2+b}{2+1} + 2 \quad \therefore b = \boxed{-1}$$

$$\therefore a = \boxed{2}, b = \boxed{-1}, c = \boxed{1}$$

**199** ㉡  $a=3, b=-24, c=2$

점근선의 방정식이  $x=-2, y=3$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 3 \quad (k \neq 0) \quad \text{..... ㉠}$$

으로 놓고, 이 그래프가 점  $(4, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = \frac{k}{4+2} + 3 \quad \therefore k = -30$$

$k=-30$ 을 ㉠에 대입하면

$$y = \frac{-30}{x+2} + 3 = \frac{3x-24}{x+2}$$

$$\therefore a=3, b=-24, c=2$$

**200** ㉡  $a=4, b=0, c=1$

점근선의 방정식이  $x=-1, y=4$ 이므로

$$y = \frac{k}{1+1} + 4 \quad (k \neq 0) \quad \text{..... ㉠}$$

로 놓고, 이 그래프가 점  $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1+1} + 4 \quad \therefore k = -4$$

$k=-4$ 를 ㉠에 대입하면

$$y = \frac{-4}{x+1} + 4 = \frac{4x}{x+1}$$

$$\therefore a=4, b=0, c=1$$

**201** ㉡ 최댓값 : 2, 최솟값 :  $\frac{5}{4}$

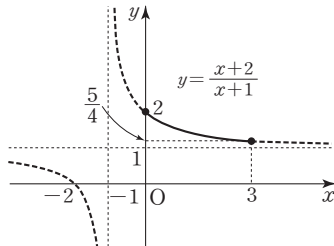
$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} + \boxed{1}$$

주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방

으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\boxed{1}$ 만큼 평행이동한 것이다.

$0 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 그래프는 다음 그림과 같

으므로



(i)  $x=0$ 일 때, 최댓값은  $\boxed{2}$

(ii)  $x=3$ 일 때, 최솟값은  $\boxed{\frac{5}{4}}$

**202** ㉡ 최댓값 :  $\frac{5}{3}$ , 최솟값 : 0

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

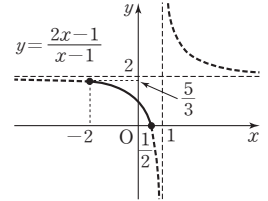
이므로 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를

$x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 에서 함수

$y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는

그림과 같으므로



(i)  $x=-2$ 일 때, 최댓값은  $\frac{1}{-2-1} + 2 = \frac{5}{3}$

(ii)  $x=\frac{1}{2}$ 일 때, 최솟값은  $\frac{1}{\frac{1}{2}-1} + 2 = 0$

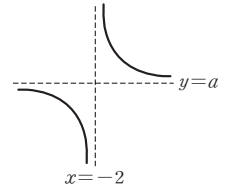
**203** ㉡  $-1$

함수  $y = \frac{1}{x+2} + a$ 의 그래프의

개형은 다음 그림과 같다.

따라서  $x=-1$ 일 때 최댓값,

$x=3$ 일 때 최솟값을 갖는다.



즉,  $x=3$ 일 때  $y = -\frac{4}{5}$ 이므로  $-\frac{4}{5} = \frac{1}{3+2} + a$

$$\therefore a = -1$$

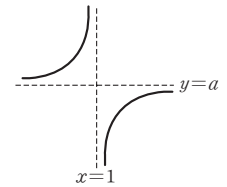
**204** ㉡ 1

함수  $y = -\frac{1}{x-1} + a$ 의 그래프의

개형은 다음 그림과 같다.

따라서  $x=2$ 일 때 최솟값,  $x=4$

일 때 최댓값을 갖는다.



즉,  $x=4$ 일 때  $y = \frac{2}{3}$ 이므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{1}{4-1} + a \quad \therefore a = 1$$

**205** ㉡  $\frac{k}{x-p} + q, a, b, k$

**206** ㉡  $y = \frac{2x}{x-1}$

주어진 함수를  $x$ 에 대하여 풀면  $y = \frac{x}{x-2}$ 에서

$$y(x-2) = x, \quad xy - 2y = x$$

$$x(y-1) = 2y$$

$$\therefore x = \frac{2y}{y-1}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면  $y = \frac{2x}{x-1}$

207 ㉠  $y = \frac{2x-1}{x-2}$

$y = \frac{2x-1}{x-2}$ 에서  $y(x-2) = 2x-1$

$xy - 2y = 2x - 1$

$x(y-2) = 2y-1$

$\therefore x = \frac{2y-1}{y-2}$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면  $y = \frac{2x-1}{x-2}$

208 ㉠  $y = \frac{3x-1}{x+3}$

$y = \frac{3x-1}{x+3}$ 에서  $y(-x+3) = 3x+1$

$-xy + 3y = 3x + 1$

$x(y+3) = 3y-1$

$\therefore x = \frac{3y-1}{y+3}$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면  $y = \frac{3x-1}{x+3}$

209 ㉠  $a=3, b=-6$

$y = \frac{6x+1}{2x+a}$ 이라고 하면  $y(2x+a) = 6x+1$

$2xy + ay = 6x + 1$

$x(2y-6) = -ay + 1$

$\therefore x = \frac{-ay+1}{2y-6}$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$y = f^{-1}(x) = \frac{-ax+1}{2x-6} = \frac{-3x+1}{2x+b}$

$\therefore a=3, b=-6$

210 ㉠  $a=-1, b=3, c=-2$

$y = \frac{2x+3}{x+a}$ 이라고 하면  $y(x+a) = 2x+3$

$xy + ay = 2x + 3$

$x(y-2) = -ay + 3$

$\therefore x = \frac{-ay+3}{y-2}$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$y = f^{-1}(x) = \frac{-ax+3}{x-2} = \frac{x+b}{x+c}$

$\therefore a=-1, b=3, c=-2$

211 ㉠ 1

$f(x) = \frac{x+1}{2x-a}$ 을  $y = \frac{x+1}{2x-a}$ 이라고 하면

$y(2x-a) = x+1$

$2xy - ay = x + 1$

$x(2y-1) = ay + 1$

$x = \frac{ay+1}{2y-1}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{ax+1}{2x-1}$

그런데  $f = f^{-1}$ 이므로  $\frac{x+1}{2x-a} = \frac{ax+1}{2x-1} \therefore a=1$

212 ㉠ -2

$f(x) = \frac{ax-3}{x+2}$ 을  $y = \frac{ax-3}{x+2}$ 이라고 하면

$y(x+2) = ax-3, xy + 2y = ax-3$

$x(y-a) = -2y-3$

$x = \frac{-2y-3}{y-a}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x-3}{x-a}$

그런데  $f = f^{-1}$ 이므로  $\frac{ax-3}{x+2} = \frac{-2x-3}{x-a} \therefore a=-2$

213 ㉠ (1) (i)  $x=f^{-1}(y)$  (ii)  $x, y$  (iii) 정의역

(2)  $\frac{-dy+b}{cy-a}, \frac{-dx+b}{cx-a}$

214 ㉠  $-\frac{1}{2}$

|방법 1|

$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{4-1}\right) = g\left(\frac{4}{3}\right)$   
 $= \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}-2} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = \boxed{-\frac{1}{2}}$

|방법 2|

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{f(x)-1}{f(x)-2}$   
 $= \frac{\frac{x}{x-1}-1}{\frac{x}{x-1}-2} = \frac{x-(x-1)}{x-2(x-1)} = \frac{1}{-x+2}$   
 $\therefore (g \circ f)(4) = \frac{1}{-4+2} = \boxed{-\frac{1}{2}}$

215 ㉠ -2

$(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(x) = (I \circ f^{-1})(x) = f^{-1}(x)$

$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(1)$

이때,  $y=f(x)$ 라고 하면  $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 이므로

$y(2x-1) = 3x+1, 2xy - y = 3x+1$

$x(2y-3) = y+1 \therefore x = \frac{y+1}{2y-3}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2x-3}$

$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(1) = \frac{1+1}{2 \cdot 1 - 3} = -2$

216 ㉮ 13

$$(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = (f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2))$$

이때,  $y=f(x)$ 라고 하면  $y=\frac{x+2}{x-1}$ 이므로

$$y(x-1)=x+2, xy-y=x+2$$

$$x(y-1)=y+2$$

$$x=\frac{y+2}{y-1}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{x+2}{x-1}$$

$$g(2)=\frac{2 \cdot 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4} \text{이므로}$$

$$(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{\frac{5}{4} + 2}{\frac{5}{4} - 1} = 13$$

217 ㉮ (1)  $g(f(x))$

(2) ①  $g(f^{-1}(x))$  ②  $(f^{-1} \circ g)(x), f^{-1}(g(x))$

- 218 ㉮ 1) ○ 2) ○ 3) ○ 4) × 5) ×  
6) ○ 7) ○ 8) ○ 9) ○ 10) ○

- 219 ㉮ 1)  $\{x|x \geq -2\}$  2)  $\{x|x \leq 4\}$   
3)  $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{5}\right\}$  4)  $\{x|x \leq 5\}$   
5)  $\{x|x \geq 2\}$

1) 무리함수  $y=\sqrt{x+2}$ 의 정의역은  
 $x+2 \geq \boxed{0}$ 으로부터  $\{x|x \geq \boxed{-2}\}$

2)  $4-x \geq 0$   
 $x \leq 4$   
 $\therefore \{x|x \leq 4\}$

3)  $5x+2 \geq 0$   
 $5x \geq -2$   
 $x \geq -\frac{2}{5}$   
 $\therefore \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{5}\right\}$

4)  $5-x \geq 0$   
 $x \leq 5$   
 $\therefore \{x|x \leq 5\}$

5)  $2x-4 \geq 0$   
 $x \geq 2$   
 $\therefore \{x|x \geq 2\}$

220 ㉮ (1) 무리함수 (2) 무리함수, 0

221 ㉮ 정의역:  $\{x|x \geq 0\}$ , 치역:  $\{y|y \geq 0\}$

함수  $y=\sqrt{x}(x \geq 0)$ 에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$x=y^2(y \geq 0)$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

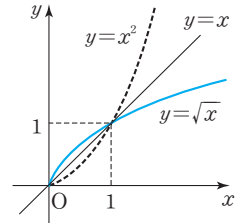
$$y=\boxed{x^2}(x \geq 0)$$

역함수의 그래프를 이용하여 함수

$y=\sqrt{x}$ 의 그래프를 그리면 그림과

같다.

$$\therefore \begin{cases} \text{정의역: } \{x|x \geq \boxed{0}\} \\ \text{치역: } \{y|y \geq \boxed{0}\} \end{cases}$$



222 ㉮ 정의역:  $\{x|x \leq 0\}$ , 치역:  $\{y|y \geq 0\}$

함수  $y=\sqrt{-x}(x \leq 0)$ 에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$-x=y^2, x=-y^2(y \geq 0)$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를

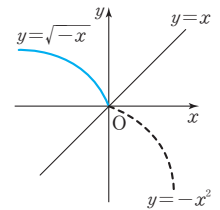
구하면

$$y=-x^2(x \geq 0)$$

함수  $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를

그리면 그림과 같다.

$$\therefore \begin{cases} \text{정의역: } \{x|x \leq 0\} \\ \text{치역: } \{y|y \geq 0\} \end{cases}$$



223 ㉮ 정의역:  $\{x|x \geq 0\}$ , 치역:  $\{y|y \leq 0\}$

함수  $y=-\sqrt{x}(x \geq 0)$ 에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$x=y^2(y \leq 0)$$

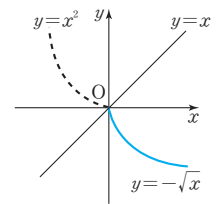
$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=x^2(x \leq 0)$$

함수  $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 그리면

그림과 같다.

$$\therefore \begin{cases} \text{정의역: } \{x|x \geq 0\} \\ \text{치역: } \{y|y \leq 0\} \end{cases}$$



224 ㉮ 정의역:  $\{x|x \leq 0\}$ , 치역:  $\{y|y \leq 0\}$

함수  $y=-\sqrt{-x}(x \leq 0)$ 에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$y^2=-x, x=-y^2(y \leq 0)$$

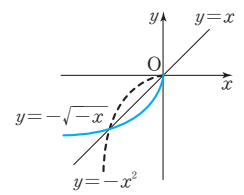
$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=-x^2(x \leq 0)$$

함수  $y=-\sqrt{-x}$ 의 그래프를

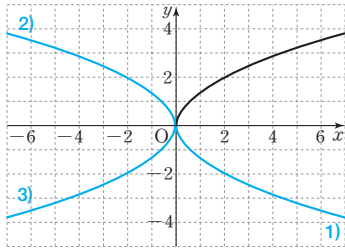
그리면 그림과 같다.

$$\therefore \begin{cases} \text{정의역: } \{x|x \leq 0\} \\ \text{치역: } \{y|y \leq 0\} \end{cases}$$

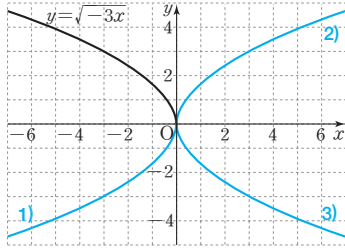


- 225 ㉮ (1) (i)  $\{x|x \geq 0\}, \{y|y \geq 0\}$  (ii)  $\{x|x \leq 0\}, \{y|y \geq 0\}$   
(2) (i)  $\{x|x \geq 0\}, \{y|y \leq 0\}$  (ii)  $\{x|x \leq 0\}, \{y|y \leq 0\}$

226 ㉠ 1)  $y = -\sqrt{2x}$  2)  $y = \sqrt{-2x}$  3)  $y = -\sqrt{-2x}$



227 ㉠ 1)  $y = -\sqrt{-3x}$  2)  $y = \sqrt{3x}$  3)  $y = -\sqrt{3x}$



228 ㉠  $y = \sqrt{ax}$ ,  $y = \sqrt{-ax}$ ,  $y = -\sqrt{ax}$ ,  $y = -\sqrt{-ax}$

229 ㉠ 1)  $y = \sqrt{3x+3}+1$  2)  $y = \sqrt{6x-6}+2$

3)  $y = \sqrt{-2x+2}-3$  4)  $y = \sqrt{-5x-10}+3$

5)  $y = -\sqrt{6x-12}+3$  6)  $y = -\sqrt{7x-35}-1$

1)  $y = \sqrt{3x}$ 에서  $y-1 = \sqrt{3(x+1)}$

$\therefore y = \sqrt{3x+3}+1$

2)  $y = \sqrt{6x}$ 에서  $y-2 = \sqrt{6(x-1)}$

$\therefore y = \sqrt{6x-6}+2$

3)  $y = \sqrt{-2x}$ 에서  $y+3 = \sqrt{-2(x-1)}$

$\therefore y = \sqrt{-2x+2}-3$

4)  $y = \sqrt{-5x}$ 에서  $y-3 = \sqrt{-5(x+2)}$

$\therefore y = \sqrt{-5x-10}+3$

5)  $y = -\sqrt{6x}$ 에서  $y-3 = -\sqrt{6(x-2)}$

$\therefore y = -\sqrt{6x-12}+3$

6)  $y = -\sqrt{7x}$ 에서  $y+1 = -\sqrt{7(x-5)}$

$\therefore y = -\sqrt{7x-35}-1$

230 ㉠ 1)  $a=8, b=0$  2)  $a=3, b=0$

3)  $a=0, b=-5$  4)  $a=-2, b=5$

5)  $a=3, b=1$  6)  $a=1, b=-2$

1) 함수  $y = \sqrt{x-8}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 8만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore a=8, b=0$

2)  $y = \sqrt{2x-6}$ 에서  $y = \sqrt{2(x-3)}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.  $\therefore a=3, b=0$

3)  $y = \sqrt{3x-5}$ 에서  $y+5 = \sqrt{3x}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수  $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $-5$ 만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore a=0, b=-5$

4)  $y = \sqrt{x+2}+5$ 에서  $y-5 = \sqrt{x+2}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $5$ 만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore a=-2, b=5$

5)  $y = \sqrt{3-x}+1$ 에서  $y-1 = \sqrt{-(x-3)}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이다.

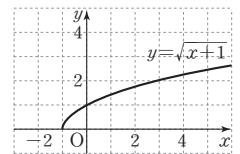
$\therefore a=3, b=1$

6)  $y = \sqrt{1-x}-2$ 에서  $y+2 = \sqrt{-(x-1)}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore a=1, b=-2$

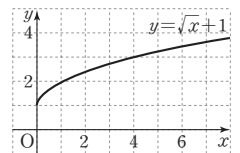
231 ㉠ 해설 참조

함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로 그림과 같다.



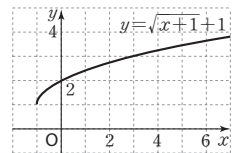
232 ㉠ 해설 참조

함수  $y = \sqrt{x}+1$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이므로 그림과 같다.



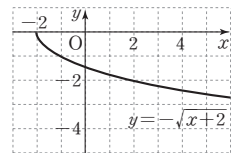
233 ㉠ 해설 참조

함수  $y = \sqrt{x+1}+1$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이므로 그림과 같다.



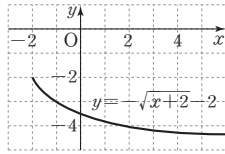
234 ㉠ 해설 참조

함수  $y = -\sqrt{x+2}$ 의 그래프는 함수  $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이므로 그림과 같다.



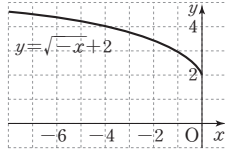
**235** [답] 해설 참조

함수  $y = -\sqrt{x+2} - 2$ 의 그래프를  
 함수  $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행  
 이동한 것이므로 그림과 같다.



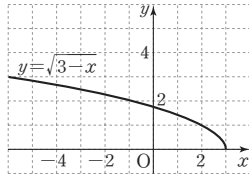
**236** [답] 해설 참조

함수  $y = \sqrt{-x} + 2$ 의 그래프는  
 함수  $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $y$ 축  
 의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한  
 것이므로 그림과 같다.



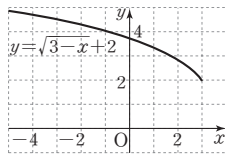
**237** [답] 해설 참조

함수  $y = \sqrt{3-x}$ 에서  
 $y = \sqrt{-(x-3)}$ 이므로 이 함  
 수의 그래프는 함수  
 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의  
 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이므로 그림과 같다.



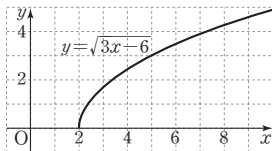
**238** [답] 해설 참조

함수  $y = \sqrt{3-x} + 2$ 에서  
 $y = \sqrt{-(x-3)} + 2$ 이므로  
 이 함수의 그래프는 함수  
 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방  
 향으로  $3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이므  
 로 그림과 같다.



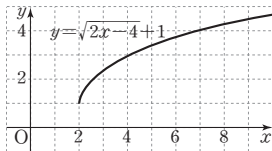
**239** [답] 해설 참조, 정의역:  $\{x|x \geq 2\}$ , 치역:  $\{y|y \geq 0\}$

$y = \sqrt{3x-6}$ 에서  $y = \sqrt{3(x-2)}$



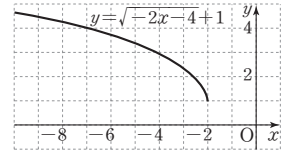
**240** [답] 해설 참조, 정의역:  $\{x|x \geq 2\}$ , 치역:  $\{y|y \geq 1\}$

$y = \sqrt{2x-4} + 1$ 에서  $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



**241** [답] 해설 참조, 정의역:  $\{x|x \leq -2\}$ , 치역:  $\{y|y \geq 1\}$

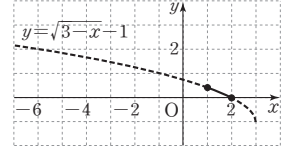
$y = \sqrt{-2x-4} + 1$ 에서  
 $y = \sqrt{-2(x+2)} + 1$



**242** [답] 해설 참조, 치역:  $\{y|0 \leq y \leq \sqrt{2}-1\}$

$y = \sqrt{3-x} - 1$ 에서  
 $y = \sqrt{-(x-3)} - 1$

정의역이  $\{x|1 \leq x \leq 2\}$   
 이므로

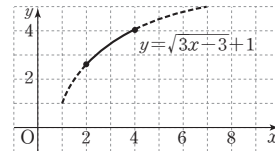


(i)  $x=1$ 일 때,  $y = \sqrt{3-1} - 1 = \sqrt{2} - 1$

(ii)  $x=2$ 일 때,  $y = \sqrt{3-2} - 1 = 0$

$\therefore$  치역:  $\{y|0 \leq y \leq \sqrt{2}-1\}$

**243** [답] 해설 참조, 치역:  $\{y|\sqrt{3}+1 \leq y \leq 4\}$



$y = \sqrt{3x-3} + 1$ 에서  $y = \sqrt{3(x-1)} + 1$

정의역이  $\{x|2 \leq x \leq 4\}$ 이므로

(i)  $x=2$ 일 때,  $y = \sqrt{3 \cdot 2 - 3} + 1 = \sqrt{3} + 1$

(ii)  $x=4$ 일 때,  $y = \sqrt{3 \cdot 4 - 3} + 1 = 4$

$\therefore$  치역:  $\{y|\sqrt{3}+1 \leq y \leq 4\}$

**244** [답] (1) ①  $p, q$  ② (i)  $\{x|x \geq p\}, \{y|y \geq q\}$ ,

(ii)  $\{x|x \leq p\}, \{y|y \geq q\}$

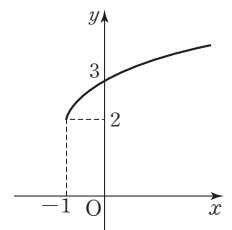
(2)  $y = \sqrt{a(x-p)} + q$ , (i)  $\{x|x \geq -\frac{b}{a}\}, \{y|y \geq c\}$

(ii)  $\{x|x \leq -\frac{b}{a}\}, \{y|y \geq c\}$

**245** [답]  $a=1, b=1, c=2$

주어진 무리함수의 그래프는

함수  $y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )의 그래프  
 를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행  
 이동한 것이므로



$y = \sqrt{a(x+1)} + 2$  ..... ㉠

주어진 그래프가 점  $(0, 3)$ 을 지나므로

$3 = \sqrt{a+2} + 2, \sqrt{a+2} = 1 \therefore a = 1$

$a = 1$ 을 ㉠에 대입하면  $y = \sqrt{x+1} + 2$

$\therefore b = 1, c = 2$

246 **답**  $a=\sqrt{2}, b=2, c=-1$

주어진 무리함수의 그래프는 함수  $y=a\sqrt{x}$  ( $a>0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y=a\sqrt{x+2}-1 \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점  $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1=a\sqrt{2}-1, a\sqrt{2}=2$$

$$\therefore a=\sqrt{2}$$

$$a=\sqrt{2}\text{를 } \textcircled{1}\text{에 대입하면}$$

$$y=\sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{2}, b=2, c=-1$$

247 **답**  $a=4, b=4, c=-1$

주어진 무리함수의 그래프는 함수  $y=\sqrt{ax}$  ( $a>0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y=\sqrt{a(x+1)}-1 \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점  $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1=\sqrt{a}-1, \sqrt{a}=2$$

$$\therefore a=4$$

$$a=4\text{를 } \textcircled{1}\text{에 대입하면}$$

$$y=\sqrt{4(x+1)}-1$$

$$=\sqrt{4x+4}-1$$

$$\therefore a=4, b=4, c=-1$$

248 **답**  $a=-\frac{4}{3}, b=\frac{4}{3}, c=2$

주어진 무리함수의 그래프는 함수  $y=-\sqrt{ax}$  ( $a<0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y=-\sqrt{a(x-1)}+2 \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점  $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0=-\sqrt{a(-2-1)}+2, -\sqrt{-3a}=-2$$

$$\sqrt{-3a}=2, -3a=4 \quad \therefore a=-\frac{4}{3}$$

$$a=-\frac{4}{3}\text{를 } \textcircled{1}\text{에 대입하면}$$

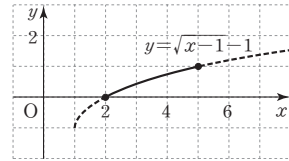
$$y=-\sqrt{-\frac{4}{3}(x-1)}+2=-\sqrt{-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}}+2$$

$$\therefore a=-\frac{4}{3}, b=\frac{4}{3}, c=2$$

249 **답** (i)  $-\frac{b}{a}, c$  (ii) 대입

250 **답**  $M=1, m=0$

함수  $y=\sqrt{x-1}-1$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 그림과 같다.

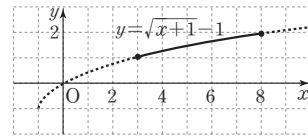


(i)  $x=5$ 일 때, 최댓값  $M=\sqrt{5-1}-1=1$

(ii)  $x=2$ 일 때, 최솟값  $m=\sqrt{2-1}-1=0$

251 **답**  $M=2, m=1$

함수  $y=\sqrt{x+1}-1$ 의 그래프는 그림과 같다.

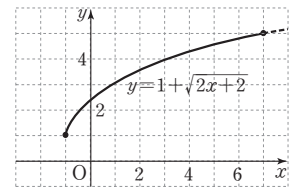


(i)  $x=8$ 일 때, 최댓값  $M=\sqrt{8+1}-1=2$

(ii)  $x=3$ 일 때, 최솟값  $m=\sqrt{3+1}-1=1$

252 **답**  $M=5, m=1$

$y=1+\sqrt{2x+2}$ , 즉  $y=\sqrt{2(x+1)}+1$ 의 그래프는 그림과 같다.



(i)  $x=7$ 일 때, 최댓값  $M=1+\sqrt{2\cdot 7+2}=5$

(ii)  $x=-1$ 일 때, 최솟값  $m=1+\sqrt{2\cdot (-1)+2}=1$

253 **답** 1

함수  $y=\sqrt{-x+a}-2$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값은 감소한다.

따라서  $x=-3$ 일 때 최댓값,  $x=4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$x=-3\text{일 때, 최댓값이 } 2\text{이므로}$$

$$2=\sqrt{3+a}-2, \sqrt{3+a}=4$$

$$3+a=16 \quad \therefore a=13$$

$$\therefore y=\sqrt{-x+13}-2$$

따라서  $x=4$ 일 때, 최솟값은

$$y=\sqrt{-4+13}-2=1$$

254 ㉠ 1

함수  $y = \sqrt{2x+a}-1$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값도 증가한다.

따라서  $x=0$ 일 때 최솟값,  $x=6$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$x=6$ 일 때, 최댓값이 3이므로

$$3 = \sqrt{2 \cdot 6 + a} - 1$$

$$4 = \sqrt{12 + a}$$

$$16 = 12 + a$$

$$\therefore a = 4$$

$$\therefore y = \sqrt{2x+4} - 1$$

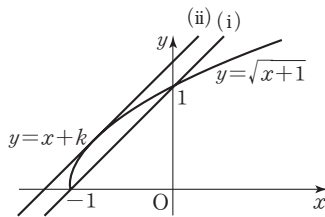
$x=0$ 일 때, 최솟값은

$$y = \sqrt{2 \cdot 0 + 4} - 1 = 1$$

255 ㉠ (i)  $f(q), f(p)$  (ii)  $f(p), f(q)$

256 ㉠ 1)  $k > \frac{5}{4}$  2)  $k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$  3)  $1 \leq k < \frac{5}{4}$

함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\boxed{-1}$ 만큼 평행이동한 것이고, 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(\boxed{-1}, 0)$ 을 지날 때,

$$0 = -1 + k$$

$$\therefore k = \boxed{1}$$

(ii) 함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때,

$\sqrt{x+1} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$\therefore x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-4k+5=0$$

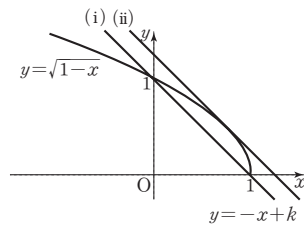
$$\therefore k = \boxed{\frac{5}{4}}$$

1) 만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{5}{4}$

2) 한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k < 1$  또는  $k = \boxed{\frac{5}{4}}$

3) 서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 1 \leq k < \boxed{\frac{5}{4}}$

257 ㉠ 1)  $k > \frac{5}{4}$  2)  $k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$  3)  $1 \leq k < \frac{5}{4}$



(i) 직선  $y = -x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(ii) 함수  $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x+k$ 가 접할

때,  $\sqrt{1-x} = -x+k$ ,  $1-x = x^2 - 2kx + k^2$

$$\therefore x^2 - (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$$

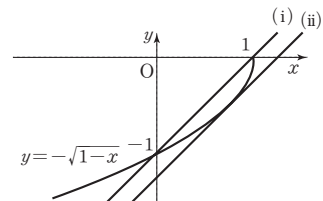
이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면

$$D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0, \quad -4k+5=0$$

$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

258 ㉠ 1)  $k < -\frac{5}{4}$  2)  $k > -1$  또는  $k = -\frac{5}{4}$

3)  $-\frac{5}{4} < k \leq -1$



(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,

$$0 = 1 + k \quad \therefore k = -1$$

(ii) 함수  $y = -\sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할

때,  $-\sqrt{1-x} = x+k$ ,  $1-x = x^2 + 2kx + k^2$

$$\therefore x^2 + (2k+1)x + k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면

$$D = (2k+1)^2 - 4(k^2-1) = 0, \quad 4k+5=0$$

$$\therefore k = -\frac{5}{4}$$

259 ㉠ (1)  $y=f(x), y=g(x)$  (2)  $D=0$

260 ㉠  $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 \quad (x \leq 4)$

함수  $y = 4 - \sqrt{2x+6}$ 의 치역이  $\{y | y \leq \boxed{4}\}$ 이므로 역함수의 정의역은  $\{x | x \leq \boxed{4}\}$ 이다.

$y = 4 - \sqrt{2x+6}$ 에서

$$y-4 = -\sqrt{2x+6}, \quad (y-4)^2 = 2x+6$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}(y-4)^2 - 3$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 \quad (x \leq \boxed{4})$$



## 단원 총정리 문제 II 함수

01 ②, ④	02 ③	03 ⑤	04 2	05 11
06 4	07 ④	08 9	09 ④	10 ②
11 ④	12 ②	13 ②	14 ②	

261 답  $y=(x-1)^2+1(x \geq 1)$ 

함수  $y=\sqrt{x-1}+1$ 의 치역이  $\{y|y \geq 1\}$ 이므로  
역함수의 정의역은  $\{x|x \geq 1\}$ 이다.

$$y=\sqrt{x-1}+1 \text{에서}$$

$$y-1=\sqrt{x-1}, (y-1)^2=x-1$$

$$\therefore x=(y-1)^2+1$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=(x-1)^2+1(x \geq 1)$$

262 답  $k=8, y=8-x^2(x \geq 0)$ 

함수  $y=\sqrt{k-x}$ 의 역함수의 그래프가 점 P(2, 4)를 지나고, 점 P(2, 4)와 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭인 점은 점 (4, 2)이다.

따라서 함수  $y=\sqrt{k-x}$ 의 그래프는 점 (4, 2)를 지난다.

$$\text{즉, } 2=\sqrt{k-4} \text{이므로 } 4=k-4$$

$$\therefore k=8$$

$y=\sqrt{8-x}$ 의 양변을 제곱하면

$$y^2=8-x \quad \therefore x=8-y^2$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=8-x^2(x \geq 0)$$

263 답  $k=10, y=x^2-10(x \geq 0)$ 

함수  $y=\sqrt{x+k}$ 의 역함수의 그래프가 점 P(4, 6)을 지나고, 점 P(4, 6)과 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭인 점은 점 (6, 4)이다.

따라서 함수  $y=\sqrt{x+k}$ 의 그래프는 점 (6, 4)를 지난다.

$$\text{즉, } 4=\sqrt{6+k} \text{이므로 } 16=6+k$$

$$\therefore k=10$$

$y=\sqrt{x+10}$ 의 양변을 제곱하면

$$y^2=x+10 \quad \therefore x=y^2-10$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=x^2-10(x \geq 0)$$

264 답 (i)  $x, y$  (ii)  $x, y$  (iii) 정의역, 치역

## 01 답 ②, ④

$$f(xy)=f(x)+f(y) \dots \text{㉠}$$

$$\text{㉠에 } x=1, y=1 \text{을 대입하면 } f(1)=f(1)+f(1)$$

$$\therefore f(1)=0 \Rightarrow f(1)+f(2)=f(2)$$

$$\text{㉠에 } y=\frac{1}{x} \text{을 대입하면 } f(1)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$0=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f(x)=-f\left(\frac{1}{x}\right) \quad \therefore f(2)=-f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{㉠에 } y=x \text{를 대입하면 } f(x^2)=2f(x) \Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}f(x^2)$$

$$\therefore f(2)=\frac{1}{2}f(4)$$

$$\therefore f(1)+f(2)=f(2)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}f(4)$$

따라서 구하는 것을 모두 고르면 ②, ④이다.

## 02 답 ③

함수  $y=-x+b$ 를  $f(x)=-x+b$ 라고 하면 함수  $f(x)$ 는 감소함수이다.

따라서 함수  $f(x)$ 가 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 일대일대응이 되려면  $f(a)=6, f(3)=0$

$$-a+b=6, -3+b=0 \quad \therefore a=-3, b=3$$

$$\therefore a+b=0$$

## 03 답 ⑤

$$(f \circ f)(x)=f(f(x))=f(2x+a)$$

$$=2(2x+a)+a=4x+3a$$

$$4x+3a=bx+3 \text{이므로}$$

$$4=b, 3a=3 \quad \therefore a=1, b=4$$

$$\therefore a+b=5$$

## 04 답 2

$$(g \circ f)(x)=g(f(x))=g(ax+b)=ax+b+c$$

$$ax+b+c=2x+2 \text{이므로 } a=2, b+c=2$$

$$f(0)=1 \text{에서 } b=1 \Rightarrow c=1$$

$$\therefore abc=2 \cdot 1 \cdot 1=2$$

05 ㉡ 11

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(3x+a)$$

$$= 3(3x+a) + a = 9x + 4a$$

$$9x + 4a = bx + 8 \text{ 이므로}$$

$$9 = b, 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\therefore a + b = 2 + 9 = 11$$

06 ㉡ 4

함수  $f$ 의 역함수가 존재하려면 함수  $f$ 는 일대일 대응이어야 하고, 직선  $f(x)$ 의 기울기는 양수이므로

$$f(1) = a, f(2) = b$$

$$a = f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1, b = f(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$$

$$\therefore ab = 4$$

07 ㉡ ④

$$(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(a) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(a)$$

$$= (f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a))$$

$$g^{-1}(a) = k \text{ 라고 하면 } g(k) = a$$

$$k^2 = a \quad \therefore k = \sqrt{a} (\because k > 0)$$

$$(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(a) = f(\sqrt{a}) = 2\sqrt{a}$$

$$2\sqrt{a} = 4 \text{ 이므로 } \sqrt{a} = 2 \quad \therefore a = 4$$

08 ㉡ 9

함수  $f$ 의 역함수가 함수  $g$ 이므로  $f^{-1} = g$ , 즉  $g^{-1} = f$

$$g(7) = f^{-1}(7)$$

$$f^{-1}(7) = k \text{ 로 놓으면 } f(k) = 7$$

$$2k - 1 = 7, 2k = 8 \quad \therefore k = 4 \Rightarrow g(7) = 4$$

$$\therefore g(7) + g^{-1}(3) = 4 + f(3) = 4 + 2 \cdot 3 - 1 = 9$$

09 ㉡ ④

$y = \frac{k}{x-2} + 3$ 의 그래프가 점  $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{k}{3-2} + 3 \quad \therefore k = -2$$

따라서  $y = \frac{-2}{x-2} + 3 = \frac{-2 + 3(x-2)}{x-2} = \frac{3x-8}{x-2}$  이므로

$$a = 3, b = -8, c = -2 \quad \therefore abc = 48$$

10 ㉡ ②

점근선의 방정식이  $x = -1, y = 2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+1} + 2 \quad (k \neq 0) \dots\dots \textcircled{1}$$

로 놓고, 이 그래프가 점  $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{1+1} + 2 \quad \therefore k = -4$$

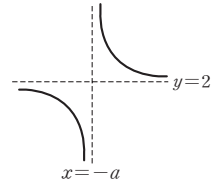
$k = -4$ 를  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $y = \frac{-4}{x+1} + 2 = \frac{2x-2}{x+1}$  이므로

$$a = 2, b = -2, c = -1 \quad \therefore a + b + c = -1$$

11 ㉡ ④

$$\text{함수 } y = \frac{2x+3}{x+a} = \frac{2(x+a)+3-2a}{x+a} = \frac{3-2a}{x+a} + 2$$

의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



$a > 2$ 이므로  $x = 0$ 일 때

최댓값,  $x = 2$ 일 때 최솟값을 갖는

다. 즉,  $x = 0$ 일 때  $y = 1$ 이므로

$$1 = \frac{3}{a} \quad \therefore a = 3$$

따라서 구하는 최솟값은  $x = 2$ 일 때이므로  $\frac{2 \cdot 2 + 3}{2 + 3} = \frac{7}{5}$

12 ㉡ ②

$f(x) = \frac{1}{x-k} + 1$ 을  $y = \frac{1}{x-k} + 1$ 이라고 하면

$$\frac{1}{x-k} = y - 1, x - k = \frac{1}{y-1} \quad \therefore x = \frac{1}{y-1} + k$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{x-1} + k$$

$$f = f^{-1} \text{ 이므로 } \frac{1}{x-k} + 1 = \frac{1}{x-1} + k \quad \therefore k = 1$$

13 ㉡ ②

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{x} - 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{-1}{x-1}$$

$$f^3(x) = (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = \frac{-1}{\frac{x-1}{x} - 1} = x$$

함수  $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3k}(x)$  ( $k$ 는 자연수) 이므로

$$f^{11}(10) = f^2(10) = \frac{-1}{10-1} = -\frac{1}{9}$$

14 ㉡ ②

(i) 직선  $y = ax + 1$ 이 점  $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때,  $0 = \frac{3}{2}a + 1$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

(ii)  $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선  $y = ax + 1$ 이 접할 때,

$$\sqrt{2x-3} = ax + 1, 2x - 3 = a^2x^2 + 2ax + 1,$$

$$a^2x^2 + 2(a-1)x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (a-1)^2 - 4a^2 = 0, 3a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$(3a-1)(a+1) = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{3} (\because a \neq -1)$$

(i), (ii)에서  $-\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{1}{3}$

$$\therefore m + n = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

### III 경우의 수

#### III-1 합의 법칙과 곱의 법칙

pp. 132~135

##### 01 답 6

$$2+4=6(\text{가지})$$

##### 02 답 10

치마의 종류는 7가지, 바지의 종류는 3가지이므로

$$7+3=10(\text{가지})$$

##### 03 답 7

$$3+2+2=7(\text{가지})$$

##### 04 답 7

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 4인 경우

(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(ii) 눈의 수의 합이 5인 경우

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여  $3+4=7(\text{가지})$

##### 05 답 6

5의 배수가 적힌 공은 5, 10, 15, 20으로 4가지

8의 배수가 적힌 공은 8, 16으로 2가지

1부터 20까지의 자연수 중 5와 8의 공배수가 없으므로

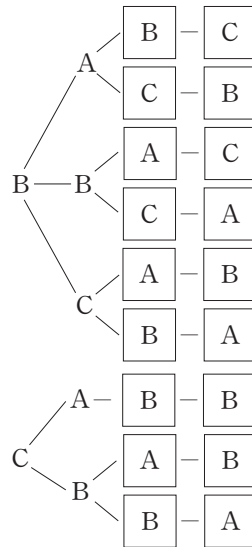
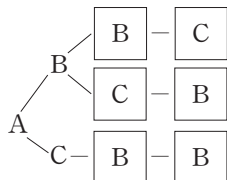
합의 법칙에 의하여  $4+2=6(\text{가지})$

##### 06 답 5

학교에서 도서관까지 가는 버스 노선은 3개, 지하철 노선은 2개이므로 학교에서 도서관까지 버스 또는 지하철을 타고 가는 방법의 수는 합의 법칙에 의하여

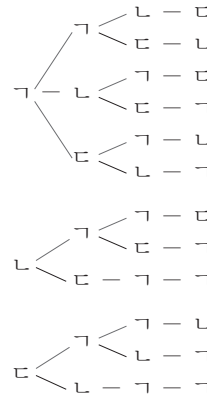
$$3+2=5(\text{가지})$$

##### 07 답 12



따라서 배열하는 방법의 수는 12가지이다.

##### 08 답 12



따라서 배열하는 방법의 수는 12(가지)이다.

##### 09 답 2

A, B, C 세 명의 학생의 신발을 각각  $a, b, c$ 라 하자.

자기 신발이 아닌 신발을 신는 경우를

$$\begin{matrix} A & B & C \\ < \begin{matrix} b - c - a \\ c - a - b \end{matrix} \end{matrix}$$

구해 보면 오른쪽과 같다.

따라서 구하는 경우는 2가지이다.

##### 10 답 3

계수가 큰 문자  $x$ 의 값을 기준으로 경우를 나누면

(i)  $x=0$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (0, 5)

(ii)  $x=1$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (1, 3)

(iii)  $x=2$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (2, 1)

(iv)  $x=3$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (3, -1)

⋮

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

11 [답] 3

계수가 큰 문자  $y$ 의 값을 기준으로 경우를 나누면

- (i)  $y=0$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는  $(10, 0)$
- (ii)  $y=1$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는  $(6, 1)$
- (iii)  $y=2$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는  $(2, 2)$
- (iv)  $y=3$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는  $(-2, 3)$
- ⋮

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

12 [답] 5

계수가 큰 문자  $x$ 의 값을 기준으로 경우를 나누면

- (i)  $x=0$ 일 때,  $y+2z=5$   
순서쌍  $(y, z)$ 는  $(5, 0), (3, 1), (1, 2)$
- (ii)  $x=1$ 일 때,  $y+2z=2$   
순서쌍  $(y, z)$ 는  $(2, 0), (0, 1)$
- (iii)  $x=2$ 일 때,  $y+2z=-1$   
순서쌍  $(y, z)$ 는 없다.

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 5이다.

13 [답] (1) 사건 (2) 경우의 수 (3)  $m+n$

14 [답] 6

등산로 입구에서 쉼터까지 가는 방법은 2가지,  
쉼터에서 약수터까지 가는 방법은 3가지  
따라서 구하는 방법의 수는  $2 \times 3 = 6$ (가지)이다.

15 [답] 8

곱의 법칙에 의하여  $2 \times 4 = 8$ (가지)

16 [답] 24

남학생 대표를 뽑는 방법은 4가지,  
여학생 대표를 뽑는 방법의 수는 6가지  
따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여  
 $4 \times 6 = 24$ (가지)

17 [답] 30

초등학교 교사 대표를 뽑는 경우는 3가지,  
중학교 교사 대표를 뽑는 경우는 2가지,  
고등학교 교사 대표를 뽑는 경우는 5가지  
따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여  
 $3 \times 2 \times 5 = 30$ (가지)

18 [답] 35

짝수는 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수이므로 5가지,  
십의 자리의 숫자는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9인 수이므로 7가지  
따라서 30 이상의 두 자리 자연수 중에서 짝수의 개수는  
 $5 \times 7 = 35$ (개)

19 [답] 10

5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0, 5인 수이므로 2가지,  
십의 자리의 숫자는 2, 3, 4, 5, 6인 수이므로 5가지  
따라서 20 이상 70 미만인 두 자리 자연수 중에서 5의  
배수의 개수는  $2 \times 5 = 10$ (개)

20 [답] 9

36을 소인수분해하면  $36 = 2^2 \times 3^2$   
 $2^2$ 의 양의 약수  $\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{2^2}$ 의  $\boxed{3}$ 개  
 $3^2$ 의 양의 약수는  $\boxed{1}, \boxed{3}, \boxed{3^2}$ 의  $\boxed{3}$ 개  
즉, 각각의 양의 약수에서 하나씩 택하여 곱하면 이들은  
모두 36의 양의 약수가 된다.  
따라서 36의 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여  
 $3 \times 3 = \boxed{9}$ (개)이다.

21 [답] 10

48을 소인수분해하면  $48 = 2^4 \times 3$   
 $2^4$ 의 양의 약수는 1, 2,  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $2^4$ 의 5개  
3의 양의 약수는 1, 3의 2개  
따라서 48의 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여  
 $5 \times 2 = 10$ (개)이다.

22 [답] 90

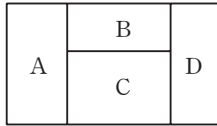
40을 소인수분해하면  $40 = 2^3 \times 5$   
 $2^3$ 의 양의 약수는  $\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{2^2}, \boxed{2^3}$   
5의 양의 약수는  $\boxed{1}, \boxed{5}$   
40의 양의 약수의 총합은  $2^3$ 의 양의 약수와 5의 양의 약수  
의 곱의 합이므로  
(약수의 총합) =  $(\boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{2^2} + \boxed{2^3})(\boxed{1} + \boxed{5}) = \boxed{90}$

23 [답] 144

70을 소인수분해하면  $70 = 2 \times 5 \times 7$   
2의 양의 약수는 1, 2 / 5의 양의 약수는 1, 5 /  
7의 양의 약수는 1, 7  
70의 양의 약수의 총합은 2의 양의 약수, 5의 양의 약수,  
7의 양의 약수의 곱의 합이므로  
(약수의 총합) =  $(1+2)(1+5)(1+7) = 144$

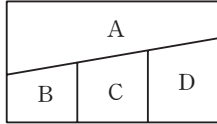
24 [답] 6

B에 칠할 수 있는 색은 3가지,  
A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 2가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 1가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.  
따라서 칠하는 경우의 수는  $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)이다.



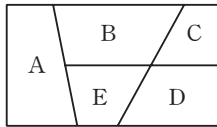
25 [답] 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지,  
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.  
따라서 칠하는 경우의 수는  $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ (가지)이다.



26 [답] 720

B에 칠할 수 있는 색은 5가지,  
A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지, D에 칠할 수 있는 색은 C, E에 칠한 색을 제외한 3가지이다.  
따라서 칠하는 경우의 수는  $5 \times 4 \times 3 \times 4 \times 3 = 720$ (가지)이다.



27 [답] (1)  $m \times n$  (2)  $(p+1)(q+1)(r+1)$

### III-2 순열과 조합

pp. 136 - 143

28 [답] 1)  ${}_3P_2$  2)  ${}_3P_3$  3)  ${}_4P_2$  4)  ${}_4P_3$

29 [답] 1) 120 2) 1 3) 120 4) 120 5) 336

1)  ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

2)  ${}_8P_0 = 1$

3)  ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

4)  ${}_5P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

5)  ${}_8P_3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$

30 [답] 30

6명 중 순서를 고려해서 2명을 뽑아 나열하는 경우의 수와 같으므로  ${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$ (가지)

31 [답] 120

6명 중 순서를 고려해서 3명을 뽑아 나열하는 경우의 수와 같으므로  ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$ (가지)

32 [답] 20

5개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 것이므로 경우의 수는  ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$ (가지)

33 [답] 840

7개 중 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 것이므로 경우의 수는  ${}_7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ (가지)

34 [답] 24

4개 중 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 것이므로 경우의 수는  ${}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

35 [답] 1) 12 2) 12 3) 3

1) 위원장으로 반드시 A가 뽑혀야 하므로 A를 고정시키고 나머지 4명 중에서 2명을 뽑아 나열하는 것과 같다. 따라서 구하는 경우의 수는  ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (가지)이다.

2) 서기로 C가 뽑혀야 하므로 C를 고정시키고 나머지 4명 중에서 2명을 뽑아 나열하는 것과 같다.

따라서 구하는 경우의 수는  ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (가지)이다.

3) 위원장으로 A, 부위원장으로 E가 뽑혀야 하므로 A, E를 고정시키고 나머지 3명 중에서 1명을 뽑아 나열하는 것과 같다.

따라서 구하는 경우의 수는  ${}_3P_1 = 3$ (가지)이다.

36 [답] 84

5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$5! = 120$ (가지)

모음은 O, E, A의 3개이므로 양 끝에 모음이 오도록 나열하는 방법의 수는

${}_3P_2 \times 3! = 36$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는  $120 - 36 = 84$ (가지)이다.

37 [답] 36

7명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는  ${}_7P_2 = 42$ (가지)

회장과 부회장을 남학생 중에서 모두 뽑는 방법의 수는

${}_3P_2 = 6$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는  $42 - 6 = 36$ (가지)이다.

38 [답] 6

${}_n P_2 = 30$ 에서  $n(n-1) = 30 = 6 \times 5 \quad \therefore n = 6$

39 [답] 10

$$n(n-1)=90=10 \times 9 \quad \therefore n=10$$

40 [답] 6

$$n(n-1)(n-2)=120=6 \times 5 \times 4 \quad \therefore n=6$$

41 [답] 7

$$n(n-1)(n-2)=5n(n-1) \Leftrightarrow n-2=5 \quad \therefore n=7$$

42 [답] 8

$$\begin{aligned} n(n-1)(n-2)(n-3) &= 30n(n-1) \\ (n-2)(n-3) &= 30=6 \times 5 \quad \therefore n=8 \end{aligned}$$

43 [답] 7

$$\begin{aligned} 24n(n-1)(n-2) &= n(n-1)(n-2) \cdots (n-5) \\ (n-3)(n-4)(n-5) &= 24=4 \times 3 \times 2 \quad \therefore n=7 \end{aligned}$$

44 [답] 1) 48 2) 96 3) 18 4) 60

- 1) 먼저 첫 번째 자리에는  $\boxed{0}$ 이 올 수 없으므로  $\boxed{0}$ 을 제외한  $\boxed{4}$ 가지가 올 수 있다.  
나머지 자리에는 첫 번째 자리에 쓰인 숫자를 제외한  $\boxed{4}$ 개의 숫자 중 2개를 뽑아 나열하면 되므로 이 경우의 수는  ${}_4P_2 = \boxed{12}$ (가지)  
따라서 구하는 경우의 수는  $\boxed{4} \times 12 = \boxed{48}$ (가지)
- 2) 먼저 첫 번째 자리에는 0이 올 수 없으므로 0을 제외한 4가지가 올 수 있다.  
나머지 자리에는 첫 번째 자리에 쓰인 숫자를 제외한 4개의 숫자 중 3개를 뽑아 나열하면 되므로  ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)  
따라서 구하는 경우의 수는  $4 \times 24 = 96$ (가지)이다.
- 3) 일의 자리에는 1, 3 중 어느 하나가 오면 되므로 이때의 경우의 수는 2가지, 백의 자리에는 0이 오면 안 되고, 일의 자리에 쓰인 숫자가 올 수 없으므로 3가지가 올 수 있다.  
나머지 자리에는 백의 자리, 일의 자리에 쓰인 수를 제외한 수 3가지가 올 수 있다.  
따라서 구하는 경우의 수는  $2 \times 3 \times 3 = 18$ (가지)이다.
- 4) (i) 일의 자리에 0이 쓰인 경우  
1, 2, 3, 4 중에 3개를 뽑아 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)

- (ii) 일의 자리에 2가 쓰인 경우  
천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 0, 2를 제외한 3가지가 올 수 있고, 나머지 자리에는 천의 자리와 일의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 3가지 중 2개를 뽑아 나열하면 된다. 이때의 경우의 수는  
 $3 \times {}_3P_2 = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (가지)
- (iii) 일의 자리에 4가 쓰인 경우  
(ii)와 마찬가지로 18가지이다.  
따라서 (i), (ii), (iii)으로부터 구하는 경우의 수는  
 $24 + 18 + 18 = 60$ (가지)이다.

45 [답] 1) 54 2) 14

- 1) (i)  $35\Box\Box\Box$ 인 경우 : 1, 2, 4를 일렬로 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  $3! = 6$ (가지)이다.  
(ii)  $4\Box\Box\Box$ 인 경우 : 1, 2, 3, 5를 일렬로 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  $4! = 24$ (가지)이다.  
(iii)  $5\Box\Box\Box$ 인 경우 : (ii)의 경우와 같으므로 24가지이다.  
(i), (ii), (iii)으로부터 구하는 경우의 수는  
 $6 + 24 + 24 = 54$ (가지)이다.
- 2) 5의 배수는 일의 자리의 수가 5이어야 한다.  
(i)  $1\Box\Box\Box 5$ 인 경우 : 2, 3, 4를 일렬로 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  $3! = 6$ (가지)이다.  
(ii)  $2\Box\Box\Box 5$ 인 경우 : 1, 3, 4를 일렬로 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  $3! = 6$ (가지)이다.  
(iii)  $31\Box\Box 5$ 인 경우 : 2, 4를 일렬로 나열하면 되므로 이때의 경우의 수는  $2! = 2$ (가지)이다.  
(i), (ii), (iii)으로부터 구하는 경우의 수는  
 $6 + 6 + 2 = 14$ (가지)이다.

46 [답] 1) 40 2) cabed

- 1)  $bdcea$ 보다 앞에 배열되는 문자의 수를 구해 보면  
 $a\Box\Box\Box\Box \leftarrow 4! = 24$ (가지)  
 $ba\Box\Box\Box \leftarrow 3! = 6$ (가지)  
 $bc\Box\Box\Box \leftarrow 3! = 6$ (가지)  
 $bda\Box\Box \leftarrow 2! = 2$ (가지)  
 $bdcae \leftarrow 1$ 가지  
 $bdcea \leftarrow 1$ 가지  
따라서  $bdcea$ 는 40번째에 배열된다.
- 2)  $a\Box\Box\Box\Box \leftarrow 4! = 24$ (가지)  
 $b\Box\Box\Box\Box \leftarrow 4! = 24$ (가지)  
이므로 49번째에는  $cabde$ 가 배열된다.  
따라서 50번째에 배열되는 문자는  $cabed$ 이다.

47 [답] 1) 144 2) 72 3) 144 4) 72

1) 여자 3명을 한 명으로 생각하여 남자 3명과 나열하면 4명을 일렬로 세우는 것과 같으므로 이때의 경우의 수는  $4!$ (가지)이고, 여자들끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수가  $3!$ (가지)이다.

따라서 구하는 경우의 수는  $4! \times 3! = 144$ (가지)이다.

2) 남자 3명 또는 여자 3명을 먼저 세우는 경우의 수는 각각  $3! = 6$ (가지)



이때, 여자 또는 남자가 맨 앞에 서는 경우는 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는  $2 \times 6 \times 6 = 72$ (가지)이다.

3) 양 끝에 남자를 세우는 경우의 수가

${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$ (가지)이고, 그 각각의 경우에 대하여

4명을 일렬로 세우는 경우의 수는  $4! = 24$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는  $6 \times 24 = 144$ (가지)이다.

4) 남자를 한 묶음, 여자를 한 묶음으로 생각하면 이들을 배열하는 경우의 수는 2가지이다.

한편 남자끼리, 여자끼리 모두 각각 자리를 서로 바꿀 수 있으므로 이때의 경우의 수는  $3! \times 3! = 36$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는  $2 \times 36 = 72$ (가지)이다.

48 [답] (1) 순열,  ${}_nP_r$

(2) ①  $n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

②  $\frac{n!}{(n-r)!}$

③  $n!, 1, 1$

49 [답] 1)  ${}_3C_2$  2)  ${}_5C_3$  3)  ${}_6C_4$  4)  ${}_3C_2$

50 [답] 1) 3 2) 3 3) 6 4) 10

1)  ${}_3C_1 = \frac{3!}{1!2!} = 3$     2)  ${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$

3)  ${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$     4)  ${}_5C_3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$

51 [답] 8

${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 = 8 \times 7$

$\therefore n = 8$

52 [답] 5

${}_nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10$

$n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3 \quad \therefore n = 5$

53 [답] 4

${}_{n+2}C_n = {}_{n+2}C_2$ 이므로

$\frac{(n+2)(n+1)}{2 \times 1} = 15 \Rightarrow (n+2)(n+1) = 6 \times 5$

$\therefore n = 4$

54 [답] 5

${}_nC_2 + {}_nC_3 = 20$ 에서

$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 20$

$3n(n-1) + n(n-1)(n-2) = 120$

$n(n-1)(n+1) = 120$

$(n+1)n(n-1) = 6 \times 5 \times 4$

$\therefore n = 5$

55 [답] 15

${}_6C_2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지)

56 [답] 120

${}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ (가지)

57 [답] 10

${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (가지)

58 [답] 56

${}_8C_3 = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (가지)

59 [답] 6

D가 반드시 뽑혀야 하므로 미리 뽑아 놓고 A, B, C, E의 4개의 문자 중에서 2개를 뽑는 방법과 같다. 따라서 구하는 방법의 수는  ${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$ (가지)이다.

60 [답] 81

장미 2송이를 반드시 포함하는 경우는 다음과 같이 3가지가 있다.

(i) 장미 2송이, 튜립 2송이를 뽑는 경우의 수

${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{2!3!} = 6 \times 10 = 60$ (가지)

(ii) 장미 3송이, 튜립 1송이를 뽑는 경우의 수

${}_4C_3 \times {}_5C_1 = {}_4C_1 \times {}_5C_1 = 4 \times 5 = 20$ (가지)

(iii) 장미 4송이를 뽑는 경우의 수  ${}_4C_4 = 1$ (가지)

(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$60 + 20 + 1 = 81$ (가지)이다.



61 [답] 10

특정한 남학생 1명을 이미 뽑았다고 하면 남학생 2명, 여학생 3명, 즉 총 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수와 같다. 따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10(\text{가지})$$

62 [답] 21

특정한 남학생 1명, 여학생 1명을 이미 뽑았다고 하면 남학생 3명, 여학생 4명, 즉 총 7명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수와 같다. 따라서 구하는 방법의 수는

$${}_7C_2 = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21(\text{가지})$$

63 [답] 1) 432 2) 216 3) 144 4) 216

1) 남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$$

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3(\text{가지})$$

뽑힌 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$4! = 24(\text{가지})$$

따라서 구하는 방법의 수는  $6 \times 3 \times 4! = 432$  (가지)

2) 남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$$

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3(\text{가지})$$

뽑힌 남학생 2명을 하나로 생각하면 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는  $3! = 6$ (가지)이고 남학생 2명이 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$$6 \times 3 \times 6 \times 2 = 216(\text{가지})$$

3) 남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$$

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3(\text{가지})$$

뽑힌 남학생 2명, 여학생 2명을 각각 하나로 생각하면 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는  $2! = 2$ (가지)이고 각각이 자리를 바꿀 수 있으므로  $2! \times 2! = 4$ (가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는  $6 \times 3 \times 2 \times 4 = 144$ (가지)

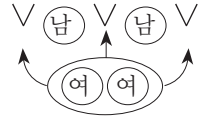
4) 남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$$

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3(\text{가지})$$

뽑힌 남학생 2명을 먼저 세우는



방법의 수는 2가지, 그 사이에

여학생을 세우는 방법의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6(\text{가지})$$

따라서 구하는 방법의 수는  $6 \times 3 \times 2 \times 6 = 216$ (가지)

64 [답] 10

직선은 2개의 점을 지나게 하여 만들 수 있으므로

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10(\text{개})$$

65 [답] 4

삼각형은 3개의 점을 이어 만들 수 있으므로

$${}_4C_3 = \frac{4!}{3!1!} = 4(\text{개})$$

66 [답] 18

삼각형은 3개의 점을 이어서 만들 수 있으므로

$${}_6C_3 = \frac{6!}{3!3!} = 20(\text{가지})$$

이때 일직선 위의 세 점이 선택된 경우에는 삼각형을 만들 수 없으니까 2가지를 빼주어야 하므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는  $20 - 2 = 18$ (개)이다.

67 [답] 1) 100 2) 30

1) 5개의 가로선 중 2개를 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10(\text{개})$$

5개의 세로선 중 2개를 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10(\text{개})$$

따라서 구하는 직사각형의 개수는  $10 \times 10 = 100$ (개)

2) (i) 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수는  $4 \times 4 = 16$ (개)

(ii) 한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수는  $3 \times 3 = 9$ (개)

(iii) 한 변의 길이가 3인 정사각형의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개)

(iv) 한 변의 길이가 4인 정사각형의 개수는 1(개)

따라서 구하는 정사각형의 개수는  $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ (개)

68 [답] 18

3개의 가로선 중 2개를 택하는 방법의 수는  ${}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$ (개)

4개의 세로선 중 2개를 택하는 방법의 수는  ${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$ (개)

평행사변형은 가로선 2개와 세로선 2개를 택하면 만들어지므로 구하는 평행사변형의 개수는  $3 \times 6 = 18$ (개)



단원 총정리 문제 III 경우의 수

- 01 ②    02 24    03 ①    04 ③    05 ④  
 06 48    07 180    08 ③    09 ②    10 18  
 11 ③    12 31

01 ②

- (i) 두 주사위의 눈의 수의 합이 8인 경우는  
 (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) ← 5가지  
 (ii) 두 주사위의 눈의 수의 합이 9인 경우는  
 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) ← 4가지  
 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는  
 합의 법칙에 의해  $5+4=9$ (가지)

02 ② 24

- (i)  $A \rightarrow B \rightarrow D$ 로 가는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여  
 $2 \times 2 = 4$ (가지)  
 (ii)  $A \rightarrow C \rightarrow D$ 로 가는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여  
 $2 \times 1 = 2$ (가지)  
 (iii)  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 로 가는 방법의 수는 곱의 법칙에  
 의하여  $2 \times 3 \times 1 = 6$ (가지)  
 (iv)  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$ 로 가는 방법의 수는 곱의 법칙에  
 의하여  $2 \times 3 \times 2 = 12$ (가지)  
 (i)~(iv)는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여  
 $4+2+6+12=24$ (가지)

03 ①

- 계수가 큰 문자  $x$ 의 값을 기준으로 경우를 나누면  
 (i)  $x=0$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (0, 9)  
 (ii)  $x=1$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (1, 6)  
 (iii)  $x=2$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (2, 3)  
 (iv)  $x=3$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (3, 0)  
 (v)  $x=4$ 일 때, 순서쌍  $(x, y)$ 는 (4, -3)  
 ∴  
 따라서 구하는 순서쌍의 개수는 4이다.

04 ③

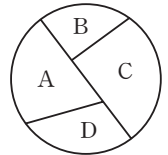
- 60을 소인수분해하면  $60=2^2 \times 3 \times 5$   
 $2^2$ 의 양의 약수는 1, 2,  $2^2$ 의 3개  
 $3$ 의 양의 약수는 1,  $3$ 의 2개  
 $5$ 의 양의 약수는 1,  $5$ 의 2개  
 따라서 구하는 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여  
 $3 \times 2 \times 2 = 12$ (개)

05 ④

- 100을 소인수분해하면  $100=2^2 \times 5^2$   
 $2^2$ 의 양의 약수는 1, 2,  $2^2$   
 $5^2$ 의 양의 약수는 1, 5,  $5^2$   
 $100$ 의 양의 약수의 총합은  $2^2$ 의 양의 약수와  $5^2$ 의 양의 약  
 수의 곱의 합이므로  
 (약수의 총합)  $= (1+2+2^2)(1+5+5^2) = 217$

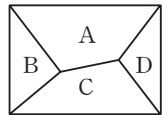
06 ④ 48

- A에 칠할 수 있는 색은 4가지, C에 칠  
 할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한  
 3가지, B와 D에 칠할 수 있는 색은 A,  
 C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.  
 따라서 구하는 경우의 수는  $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ (가지)



07 ① 180

- A에 칠할 수 있는 색은 5가지  
 B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을  
 제외한 4가지  
 C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지  
 D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지  
 따라서 구하는 방법의 수는  $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$ (가지)이다.



08 ③

- 그림과 같이 V의 4개의 자리 V(여)V(여)V(여)V  
 에 남자 4명을 일렬로 세우면 된다.  
 여자 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는  $3! = 6$ (가지)  
 남자 4명을 세우는 방법의 수는  $4! = 24$ (가지)  
 따라서 구하는 방법의 수는  $6 \times 24 = 144$ (가지)

09 ②

- 지영이는 반드시 뽑는다고 하므로 나머지 4명 중 1명을  
 뽑으면 되므로  ${}_4P_1 = 4$ (가지)  
 지영이가 회장 또는 부회장이 되는 경우는 2가지이므로  
 구하는 경우의 수는  $2 \times 4 = 8$ (가지)이다.

10 ① 18

- 먼저 백의 자리에 0이 올 수 없으므로 0을 제외한 3가지가  
 올 수 있다.  
 나머지 자리에서 백의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 3개의 숫  
 자 중 2개를 뽑아 나열하면 되므로 이 경우는  
 ${}_3P_2 = 6$ (가지)이다.  
 따라서 구하는 세 자리의 자연수의 개수는  $3 \times 6 = 18$ (가지)  
 이다.

11 [답] ③

서로 다른 지우개 4개 중에서 2개를 꺼내는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!1!} = 6(\text{가지})$$

서로 다른 볼펜 5개 중에서 3개를 꺼내는 방법의 수는

$${}_5C_3 = \frac{5!}{3!2!} = 10(\text{가지})$$

따라서 구하는 방법의 수는  $6 \times 10 = 60(\text{가지})$

12 [답] 31

7개의 점에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_7C_3 = \frac{7!}{3!4!} = 35(\text{가지})$$

직선 위의 4개 중 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = \frac{4!}{3!1!} = 4(\text{가지})$$

직선 위의 점으로 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는  $35 - 4 = 31(\text{개})$

### 4색 문제

제주도를 제외한 내륙의 인접한 13개의 도의 경계를 색칠하기로 구분하려면 몇 개의 색이 필요할까? 도의 경계가 확실하려면 인접한 도끼리는 다른 색으로 칠해야한다. 어떤 지도든지 4가지 색만으로 인접한 영역을 구분하여 칠할 수 있다는 것을 특별히 4색 문제라고 한다.

영국의 구드리라는 사람이 영국의 지도의 영역을 색칠하다가 '인접한 영역을 같은 색으로 칠하는 경우가 없게 하려면 최소 몇 가지 색이 필요한가?'라는 의문을 갖게 되었는데 이것이 4색 문제의 시초였다.

이 문제를 유한 개의 경우로 나누어서 컴퓨터를 1200시간을 가동하여 결국 4색 문제를 증명했다. 최초로 컴퓨터의 도움을 받아 푼 문제가 4색 문제이다.



## 한국에 대한 재미있는 통계 25

1. 세계에서 가장 많은 발음을 표기할 수 있는 나라(참고로 한글은 24개 문자로 11,000개, 일본은 300개, 중국어는 400개를 표기할 수 있다.)
2. 평균 지능지수가 세 자리인 세 나라 중 하나(홍콩 다음으로 2위)
3. 일하는 시간 세계 2위, 평균 노는 시간 세계 3위인 잠 없는 나라
4. 문맹률 1% 이하인 유일한 나라
5. 메모리 반도체, 선박 건조율 세계 1위
6. 초고속 인터넷 사용률, 인터넷 이용 시간 세계 1위
7. 노약자 보호석이 있는 5개 나라 중 하나
8. 기네스북에 등재된 기타를 가장 빨리 치는 사람 중 5명 한국인
9. 남녀 평등부가 있는 유일한 나라
10. 양치질을 하루 3번 하라고 가르치는 유일한 나라(참고로 다른 나라는 아침과 점심 사이 한 번과 잠자기 전 한 번)
11. 음악 수준이 가장 빠르게 발전한 나라
12. 세계 애니메이션 업계의 실무를 거의 다 담당하고 있는 나라
13. 중국 옆에 있는 나라 중 한 번도 지도에 중국이라고 표기된 적이 없었던 나라
14. 문자가 없는 나라에 문자를 UN이 제공하는 문자 한글
15. 아나바다 운동을 처음 시작한 나라
16. IMF 위기를 최단 시간에 극복한 나라
17. 세계에서 여자가 가장 예쁜 나라
18. 세계 10대 거대 도시 중 한 도시를 보유한 나라(서울은 세계 4대 거대 도시)
19. 고층 빌딩의 멋진 야경을 볼 수 있는 세계 10개국 중 하나
20. 미국도 무시하지 못하는 일본을 무시하는 전세계에서 가장 배짱있는 나라
21. 외국갈 때는 외국어를 공부해가는 몇 안 되는 나라
22. 세계 각 우수 대학의 1등을 휩쓸고 있는 한국인
23. GDP 세계 10위, 세계 군사력 6위를 보유하고도 개발도상국, 중진국이라며 선진국을 본 받자는 나라  
(2005년 IMF통계 GDP : 미국-일본-독일-영국-프랑스-중국-이탈리아-스페인-캐나다-한국,  
2004년 영국 왕립 합동 군사 연구소 통계 군사력 :미국-중국-러시아-프랑스-영국-한국)
24. 자동차 생산량 세계 6위
25. IT산업 일본 제치고 세계 1위, 휴대폰 보급률 세계 1위

[출처: cafe.daum.net/musicgarden]



## 큰 수들의 표현

현대에서 필수적인 컴퓨터의 사용으로 수에 대한 여러 표현들을 듣게 됩니다. 몇 십년 전에는 비트, 바이트, 킬로바이트, 메가바이트라는 용어를 흔히 썼었습니다. 요즘은 데이터 사용량을 기가바이트라는 용어가 널리 쓰이고 있습니다. 그런데 이따금 하드디스크 데이터 용량을 테라바이트라는 용어로 표현하기 시작했습니다. 이렇게 엄청난 수들을 표현하는 것이 얼마나 가능할지 궁금해집니다. 아래는 과거에 썼던 용어들, 현재 쓰고 있는 용어들, 미래에 쓸 용어들입니다.

비트 (Bit)

바이트 (Byte) 1Byte=8Bit

킬로바이트 (KB=KiloByte)

메가바이트 (MB=MegaByte)

기가바이트 (GB=GigaByte)

테라바이트 (TB=TeraByte)

페타바이트 (PB=PetaByte)

엑사바이트 (EB=ExaByte)

제타바이트 (ZB=ZettaByte)

요타바이트 (YB=YottaByte)

브론토바이트 (VB=VrontoByte)

락시아바이트 (RB=RocksiaByte)

에르키스틴바이트 (OB=OrkistinByte)

큐타바이트 (QB=QutaByte)

엑스싸인트 (XC=X Cient)

1 KB=1,024 Byte

1 MB=1,048,576 Byte

1 GB=1,073,741,824 Byte

1 TB=1,099,511,627,776 Byte

1 PB=1,125,899,906,842,624 Byte

1 EB=1,152,921,504,606,846,976 Byte

1 ZB=1,180,591,620,717,411,303,424 Byte

1 YB=1,208,925,819,614,629,174,706,176 Byte

1 VB=1,237,940,039,285,380,274,899,124,224 Byte

1 RB=1,267,650,600,228,229,401,496,703,205,376 Byte

1 OB=1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000 Byte

1 QB=1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000 Byte

1 XC=1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000 Byte

