수학 기본 실력 100% 충전

# 수력충전

개념 충전 » 수능 기초 연산서

## 확률과 통계

## [정답 및 해설]

자이스토리 • 수경출판사

# Ⅰ 경우의 수

## Ⅰ-1 순열

pp. 10~21

**01** 답 1) 6 2) 120 3) 720 4) 120 5) 5040

1) $(4-1)!=3\times2\times1=6$

2) $(6-1)!=5\times4\times3\times2\times1=120$

3) 총 7명의 학생이 원탁에 둘러앉는 방법의 수이므로
$(7-1)!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

4) 3쌍의 커플, 즉 6명의 사람이 원탁에 둘러앉는 방법의 수이므로
$(6-1)!=5\times4\times3\times2\times1=120$

5) 총 8명의 사람이 원탁에 둘러앉는 방법의 수이므로
$(8-1)!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

**02** 답 1) 12 2) 12 3) 12 4) 16

1) 남학생 2명을 하나로 생각하면 4명이 원탁에 둘러앉는 것과 같으므로 방법의 수는 $3!$가지
이때, 남학생 2명은 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $3!\times2=12$(가지)이다.

2) 여학생 3명을 하나로 생각하면 3명이 원탁에 둘러앉는 것과 같으므로 방법의 수는 $2!$가지
이때, 여학생끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $2!\times3!=12$(가지)이다.

3) 부모를 하나로 묶어서 생각하고, 자녀 3명을 하나로 묶어서 생각하자.
그러면 2명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $1!$가지이고, 부모끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 2가지, 자녀끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$(가지)이다.
따라서 구하는 방법의 수는
$1\times2\times6=12$(가지)이다.

4) 부부를 하나로 묶어서 생각하자.
그러면 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $2!=2$(가지)이고, 부부끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 각각 2가지이다.
따라서 구하는 방법의 수는
$2\times2\times2\times2=16$(가지)이다.

**03** 답 1) 24 2) 720 3) 24

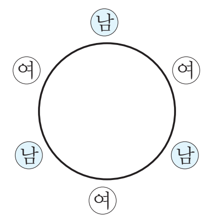
1) 아버지의 자리가 결정되면 어머니의 자리는 마주 보는 자리로 고정되므로 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수와 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$(5-1)!=4!=24$(가지)이다.

2) 남자 한 명의 자리가 결정되면 나머지 한 명의 남자의 자리는 마주 보는 자리로 고정되므로 7명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수와 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$(7-1)!=6!=720$(가지)이다.

3) 미국 대표의 자리가 결정되면 중국 대표의 자리는 마주 보는 자리로 고정되므로 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수와 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$(5-1)!=4!=24$(가지)이다.

**04** 답 1) 12 2) 144

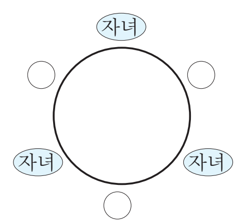
1) 먼저 남자 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(3-1)!=2!=2$(가지)
남자 사이사이에 여자 3명이 앉는 방법의 수는
${}_3P_3=3!=6$(가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$2\times6=12$(가지)이다.




2) 먼저 한국인 4명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(4-1)!=3!=6$(가지)
한국인 사이사이에 외국인 4명이 앉는 방법의 수는
${}_4P_4=4!=24$(가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$6\times24=144$(가지)이다.

**05** 답 1) 12 2) 12 3) 1440 4) 144

1) 먼저 자녀 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(3-1)!=2!=2$(가지)
자녀 사이사이의 3개의 자리 중 2개의 자리에 부모님이 앉는 방법의 수는
${}_3P_2=3\times2=6$(가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$2\times6=12$(가지)이다.




2) 먼저 남자 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(3-1)!=2!=2$(가지)
남자 사이사이의 3개의 자리 중 3개의 자리에 여자가 앉는 방법의 수는
${}_3P_3=3!=6$(가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$2\times6=12$(가지)이다.

3) 먼저 미국, 영국, 독일, 캐나다, 프랑스 대표 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는

$(5-1)!=4!=24$(가지)

미국, 영국, 독일, 캐나다, 프랑스 대표 5명이 앉은 사이사이의 5개의 자리 중 3개의 자리에 한국, 일본, 중국 대표가 앉는 방법의 수는

${}_5P_3=5\times4\times3=60$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$24\times60=1440$(가지)이다.

4) 먼저 여학생 4명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는

$(4-1)!=3!=6$(가지)

여학생 사이사이의 4개의 자리 중 3개의 자리에 남학생이 앉는 방법의 수는

${}_4P_3=4\times3\times2=24$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$6\times24=144$(가지)이다.

**06** 답 1) **2** 2) **240** 3) **10080** 4) **20160** 5) **20160** 6) **$11!\times2$**

1) 먼저 3명을 원형으로 배열하는 방법의 수는 $\boxed{2}$가지

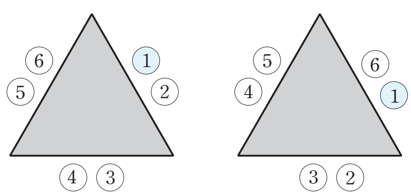
이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 탁자에 앉히는 경우는 $\boxed{1}$가지만 존재한다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\boxed{2}$가지이다.

2) 먼저 6명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(6-1)!=120$(가지)

이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 2가지 존재한다.



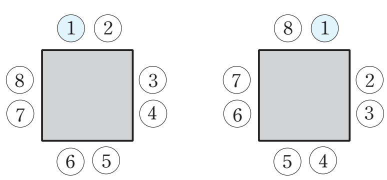

따라서 구하는 방법의 수는

$120\times2=240$(가지)이다.

3) 먼저 8명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(8-1)!=5040$(가지)

이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 2가지 존재한다.



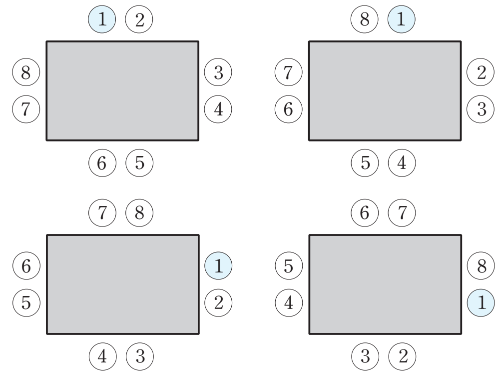

따라서 구하는 방법의 수는

$5040\times2=10080$(가지)이다.

4) 먼저 8명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(8-1)!=5040$(가지)

이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 4가지 존재한다.



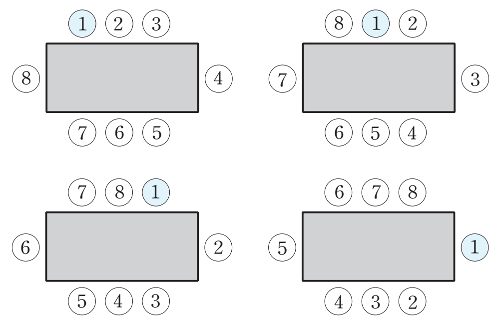

따라서 구하는 방법의 수는

$5040\times4=20160$(가지)이다.

5) 먼저 8명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(8-1)!=5040$(가지)

이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 4가지 존재한다.



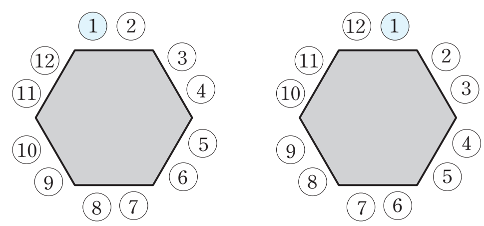

따라서 구하는 방법의 수는

$5040\times4=20160$(가지)이다.

6) 먼저 12명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(12-1)!=11!$

이때, 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 2가지 존재한다.




따라서 구하는 방법의 수는

$11!\times2$(가지)이다.

**07** 답 1) 2 2) 8

1) 특정한 색을 밑면에 칠하면 나머지 3가지의 색을 옆면에 돌려 칠하면 되므로 $(3-1)!=2!=2$(가지)이다.

2) 가운데 삼각형에 칠하는 방법의 수는 4가지, 나머지 3가지의 색을 가운데 삼각형을 둘러싼 세 면에 돌려 칠하면 되므로 $(3-1)!=2!=2$(가지)이다.
따라서 구하는 방법의 수는 $4\times2=8$(가지)이다.

**08** 답 30

밑면에 칠하는 방법은 5가지이고, 칠해진 한 색을 제외한 나머지 4가지의 색을 옆면에 돌려 칠하면 되므로 $(4-1)!=6$(가지)이다.
따라서 구하는 방법의 수는 $5\times6=30$(가지)이다.

**09** 답 1) 6 2) 30 3) 120

1) $(4-1)!=6$(가지)

2) 가운데 원에 칠하는 방법은 5가지이고, 원에 칠한 색을 제외한 나머지 4가지의 색을 돌려 칠하면 되므로 이때의 방법의 수는 $(4-1)!=6$(가지)이다.
따라서 구하는 방법의 수는 $5\times6=30$(가지)이다.

3) $(6-1)!=5!=120$

**10** 답 1) 원순열 2) $n$, $(n-1)!$

**11** 답 1) ${}_3\Pi_2$ 2) ${}_3\Pi_3$ 3) ${}_4\Pi_2$ 4) ${}_3\Pi_4$

**12** 답 1) 9 2) 1 3) 27 4) 16 5) 243 6) 7

1) ${}_3\Pi_2=3^2=9$

2) ${}_4\Pi_0=4^0=1$

3) ${}_3\Pi_3=3^3=27$

4) ${}_2\Pi_4=2^4=16$

5) ${}_3\Pi_5=3^5=243$

6) ${}_7\Pi_1=7^1=7$

**13** 답 1) 4 2) 9 3) 27 4) 81 5) 243

1) 중복을 허락하여 두 개의 숫자 1, 2 중 2개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_2\Pi_2=2^2=4$(가지)

2) 중복을 허락하여 세 개의 숫자 1, 2, 3 중 2개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_2=3^2=9$(가지)

3) 중복을 허락하여 세 개의 숫자 1, 2, 3 중 3개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_3=3^3=27$(가지)

4) 중복을 허락하여 세 개의 숫자 1, 2, 3 중 4개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_4=3^4=81$(가지)

5) 중복을 허락하여 세 개의 숫자 1, 2, 3 중 5개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_5=3^5=243$(가지)

**14** 답 1) 6 2) 18 3) 54 4) 48 5) 500

1) 십의 자리에는 $\boxed{0}$이 올 수 없으므로 $\boxed{2}$가지,
일의 자리에는 0, 1, 2 중 어느 하나가 올 수 있으므로 $\boxed{3}$가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times3=\boxed{6}$가지이다.

2) 백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 2가지,
나머지 두 자리에는 0, 1, 2 중 중복을 허락하여 2개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_2=3^2=9$(가지)이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times9=18$(가지)이다.

3) 천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 2가지, 나머지 세 자리에는 0, 1, 2 중 중복을 허락하여 3개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_3\Pi_3=3^3=27$(가지)이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times27=54$(가지)이다.

4) 백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 3가지, 나머지 두 자리에는 0, 1, 2, 3 중 중복을 허락하여 2개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_4\Pi_2=4^2=16$(가지)이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times16=48$(가지)이다.

5) 천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 4가지, 나머지 세 자리에는 0, 1, 2, 3, 4 중 중복을 허락하여 3개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 ${}_5\Pi_3=5^3=125$(가지)이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times125=500$(가지)이다.

**15** 답 1) 8 2) 32 3) 27 4) 64 5) 64

1) 서로 다른 ○, ×에 대하여 세 사람이 각자 답할 수 있으므로 이것은 2개 중 중복을 허락하여 3개를 뽑아 나열하는 것과 같다.
따라서 구하는 경우의 수는
${}_2\Pi_3=2^3=8$(가지)이다.

2) ${}_2\Pi_5=2^5=32$(가지)

3) A, B, C 세 모둠 중 세 명의 학생들이 각각 선택할 모둠 세 개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는
${}_3\Pi_3=3^3=27$(가지)이다.

4) ${}_4\Pi_3=4^3=64$(가지)

5) ${}_4\Pi_3=4^3=64$(가지)

**16** 답 1) 9 2) 81 3) 64 4) 243

1) 집합 $X$의 각 원소는 $a$, $b$, $c$ 중 어느 하나에 대응되면 되고 이는 3개 중 중복을 허락하여 2개를 뽑아 나열하는 것과 같다.
따라서 함수의 개수는
${}_3\Pi_2=3^2=9$(개)이다.

2) ${}_3\Pi_4=3^4=81$(개)

3) ${}_4\Pi_3=4^3=64$(개)

4) ${}_3\Pi_5=3^5=243$(개)

**17** 답 1) 중복순열, ${}_n\Pi_r$ 2) ${}_n\Pi_r$, $n^r$

**18** 답 1) 3 2) 3 3) 4 4) 4 5) 360

1) 1, 1, 2는 1을 2개 포함하므로 $\frac{3!}{2!}=3$(가지)

2) $a$, $a$, $b$ 는 $a$를 2개 포함하므로 $\frac{3!}{2!}=3$(가지)

3) 1, 3, 3, 3은 3을 3개 포함하므로 $\frac{4!}{3!}=4$(가지)

4) $a$, $a$, $b$, $a$는 $a$를 3개 포함하므로 $\frac{4!}{3!}=4$(가지)

5) 1, 2, 3, 4, 4, 5는 4를 2개 포함하므로

$\frac{6!}{2!}=360$(가지)

**19** 답 1) 6 2) 6 3) 30 4) 3360 5) 1680

1) 1, 1, 2, 2는 1을 2개, 2를 2개 포함하므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)

2) $a$, $a$, $b$, $b$는 $a$를 2개, $b$를 2개 포함하므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)

3) 1, 2, 2, 3, 3은 2를 2개, 3을 2개 포함하므로

$\frac{5!}{2!2!}=30$(가지)

4) $a$, $b$, $c$, $c$, $c$, $d$, $e$, $e$는 $c$를 3개, $e$를 2개 포함하므로

$\frac{8!}{3!2!}=3360$(가지)

5) ㄱ, ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㄹ, ㅅ, ㅅ, ㅅ은 ㄱ을 2개, ㄹ을 2개, ㅅ을 3개 포함하므로

$\frac{8!}{2!2!3!}=1680$(가지)

**20** 답 1) 6 2) 120 3) 6 4) 20 5) 6

1) 모음 o, o를 양 끝에 고정시키면 g, g, d, d를 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)이다.

2) 모음 u, e를 양 끝에 배치하는 방법은 2가지이고 s, t, d, n, t를 나열하는 방법의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $2\times60=120$(가지)이다.

3) ☆을 양 끝에 고정시키면 ○, △, △, ○를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)이다.

4) ㅏ를 양 끝에 고정시키면 ㄱ, ㄴ, ㄴ, ㄴ, ㅏ를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{5!}{3!}=20$(가지)이다.

5) ❋을 양 끝에 고정시키면 ❀, ❀, ⊠, ⊠를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)이다.

**21** 답 1) 12 2) 720 3) 4320 4) 240

1) ○, ○, ○를 하나로 생각하여 A라 하면 A, ★, ●, ★을 나열하는 방법의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$(가지)이다.

2) 먼저 ㄹ, ㄹ, ㅁ, ㅁ을 일렬로 나열하는 방법의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)이다.

그 사이사이의 5개의 자리에 모음 ㅗ, ㅛ, ㅏ, ㅑ를 넣는 방법의 수는 5개 중 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로

${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$6\times120=720$(가지)이다.

3) 모음 o, o, a, e를 하나로 생각하여 A라 하면 A, c, h, c, l, t를 나열하는 방법의 수는

$\frac{6!}{2!}=360$(가지)이다.

이때, 모음끼리 자리를 바꿀 수 있으므로

$\frac{4!}{2!}=12$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$360\times12=4320$(가지)이다.

4) maximum에서 m, x, m, m을 먼저 일렬로 나열하는 방법의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$(가지)

그 사이사이의 5개의 자리에 모음을 넣는 방법의 수는 5개 중 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로

${}_5P_3=5\times4\times3=60$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$4\times60=240$(가지)이다.

**22** 답 1) 3 2) 12 3) 30 4) 90 5) 210

1) 1, 2, 2를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{3!}{2!}=3$(개)

2) 2, 2, 3, 4를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$(개)

3) 2, 2, 3, 4, 4를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{2!2!}=30$(개)

4) 5, 5, 6, 6, 7, 7을 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{6!}{2!2!2!}=90$(개)

5) 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3을 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{7!}{2!3!2!}=210$(개)

**23** 답 **1)** 9 **2)** 16 **3)** 50 **4)** 48

**1)** (i) 첫째 자리에 1이 오는 경우

나머지 자리에 0, 1, 2를 나열하는 방법의 수와 같으므로 $3!=6$(개)

(ii) 첫째 자리에 2가 오는 경우

나머지 자리에 0, 1, 1을 나열하는 방법의 수와 같으므로 $\frac{3!}{2!}=3$(개)

따라서 구하는 정수의 개수는 $6+3=9$(개)이다.

**[다른 풀이]**

0, 1, 1, 2를 나열하는 경우의 수에서 첫째 자리에 0이 오는 경우의 수를 빼면 된다.

첫째 자리에 0이 오는 경우의 수는 나머지 자리에 1, 1, 2를 나열하는 방법의 수이므로 $\frac{3!}{2!}=3$(가지)

따라서 구하는 정수의 개수는

$\frac{4!}{2!}-\frac{3!}{2!}=12-3=9$(개)

**2)** (i) 첫째 자리에 3이 오는 경우

0, 3, 3, 8을 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$(개)

(ii) 첫째 자리에 8이 오는 경우

0, 3, 3, 3을 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{4!}{3!}=4$(개)

따라서 구하는 정수의 개수는 $12+4=16$(개)이다.

**3)** (i) 첫째 자리에 7이 오는 경우

0, 7, 7, 9, 9를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{2!2!}=30$(개)

(ii) 첫째 자리에 9가 오는 경우

0, 7, 7, 7, 9를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{3!}=20$(개)

따라서 구하는 정수의 개수는 $30+20=50$(개)이다.

**4)** (i) 첫째 자리에 2가 오는 경우

0, 3, 4, 4를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$(개)

(ii) 첫째 자리에 3이 오는 경우

0, 2, 4, 4를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$(개)

(iii) 첫째 자리에 4가 오는 경우

0, 2, 3, 4를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$4!=24$(개)

따라서 구하는 정수의 개수는

$12+12+24=48$(개)이다.

**[다른 풀이]**

0, 2, 3, 4, 4를 나열하는 경우의 수에서 맨 앞의 자리에 0이 오는 경우의 수를 빼자.

$\frac{5!}{2!}-\frac{4!}{2!}=60-12=48$(개)

**24** 답 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$

**25** 답 **1)** 10 **2)** 35 **3)** 36

**1)** 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 $a$, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 $b$로 나타내면 $aaabb$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$\frac{5!}{3!2!}=10$(가지)

**2)** $aaabbbb$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$\frac{7!}{4!3!}=35$(가지)

**3)** $a$를 7개, $b$를 2개 포함한 9개의 문자를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$\frac{9!}{7!2!}=36$(가지)

**26** 답 **1)** 9 **2)** 15 **3)** 9

**1)** $\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{P}$ : $\frac{3!}{2!}=3$(가지), $\mathrm{P} \longrightarrow \mathrm{B}$ : $\frac{3!}{2!}=3$(가지)

따라서 구하는 최단경로의 수는 $3\times3=9$(가지)이다.

**2)** $\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{P}$ : $\frac{6!}{4!2!}=15$(가지), $\mathrm{P} \longrightarrow \mathrm{B}$ : 1(가지)

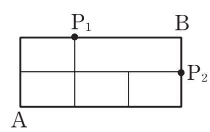
따라서 구하는 최단경로의 수는 $15\times1=15$(가지)이다.

**3)** $\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{P}$ : $\frac{3!}{2!}=3$(가지), $\mathrm{P} \longrightarrow \mathrm{B}$ : $\frac{3!}{2!}=3$(가지)

따라서 구하는 최단경로의 수는 $3\times3=9$(가지)이다.

**27** 답 **1)** 7 **2)** 19 **3)** 17 **4)** 66

**1)** 그림과 같이 두 점을 $\mathrm{P}_1$, $\mathrm{P}_2$라 하자.




$\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{P}_1 \longrightarrow \mathrm{B}$ :

$\frac{3!}{2!}\times1=3$(가지)

$\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{P}_2 \longrightarrow \mathrm{B}$ :

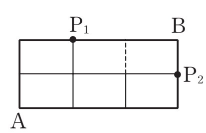
$\frac{4!}{3!}\times1=4$(가지)

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

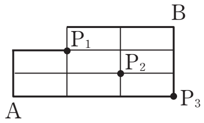
$3+4=7$(가지)

**[다른 풀이]**

A에서 B로 가는 최단경로의 수에서 오른쪽 그림의 점선을 지나는 경우의 수를 빼자.




$\frac{5!}{3!2!}-\frac{3!}{2!}\times1=10-3=7$(가지)

2) 


$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B : \dfrac{3!}{2!} \times \dfrac{3!}{2!} = 3 \times 3 = 9$(가지)

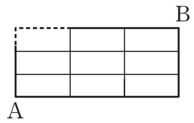
$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B : \dfrac{3!}{2!} \times \dfrac{3!}{2!} = 3 \times 3 = 9$(가지)

$A \longrightarrow P_3 \longrightarrow B : 1 \times 1 = 1$(가지)

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

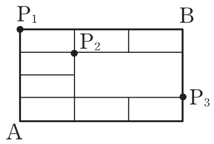
$9+9+1=19$(가지)

【다른 풀이】




A에서 B로 가는 최단경로의 수에서 그림의 점선을 지나는 경우의 수를 빼자.

$\dfrac{6!}{3!3!} - 1 = 20 - 1 = 19$(가지)

3) 

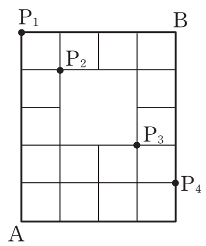

$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B :\ 1 \times 1 = 1$(가지)

$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B : \dfrac{4!}{3!} \times \dfrac{3!}{2!} = 12$(가지)

$A \longrightarrow P_3 \longrightarrow B : \dfrac{4!}{3!} \times 1 = 4$(가지)

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

$1+12+4=17$(가지)

4) 


$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B : 1 \times 1 = 1$(가지)

$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B : \dfrac{5!}{4!} \times \dfrac{4!}{3!} = 20$(가지)

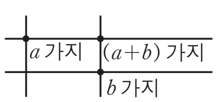
$A \longrightarrow P_3 \longrightarrow B : \dfrac{5!}{3!2!} \times \dfrac{4!}{3!} = 40$(가지)

$A \longrightarrow P_4 \longrightarrow B : \dfrac{5!}{4!} \times 1 = 5$(가지)

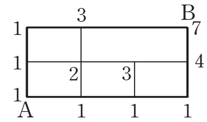
따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

$1+20+40+5=66$(가지)

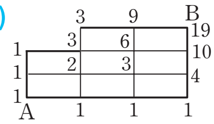
【다른 풀이】



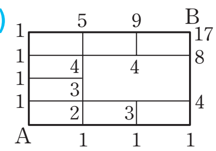

임을 이용하여 최단경로의 수를 구하자.

1) 

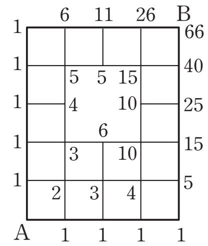

∴ 7가지

2) 


∴ 19가지

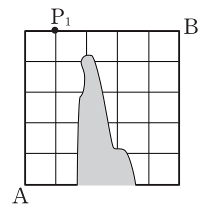
3) 


∴ 17가지

4) 

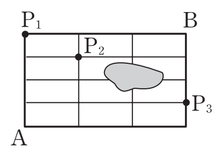

∴ 66가지

## 28 답 1) 6 2) 17 3) 10

1) 


$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B : \dfrac{6!}{5!} \times 1 = 6$(가지)

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는 6(가지)이다.

2) 


$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B :\ 1 \times 1 = 1$(가지)

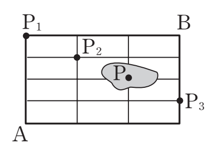
$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B :\ \dfrac{4!}{3!} \times \dfrac{3!}{2!} = 12$(가지)

$A \longrightarrow P_3 \longrightarrow B :\ \dfrac{4!}{3!} \times 1 = 4$(가지)

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

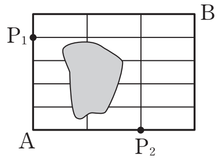
$1+12+4=17$(가지)이다.

【다른 풀이】




A에서 B로 가는 최단경로의 수에서 그림의 점 P를 지나는 최단경로의 수를 빼자.

$\dfrac{7!}{4!3!} - \dfrac{4!}{2!2!} \times \dfrac{3!}{2!} = 35 - 6 \times 3 = 17$(가지)

3) 

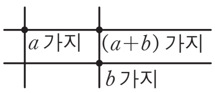

$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B$ : $1\times\frac{4!}{3!}=4$(가지)

$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B$ : $1\times\frac{6!}{5!}=6$(가지)

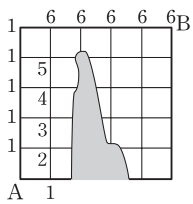
따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

$4+6=10$(가지)이다.

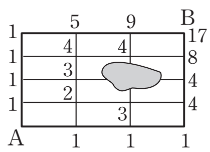
【다른 풀이】



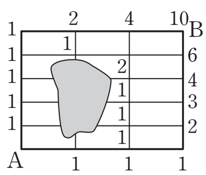

임을 이용하여 최단경로의 수를 구해 보자.

1) 


$\therefore$ 6가지

2) 


$\therefore$ 17가지

3) 


$\therefore$ 10가지

**29** 답 오른쪽, 위쪽, $\frac{6!}{3!3!}$

## Ⅰ-2 조합

pp. 22~31

**30** 답 1) ${}_3H_2$ 2) ${}_3H_3$ 3) ${}_4H_2$ 4) ${}_5H_3$

**31** 답 1) 1 2) 6 3) 5 4) 126

1) ${}_4H_0={}_{4+0-1}C_0={}_3C_0=1$

2) ${}_3H_2={}_{3+2-1}C_2={}_4C_2=\frac{4\times3}{2}=6$

3) ${}_2H_4={}_{2+4-1}C_4={}_5C_4={}_5C_1=5$

4) ${}_5H_5={}_{5+5-1}C_5={}_9C_5={}_9C_4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$

**32** 답 1) 8 2) 3 3) 7 4) 6 5) 5

1) ${}_nH_2={}_{n+2-1}C_2={}_{n+1}C_2=36$이므로

$\frac{(n+1)n}{2}=36 \Rightarrow n(n+1)=72=8\times9$ $\quad\therefore n=8$

2) ${}_nH_4={}_{n+4-1}C_4={}_{n+3}C_4=15$이므로

$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4\times3\times2\times1}=15$

$n(n+1)(n+2)(n+3)=3\times4\times5\times6$ $\quad\therefore n=3$

3) ${}_5H_3={}_{5+3-1}C_3={}_7C_3$이고, ${}_5H_3={}_nC_3$이라 하므로 $n=7$

4) ${}_nH_4={}_{n+4-1}C_4={}_{n+3}C_4$이고, ${}_9C_5={}_9C_4$이므로

$n+3=9$ $\quad\therefore n=6$

5) ${}_nH_6={}_{n+6-1}C_6={}_{n+5}C_6$이고, ${}_{10}C_4={}_{10}C_6$이므로

$n+5=10$ $\quad\therefore n=5$

**33** 답 1) 36 2) 10 3) 45 4) 56

1) ${}_3H_7={}_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=\frac{9\times8}{2}=36$(가지)

2) ${}_4H_2={}_{4+2-1}C_2={}_5C_2=\frac{5\times4}{2}=10$(가지)

3) ${}_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=\frac{10\times9}{2}=45$(가지)

4) 같은 종류의 음료수 9개를 학생 4명에게 적어도 한 개씩 나누어 주는 것은 모두에게 먼저 한 개씩의 음료수를 나누어 주고, 학생 4명에게 남은 5개를 중복을 허락하여 나누어 주는 것과 같으므로

${}_4H_5={}_{4+5-1}C_5={}_8C_5={}_8C_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2}=56$(가지)

**34** 답 1) 중복조합, ${}_nH_r$ 2) ${}_nH_r$, ${}_{n+r-1}C_r$

**35** 답 1) 3 2) 4 3) 6 4) 15

1) ${}_2H_2={}_{2+2-1}C_2={}_3C_2=3$

2) ${}_2H_3={}_{2+3-1}C_3={}_4C_3=4$

3) ${}_3H_2={}_{3+2-1}C_2={}_4C_2=\frac{4\times3}{2}=6$

4) ${}_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

**36** 답 1) 21 2) 45 3) 220 4) 286

1) ${}_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

2) ${}_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=\frac{10\times9}{2\times1}=45$

3) ${}_4H_9={}_{4+9-1}C_9={}_{12}C_9={}_{12}C_3=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$

4) ${}_4H_{10}={}_{4+10-1}C_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=\frac{13\times12\times11}{3\times2\times1}=286$

**37** 답 1) 6 2) 21 3) 56 4) 84

1) 방정식 $x+y+z=5$를 만족시키는 양의 정수해는

$x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$이라 할 때

$x'+y'+z'=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는

${}_3H_2={}_{3+2-1}C_2={}_4C_2=6$(개)이다.

2) 방정식 $x+y+z=8$을 만족시키는 양의 정수해는
$x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1$이라 할 때
$x'+y'+z'=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는
${}_3\mathrm{H}_5={}_{3+5-1}\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=21$(개)이다.

3) 방정식 $x+y+z+w=9$를 만족시키는 양의 정수해는
$x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1,\ w=w'+1$이라 할 때
$x'+y'+z'+w'=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는
${}_4\mathrm{H}_5={}_{4+5-1}\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_3=56$(개)이다.

4) 방정식 $x+y+z+w=10$을 만족시키는 양의 정수해는
$x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1,\ w=w'+1$이라 할 때
$x'+y'+z'+w'=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는
${}_4\mathrm{H}_6={}_{4+6-1}\mathrm{C}_6={}_9\mathrm{C}_6={}_9\mathrm{C}_3=84$(개)이다.

## 38

답 1) **20** 2) **70** 3) **56**

1) $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$를 만족시키려면 집합 $B$의 원소 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하고, 작은 수부터 차례로 집합 $A$의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.
따라서 함수 $f$의 개수는 공역의 원소 4개 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_4\mathrm{H}_3={}_{4+3-1}\mathrm{C}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$(개)

2) $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$를 만족시키려면 집합 $B$의 원소 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택하고, 작은 수부터 차례로 집합 $A$의 원소 1, 3, 5, 7에 대응시키면 된다.
따라서 함수 $f$의 개수는 공역의 원소 5개 중에서 중복을 허락하여 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_5\mathrm{H}_4={}_{5+4-1}\mathrm{C}_4={}_8\mathrm{C}_4=70$(개)

3) $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\ge f(x_2)$를 만족시키려면 집합 $B$의 원소 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 5개를 택하고, 큰 수부터 차례로 집합 $A$의 원소 1, 2, 3, 4, 5에 대응시키면 된다.
따라서 함수 $f$의 개수는 공역의 원소 4개 중에서 중복을 허락하여 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_4\mathrm{H}_5={}_{4+5-1}\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_3=56$(개)

## 39

답 1) ${}_3\mathrm{H}_n$ 2) ① ${}_3\mathrm{H}_n$ ② ${}_3\mathrm{H}_{n-3}$

## 40

답 1) $\boldsymbol{a^2+2ab+b^2}$ 2) $\boldsymbol{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$
3) $\boldsymbol{32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5}$
4) $\boldsymbol{81a^4-108a^3b+54a^2b^2-12ab^3+b^4}$

1) $(a+b)^2={}_2\mathrm{C}_0a^2+{}_2\mathrm{C}_1a^1b^1+{}_2\mathrm{C}_2b^2=a^2+2ab+b^2$

2) $(a+b)^3={}_3\mathrm{C}_0a^3+{}_3\mathrm{C}_1a^{3-1}b^1+{}_3\mathrm{C}_2a^{3-2}b^2+{}_3\mathrm{C}_3b^3$
$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

3) $(2x+y)^5={}_5\mathrm{C}_0(2x)^5+{}_5\mathrm{C}_1(2x)^4y+{}_5\mathrm{C}_2(2x)^3y^2$
$+{}_5\mathrm{C}_3(2x)^2y^3+{}_5\mathrm{C}_4(2x)y^4+{}_5\mathrm{C}_5\,y^5$
$=32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$

4) $(3a-b)^4={}_4\mathrm{C}_0(3a)^4+{}_4\mathrm{C}_1(3a)^3(-b)+{}_4\mathrm{C}_2(3a)^2(-b)^2$
$+{}_4\mathrm{C}_3(3a)(-b)^3+{}_4\mathrm{C}_4(-b)^4$
$=81a^4-108a^3b+54a^2b^2-12ab^3+b^4$

## 41

답 1) $\boldsymbol{x^2+2+\frac{1}{x^2}}$ 2) $\boldsymbol{x^4-4x^2+6-\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^4}}$
3) $\boldsymbol{8x^3+12x+\frac{6}{x}+\frac{1}{x^3}}$
4) $\boldsymbol{243x^5-810x^3+1080x-\frac{720}{x}+\frac{240}{x^3}-\frac{32}{x^5}}$

1) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2={}_2\mathrm{C}_0x^2+{}_2\mathrm{C}_1x\times\frac{1}{x}+{}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{x}\right)^2$
$=x^2+2+\frac{1}{x^2}$

2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^4={}_4\mathrm{C}_0x^4+{}_4\mathrm{C}_1x^3\times\left(-\frac{1}{x}\right)+{}_4\mathrm{C}_2x^2\times\left(-\frac{1}{x}\right)^2$
$+{}_4\mathrm{C}_3x\times\left(-\frac{1}{x}\right)^3+{}_4\mathrm{C}_4\left(-\frac{1}{x}\right)^4$
$=x^4-4x^2+6-\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^4}$

3) $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^3={}_3\mathrm{C}_0(2x)^3+{}_3\mathrm{C}_1(2x)^2\times\left(\frac{1}{x}\right)$
$+{}_3\mathrm{C}_2(2x)\times\left(\frac{1}{x}\right)^2+{}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{x}\right)^3$
$=8x^3+12x+\frac{6}{x}+\frac{1}{x^3}$

4) $\left(3x-\frac{2}{x}\right)^5$
$={}_5\mathrm{C}_0(3x)^5+{}_5\mathrm{C}_1(3x)^4\times\left(-\frac{2}{x}\right)+{}_5\mathrm{C}_2(3x)^3\times\left(-\frac{2}{x}\right)^2$
$+{}_5\mathrm{C}_3(3x)^2\times\left(-\frac{2}{x}\right)^3+{}_5\mathrm{C}_4 3x\times\left(-\frac{2}{x}\right)^4+{}_5\mathrm{C}_5\left(-\frac{2}{x}\right)^5$
$=243x^5-810x^3+1080x-\frac{720}{x}+\frac{240}{x^3}-\frac{32}{x^5}$

## 42

답 1) ${}_7\mathrm{C}_r\boldsymbol{4^{7-r}(-1)^ra^{7-r}b^r}$ 2) ${}_7\mathrm{C}_r\boldsymbol{3^{7-r}(-1)^rx^{7-2r}}$
3) **56** 4) **−8** 5) **−20**

1) ${}_7\mathrm{C}_r(4a)^{7-r}(-b)^r={}_7\mathrm{C}_r4^{7-r}(-1)^ra^{7-r}b^r$

2) ${}_7\mathrm{C}_r(3x)^{7-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r={}_7\mathrm{C}_r3^{7-r}(-1)^rx^{7-2r}$

3) $(a+b)^8$의 전개식의 일반항 ${}_8\mathrm{C}_ra^{8-r}b^r$에서 $r=5$일 때이므로 $a^3b^5$의 계수는
${}_8\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2}=56$

4) $(2x-y)^4$의 전개식의 일반항 ${}_4\mathrm{C}_r(2x)^{4-r}(-y)^r$에서 $xy^3$은 $r=3$일 때로 ${}_4\mathrm{C}_3(2x)(-y)^3$이다.
따라서 $xy^3$의 계수는
$(-2)\times{}_4\mathrm{C}_3=(-2)\times{}_4\mathrm{C}_1=-8$이다.

5) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식의 일반항은

$_6C_r x^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_6C_r(-1)^r x^{6-2r}$

이므로 상수항은 $6-2r=0$, 즉 $r=3$일 때이다.

따라서 상수항은 $_6C_3(-1)^3 = -\frac{6\times5\times4}{3\times2} = -20$이다.

## 43 답 1) 14 2) 9 3) 3

1) $\left(x+\frac{1}{x^n}\right)^{10}$의 전개식의 일반항이

$_{10}C_r x^{10-r}\left(\frac{1}{x^n}\right)^r = {}_{10}C_r x^{10-r}x^{-nr} = {}_{10}C_r x^{10-r(n+1)}$

이때, 상수항이 존재하려면 $10-r(n+1)=0$이어야 한다. 즉, $10=r(n+1)$에서 $r$는 0부터 10까지의 값을 가질 수 있으므로 이를 만족하는 순서쌍 $(r, n)$은 $(1, 9)$, $(2, 4)$, $(5, 1)$이다.

따라서 구하는 $n$의 값의 합은 $9+4+1=14$

2) $(x^2+1)^n$의 전개식의 일반항은 $(1+x^2)^n$의 전개식의 일반항과 같으므로

$_nC_r 1^{n-r}(x^2)^r = {}_nC_r x^{2r}$

이때, $x^4$의 계수가 36이라 하므로

$2r=4$에서 $r=2$이고, $_nC_r = {}_nC_2 = 36$이다.

$\frac{n(n-1)}{2}=36 \Rightarrow n(n-1)=72=9\times8 \qquad \therefore n=9$

3) $\left(ax^3-\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식의 일반항은

$_5C_r(ax^3)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r a^{5-r}x^{15-3r}(-1)^r x^{-r}$

$= {}_5C_r(-1)^r a^{5-r}x^{15-4r}$

이때, $x^3$의 계수가 $-90$이라 하므로

$15-4r=3$에서 $r=3$

$_5C_r(-1)^r a^{5-r} = {}_5C_3(-1)^3a^2 = -10a^2 = -90$

$a^2=9 \qquad \therefore a=3$ ($\because$ $a$는 양수)

## 44 답 1) 11 2) 129 3) $-2$

1) $(x+1)^5$의 전개식의 일반항은 $_5C_r x^{5-r}1^r = \boxed{{}_5C_r x^{5-r}}$,

$(x+2)^3$의 전개식의 일반항은 $_3C_s x^{3-s}2^s$이므로

$(x+1)^5(x+2)^3$의 전개식의 일반항은

$_5C_r\times{}_3C_s 2^s x^{5-r}x^{3-s} = \boxed{{}_5C_r\times{}_3C_s 2^s x^{8-r-s}}$이다.

이때, $x^7$항은 $8-r-s=\boxed{7}$,

즉 $r+s=\boxed{1}$일 때이다.

(i) $r=1$, $s=0$일 때 : $_5C_1\times{}_3C_0\times2^0=\boxed{5}$

(ii) $r=0$, $s=1$일 때 : $_5C_0\times{}_3C_1\times2=\boxed{6}$

따라서 (i), (ii)로부터 $x^7$의 계수는 $5+6=11$이다.

2) $(x-1)^3$의 전개식의 일반항은 $_3C_r x^{3-r}(-1)^r$,

$(x+3)^7$의 전개식의 일반항은 $_7C_s x^{7-s}3^s$이므로

$(x-1)^3(x+3)^7$의 전개식의 일반항은

$_3C_r x^{3-r}(-1)^r\times{}_7C_s x^{7-s}3^s = {}_3C_r\times{}_7C_s(-1)^r3^s x^{10-r-s}$

이때, $x^8$항은 $10-r-s=8$, 즉 $r+s=2$일 때이다.

(i) $r=0$, $s=2$일 때 : $_3C_0\times{}_7C_2\times(-1)^0\times3^2=189$

(ii) $r=1$, $s=1$일 때 : $_3C_1\times{}_7C_1\times(-1)^1\times3^1=-63$

(iii) $r=2$, $s=0$일 때 : $_3C_2\times{}_7C_0\times(-1)^2\times3^0=3$

따라서 $x^8$의 계수는 $189-63+3=129$이다.

3) $(x+1)^4$의 전개식의 일반항은 $_4C_r x^{4-r}$,

$(x-2)^3$의 전개식의 일반항은 $_3C_s x^{3-s}(-2)^s$이므로

$(x+1)^4(x-2)^3$의 전개식의 일반항은

$_4C_r x^{4-r}\times{}_3C_s x^{3-s}(-2)^s = {}_4C_r\times{}_3C_s(-2)^s x^{7-r-s}$

이때, $x^6$항은 $7-r-s=6$, 즉 $r+s=1$일 때이다.

(i) $r=0$, $s=1$일 때 : $_4C_0\times{}_3C_1\times(-2)^1=-6$

(ii) $r=1$, $s=0$일 때 : $_4C_1\times{}_3C_0\times(-2)^0=4$

따라서 $x^6$의 계수는 $-6+4=-2$이다.

## 45 답 1) 35 2) 2160 3) $-75$

1) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식의 일반항은

$_6C_r x^{6-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_6C_r x^{6-2r}$

이때, $(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6 = x^2\left(x+\frac{1}{x}\right)^6+\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의

전개식에서 상수항은 $x^2$과 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 $\boxed{\frac{1}{x^2}}$항,

1과 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 $\boxed{\text{상수항}}$이 곱해질 때 생긴다.

(i) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 $\boxed{\frac{1}{x^2}}$항은 $6-2r=\boxed{-2}$, 즉 $r=\boxed{4}$

일 때이므로 $_6C_4x^{-2}={}_6C_2x^{-2}=\boxed{\frac{15}{x^2}}$

(ii) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 상수항은 $6-2r=\boxed{0}$, 즉 $r=\boxed{3}$일

때이므로 $_6C_3=\boxed{20}$

따라서 (i), (ii)로부터 구하는 상수항은

$x^2\times\frac{15}{x^2}+1\times20=15+20=\boxed{35}$

2) $(x+3)^5$의 전개식의 일반항은 $_5C_r x^{5-r}3^r$이고,

$(y-2)^4$의 전개식의 일반항은 $_4C_s y^{4-s}(-2)^s$이므로

$(x+3)^5(y-2)^4$의 전개식의 일반항은

$_5C_r x^{5-r}3^r\times{}_4C_s y^{4-s}(-2)^s$

$={}_5C_r\times{}_4C_s\times3^r(-2)^s x^{5-r}y^{4-s}$

이때, $x^3y^2$항은 $5-r=3$, $4-s=2$, 즉 $r=2$, $s=2$일 때이다.

따라서 구하는 $x^3y^2$의 계수는

$_5C_2\times{}_4C_2\times3^2\times(-2)^2=2160$

3) $(x+1)^6$의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r x^{6-r}$이고,
$(y-1)^5$의 전개식의 일반항은 ${}_5C_s y^{5-s}(-1)^s$이므로
$(x+1)^6(y-1)^5$의 전개식의 일반항은
${}_6C_r x^{6-r} \times {}_5C_s y^{5-s}(-1)^s$
$= {}_6C_r \times {}_5C_s (-1)^s x^{6-r} y^{5-s}$
이때, $x^4y^4$항은 $6-r=4$, $5-s=4$,
즉 $r=2$, $s=1$일 때이다.
따라서 구하는 $x^4y^4$의 계수는
${}_6C_2 \times {}_5C_1 \times (-1)^1 = -75$

**46** 답 1) 이항계수 2) ${}_nC_r a^{n-r} b^r$

**47** 답 1) ${}_4C_3$ 2) ${}_5C_4$ 3) ${}_8C_5$ 4) ${}_4C_2$
5) ${}_8C_3$ 6) ${}_6C_2$ 7) ${}_5C_2$

${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$임을 이용한다.
1) ${}_3C_2 + {}_3C_3 = {}_4C_3$
2) ${}_4C_3 + {}_4C_4 = {}_5C_4$
3) ${}_7C_4 + {}_7C_5 = {}_8C_5$
4) ${}_2C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 = {}_3C_1 + {}_3C_2 = {}_4C_2$
5) ${}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_7C_2 = {}_7C_3 + {}_7C_2 = {}_8C_3$
6) ${}_3C_2 + {}_3C_1 + {}_4C_1 + {}_5C_1 = {}_4C_2 + {}_4C_1 + {}_5C_1 = {}_5C_2 + {}_5C_1 = {}_6C_2$
7) $({}_2C_0 + {}_2C_1) + {}_4C_2 + {}_4C_4$
$= {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_4C_4$
$= {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_3C_0$
$= ({}_3C_0 + {}_3C_1) + {}_4C_2$
$= {}_4C_1 + {}_4C_2 = {}_5C_2$

**48** 답 1) ${}_{n-1}C_{r-1}$, ${}_{n-1}C_r$ 2) ${}_nC_{n-r}$

**49** 답 1) 8 2) 32 3) 0 4) $2^{20}-2$
1) $(1+1)^3 = 2^3 = 8$
2) $(1+1)^5 = 2^5 = 32$
3) $(1-1)^{10} = 0$
4) ${}_{20}C_0 + {}_{20}C_1 + {}_{20}C_2 + \cdots + {}_{20}C_{19} + {}_{20}C_{20} = 2^{20}$이므로
${}_{20}C_1 + {}_{20}C_2 + {}_{20}C_3 + \cdots + {}_{20}C_{19} = 2^{20} - {}_{20}C_0 - {}_{20}C_{20}$
$= 2^{20} - 2$

**50** 답 1) $2^9$ 2) $2^8$ 3) 2 4) 0
1) ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_{10} = \boxed{2^{10}}$이고,
${}_{10}C_0 - {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 - \cdots + {}_{10}C_{10} = \boxed{0}$이므로
두 식을 더하면
$\boxed{2}({}_{10}C_0 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_4 + \cdots + {}_{10}C_{10}) = 2^{10}$
$\therefore {}_{10}C_0 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_4 + \cdots + {}_{10}C_{10} = \boxed{2^9}$

2) ${}_9C_0 + {}_9C_1 + {}_9C_2 + \cdots + {}_9C_9 = 2^9$이고,
${}_9C_0 - {}_9C_1 + {}_9C_2 + \cdots - {}_9C_9 = 0$이므로
위의 식에서 아래의 식을 빼면
$2({}_9C_1 + {}_9C_3 + {}_9C_5 + \cdots + {}_9C_9) = 2^9$
$\therefore {}_9C_1 + {}_9C_3 + {}_9C_5 + \cdots + {}_9C_9 = 2^8$
3) ${}_{10}C_0 - {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 - \cdots + {}_{10}C_{10} = 0$에서
$1 - {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 - \cdots - {}_{10}C_9 + 1 = 0$
$\therefore {}_{10}C_1 - {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 - {}_{10}C_4 + \cdots + {}_{10}C_9 = 2$
4) ${}_{15}C_0 - {}_{15}C_1 + {}_{15}C_2 - {}_{15}C_3 + \cdots + {}_{15}C_{14} - {}_{15}C_{15} = 0$에서
$1 - {}_{15}C_1 + {}_{15}C_2 - {}_{15}C_3 + \cdots + {}_{15}C_{14} - 1 = 0$
$\therefore {}_{15}C_1 - {}_{15}C_2 + {}_{15}C_3 - {}_{15}C_4 + \cdots - {}_{15}C_{14} = 0$

**51** 답 1) 7 2) 9 3) 10 4) $2^{48}$ 5) $2^{98}$
1) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$
이므로 주어진 부등식은 $100 < 2^n < 200$이다.
$2^7 = 128$, $2^8 = 256$이므로 $n=7$
2) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$
이므로 주어진 부등식은 $500 < 2^n < 600$이다.
$2^9 = 512$, $2^{10} = 1024$이므로 $n=9$
3) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$
이므로 주어진 부등식은 $1000 < 2^n < 2000$이다.
$2^{10} = 1024$, $2^{11} = 2048$이므로 $n=10$

4) ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$이므로
${}_{49}C_{25} + {}_{49}C_{26} + {}_{49}C_{27} + {}_{49}C_{28} + \cdots + {}_{49}C_{49}$
$= {}_{49}C_{24} + {}_{49}C_{23} + {}_{49}C_{22} + {}_{49}C_{21} + \cdots + {}_{49}C_0$
이고, ${}_{49}C_0 + {}_{49}C_1 + {}_{49}C_2 + \cdots + {}_{49}C_{49} = 2^{49}$이므로
$2({}_{49}C_{25} + {}_{49}C_{26} + {}_{49}C_{27} + {}_{49}C_{28} + \cdots + {}_{49}C_{49}) = 2^{49}$
$\therefore {}_{49}C_{25} + {}_{49}C_{26} + {}_{49}C_{27} + {}_{49}C_{28} + \cdots + {}_{49}C_{49} = 2^{48}$
5) ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$이므로
${}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + {}_{99}C_3 + \cdots + {}_{99}C_{49}$
$= {}_{99}C_{99} + {}_{99}C_{98} + {}_{99}C_{97} + {}_{99}C_{96} + \cdots + {}_{99}C_{50}$
이고, ${}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + \cdots + {}_{99}C_{99} = 2^{99}$이므로
$2({}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + {}_{99}C_3 + \cdots + {}_{99}C_{49}) = 2^{99}$
$\therefore {}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + {}_{99}C_3 + \cdots + {}_{99}C_{49} = 2^{98}$

**52** 답 5
${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$
이므로 주어진 식의 양변에 ${}_nC_0 = 1$을 더하면
${}_nC_0 + ({}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + {}_nC_4 + {}_nC_5) = 1 + 31 = 2^5$
$\therefore n=5$

**53** 답 1) $2^n$ 2) 0

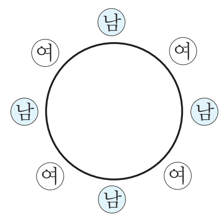
## 단원 총정리 문제 정답　Ⅰ 경우의 수

pp. 32~33

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 01 ④ | 02 ③ | 03 ① | 04 81 | 05 ③ |
| 06 300 | 07 15 | 08 60 | 09 108 | 10 6 |
| 11 −8 | 12 ④ | 13 ④ | | |

### 01 답 ④

먼저 남학생 4명을 원 모양으로 서게 한 후 그 사이사이에 여학생을 세우면 된다.




즉, 남학생 4명을 원 모양으로 서게 하는 방법의 수는

$(4-1)!=6$(가지)

여학생 4명을 남학생 사이에 세우는 것은 여학생 4명을 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$4!=24$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

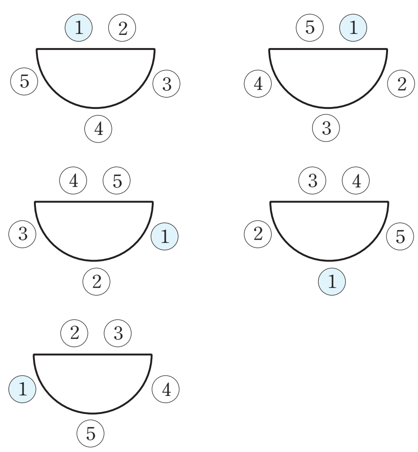
$6\times24=144$(가지)이다.

### 02 답 ③

먼저 5명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$(5-1)!=24$(가지)

이때, 반원 모양의 식탁에서는 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 서로 다른 경우가 5가지 존재한다.



따라서 구하는 방법의 수는

$24\times5=120$(가지)이다.

### 03 답 ①

특정한 색을 윗면에 칠하면 아랫면에 칠하는 방법의 수는 5가지이다. 이때, 나머지 4가지의 색을 옆면에 돌려 칠하면 되므로 $(4-1)!=6$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$5\times6=30$(가지)이다.

### 04 답 81

서로 다른 유적지 A, B, C를 중복을 허락하여 4명이 택하는 것이므로 ${}_3\Pi_4=3^4=81$(가지)이다.

### 05 답 ③

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{a, b, c\}$에 대하여 집합 $X$의 원소 1은 $a$에 대응시키고, 2는 $c$에 대응시킨다. 이 경우는 1가지이다.

이때, 집합 $X$의 나머지 원소 3, 4가 $a$, $b$, $c$ 중 어느 하나를 택하면 되므로 ${}_3\Pi_2=3^2=9$(가지)이다.

### 06 답 300

$c$, $c$, $c$, $d$, $d$를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$\frac{5!}{3!2!}=10$(가지)

먼저 나열한 문자들 사이에 $a$, $b$를 넣는 방법의 수는 6개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로

${}_6P_2=6\times5=30$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $10\times30=300$(가지)이다.

### 07 답 15

(ⅰ) 일의 자리에 0이 오는 경우

나머지 자리에 1, 1, 2, 2를 나열하는 방법의 수와 같으므로 $\frac{4!}{2!2!}=6$(개)

(ⅱ) 일의 자리에 2가 오는 경우

나머지 자리에 0, 1, 1, 2를 나열하는 방법의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$(개)

이 중 만의 자리에 0이 오는 경우의 수는 나머지 자리에 1, 1, 2를 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{3!}{2!}=3$(개)

즉, 이 경우의 짝수의 개수는 $12-3=9$(개)이다.

따라서 구하는 짝수의 수는 $6+9=15$(개)이다.

**[다른 풀이]**

0, 1, 1, 2, 2로 만들 수 있는 짝수의 모양은 다음과 같다.

(ⅰ) 1□□□0 꼴인 경우

가운데 자리에 1, 2, 2를 나열하는 방법의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$(가지)

(ⅱ) 2□□□0 꼴인 경우

가운데 자리에 1, 1, 2를 나열하는 방법의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$(가지)

(ⅲ) 1□□□2 꼴인 경우

가운데 자리에 0, 1, 2를 나열하는 방법의 수는

$3!=6$(가지)

(iv) 2□□□2 꼴인 경우

가운데 자리에 0, 1, 1을 나열하는 방법의 수는

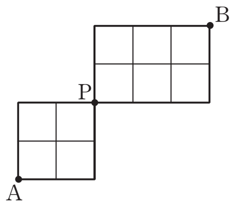
$\dfrac{3!}{2!}=3$(가지)

따라서 (i)~(iv)로부터 구하는 짝수의 개수는

$3+3+6+3=15$(개)이다.

## 08 답 60

그림과 같이 점 P를 잡으면



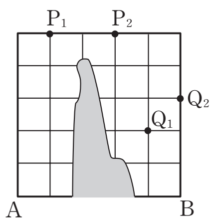

$A \to P : \dfrac{4!}{2!2!}=6$(가지),

$P \to B : \dfrac{5!}{3!2!}=10$(가지)

따라서 구하는 최단경로의 수는 $6\times10=60$(가지)이다.

## 09 답 108

오른쪽 그림과 같이 점 $P_1$, $P_2$, $Q_1$, $Q_2$를 잡으면, A에서 B로 가는 최단경로는




$A \to P_1 \to P_2 \begin{cases} Q_1 \to B \\ Q_2 \to B \end{cases}$ 이다.

$A \to P_1 \to P_2 : \dfrac{6!}{5!}\times1=6$(가지)

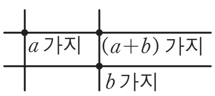
$P_2 \to Q_1 \to B : \dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{3!}{2!}=12$(가지)

$P_2 \to Q_2 \to B : \dfrac{4!}{2!2!}\times1=6$(가지)

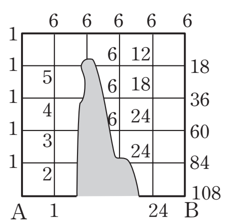
따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는

$6\times(12+6)=108$(가지)

**[다른 풀이]**




임을 이용하여 최단경로의 수를 구해 보자.




$\therefore$ 108가지

## 10 답 6

${}_{9-r}H_r={}_{9-r+r-1}C_r={}_8C_r$이고,

${}_{13-r}H_{r-4}={}_{13-r+r-4-1}C_{r-4}={}_8C_{r-4}$이므로

${}_8C_r={}_8C_{r-4}$에서 $r+(r-4)=8$

$2r=12 \qquad \therefore r=6$

## 11 답 $-8$

$\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^4$의 전개식의 일반항이

${}_4C_r(x^2)^{4-r}\left(-\dfrac{2}{x}\right)^r={}_4C_r(-2)^r x^{8-3r}$이므로

$x^2$항은 $8-3r=2$, 즉 $r=2$일 때이다.

$\therefore\ a={}_4C_2(-2)^2=\dfrac{4\times3}{2}\times4=24$

$\dfrac{1}{x}=x^{-1}$항은 $8-3r=-1$, 즉 $r=3$일 때이다.

$\therefore\ b={}_4C_3(-2)^3=4\times(-8)=-32$

$\therefore\ a+b=24-32=-8$

## 12 답 ④

${}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+\cdots+{}_9C_3$

$=({}_4C_4+{}_4C_3)+{}_5C_3+\cdots+{}_9C_3$

$=({}_5C_4+{}_5C_3)+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_3$

$=({}_6C_4+{}_6C_3)+{}_7C_3+{}_8C_3+{}_9C_3$

$=({}_7C_4+{}_7C_3)+{}_8C_3+{}_9C_3$

$=({}_8C_4+{}_8C_3)+{}_9C_3$

$={}_9C_4+{}_9C_3={}_{10}C_4$

## 13 답 ④

${}_{21}C_0+{}_{21}C_1+{}_{21}C_2+\cdots+{}_{21}C_{21}=2^{21}$이고,

${}_{21}C_0-{}_{21}C_1+{}_{21}C_2-\cdots-{}_{21}C_{21}=0$이므로

위의 식에서 아래의 식을 빼면

$2({}_{21}C_1+{}_{21}C_3+{}_{21}C_5+\cdots+{}_{21}C_{21})=2^{21}$

${}_{21}C_1+{}_{21}C_3+{}_{21}C_5+\cdots+{}_{21}C_{21}=2^{20}$

$\therefore\ n=20$

# Ⅱ 확률

## Ⅱ-1 확률의 뜻과 활용

pp. 38~52

**01** 답 1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 2) $\{1, 3, 5\}$
3) $\{2, 3, 5\}$ 4) $\{1, 2, 3, 6\}$

**02** 답 1) {(앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)}
2) {(앞, 뒤), (뒤, 앞)}
3) {(앞, 앞), (뒤, 뒤)} 4) {(앞, 앞)}

**03** 답 1) $A=$ {(앞, 앞)}
2) $B=$ {(앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)}
3) $A\cap B=\varnothing$ 4) 배반사건이다.

**04** 답 1) $A=\{2, 3, 5, 7\}$ 2) $B=\{1, 2, 4, 8\}$
3) $A\cap B=\{2\}$ 4) 배반사건이 아니다.

**05** 답 1) $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2) $A=\{5, 6\}$ 3) $A^C=\{1, 2, 3, 4\}$

**06** 답 1) $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
2) $B=\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ 3) $B^C=\{3, 6\}$

**07** 답 1) $\varnothing$ 2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3) $\{1, 3, 5\}$ 4) $\varnothing$

$A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{1, 3, 5\}$이므로
1) $A\cap B=\varnothing$
2) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3) $A^C=\{1, 3, 5\}$
4) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$이므로
$(A\cup B)^C=\varnothing$

**08** 답 1) 배반사건이 아니다 2) $\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$
3) $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 4) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A=\{1, 2, 3, 6\}$, $B=\{1, 2, 5, 10\}$이므로
1) $A\cap B=\{1, 2\}\neq\varnothing$이므로 배반사건이 아니다.
2) $A\cup B=\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$
3) $B^C=\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$
4) $A^C=\{4, 5, 7, 8, 9, 10\}$,
$B^C=\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$이므로
$A^C\cup B^C=\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

【다른 풀이】
$A^C\cup B^C=(A\cap B)^C=\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

**09** 답 1) $B$와 $C$ 2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
3) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$ 4) $\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$
5) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 6) $\{1, 4, 6, 8, 9\}$

$A=\{2, 3, 5, 7\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$, $C=\{5, 10\}$이므로
1) $A\cap B=\{2, 3\}\neq\varnothing$, $A\cap C=\{5\}\neq\varnothing$이고,
$B\cap C=\varnothing$이므로 배반인 두 사건은 $B$와 $C$이다.
2) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
3) $B\cup C=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$
4) $A=\{2, 3, 5, 7\}$이므로
$A^C=\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$
5) $C=\{5, 10\}$이므로
$C^C=\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$
6) $A^C=\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$이고,
$C^C=\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$이므로
$A^C\cap C^C=\{1, 4, 6, 8, 9\}$

【다른 풀이】
$A^C\cap C^C=(A\cup C)^C$이고,
$A\cup C=\{2, 3, 5, 7, 10\}$이므로
$A^C\cap C^C=(A\cup C)^C=\{1, 4, 6, 8, 9\}$

**10** 답 1) 시행 2) 표본공간, 사건
3) $\varnothing$, 배반사건 4) 여사건, $A^C$

**11** 답 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{6}$

1) 먼저 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)이다.
이 중 두 눈의 수의 합이 4 이하인 경우는 다음과 같다.
두 눈의 수의 합이 2인 경우 : $(1, 1)$
두 눈의 수의 합이 3인 경우 : $(1, 2)$, $(2, 1)$
두 눈의 수의 합이 4인 경우 : $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1+2+3}{36}=\frac{1}{6}$이다.
2) 두 눈의 수의 차가 3인 경우는
$(1, 4)$, $(2, 5)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$, $(5, 2)$, $(4, 1)$의 6가지
이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
3) 두 눈의 수의 곱이 9의 배수이려면 두 개의 주사위에서
모두 3의 배수의 눈이 나와야 한다. 모두 3의 배수가 나
오는 경우는 $(3, 3)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$, $(6, 6)$의 4가지이
므로 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$이다.
4) 두 눈의 수가 서로 같은 경우는
$(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 6가지
이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.

## 12 답 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{1}{4}$

동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $2\times6=12$(가지)이다.

1) 경우의 수는 (앞, 2), (앞, 4), (앞, 6)의 3가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$이다.

2) 경우의 수는 (뒤, 3), (뒤, 6)의 2가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$이다.

3) 경우의 수는 (앞, 2), (앞, 3), (앞, 5)의 3가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$이다.

## 13 답 1) $\frac{1}{7}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{2}{35}$

먼저 7권의 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는 $\boxed{7!}$가지이다.

1) 수학책 3권을 하나로 생각하면 총 $\boxed{5}$권을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $\boxed{5!}$가지이고, 수학책의 자리는 서로 바뀔 수 있으므로 $\boxed{3!}$가지이다.
 따라서 경우의 수는 $\boxed{5!\times3!}$가지이므로
 구하는 확률은 $\frac{5!\times3!}{7!}=\frac{3\times2\times1}{7\times6}=\frac{1}{7}$이다.

2) 먼저 수학책 3권을 일렬로 세우는 방법은 $3!$가지이다.
 ✔ 수 ✔ 수 ✔ 수 ✔
 그리고 수학책 사이의 자리에 영어책을 꽂으면 되므로 $4!$가지이다.
 따라서 구하는 확률은
 $\frac{3!\times4!}{7!}=\frac{3\times2\times1}{7\times6\times5}=\frac{1}{35}$

3) 수학책 3권을 하나로, 영어책 4권을 하나로 생각하면 총 2권을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $2!$가지이다.
 이때, 수학책끼리, 영어책끼리 각각 자리가 바뀔 수 있으므로 $3!\times4!$가지이다.
 따라서 경우의 수는 $2\times3!\times4!$가지이므로
 구하는 확률은 $\frac{2\times3!\times4!}{7!}=\frac{2}{35}$

## 14 답 1) $\frac{2}{5}$ 2) $\frac{1}{10}$ 3) $\frac{1}{5}$

먼저 5명이 긴 의자에 나란히 앉는 방법의 수는 $5!$가지이다.

1) A, D를 하나로 묶어서 생각하면 4명을 일렬로 배열하는 것과 같으므로 $4!$가지
 이때, A, D가 자리를 바꿀 수 있으므로 전체 경우의 수는 $4!\times2$가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times2}{5!}=\frac{2}{5}$

2) 먼저 C, E를 양 끝에 앉히는 방법은 2가지, 나머지를 일렬로 배열하는 방법은 $3!=6$가지이므로
 이때의 경우의 수는 $2\times6=12$(가지)이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{5!}=\frac{1}{10}$

3) B, E 사이에 2명이 앉아야 하므로 먼저 A, C, D 중에서 2명을 뽑아 나열하면 ${}_3P_2=3\times2=6$(가지)이고, B, E는 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지이다. 또한 (B, ○, ○, E)와 나머지 한 명이 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{6\times2\times2}{5!}=\frac{1}{5}$

**[다른 풀이]**

다음과 같이 B, E 사이에 두 명이 앉도록 B, E의 자리를 만드는 경우의 수는 2가지이다.

(B, E의 자리) (B, E의 자리)

○ ○ ○ ○ ○ ○

이때, B와 E가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지이고, 세 개의 빈자리에 A, C, D를 앉히는 경우의 수는 $3!=6$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2\times2\times6}{5!}=\frac{1}{5}$

## 15 답 1) $\frac{4}{35}$ 2) $\frac{2}{105}$

먼저 8명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $(8-1)!=7!$(가지)이다.

1) 남자를 한 묶음, 여자를 한 묶음으로 생각하고 원탁에 앉히는 방법의 수는 $(2-1)!=1$(가지)이다.
 이때, 남자끼리 여자끼리 각각 자리를 바꿀 수 있으므로 $4!\times4!$가지
 따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times4!}{7!}=\frac{4}{35}$

2) 각 부부를 하나로 생각하면 4명을 원탁에 앉히는 것과 같으므로 $(4-1)!=3!$(가지)
 이때, 부부끼리 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $2\times2\times2\times2=16$(가지)
 따라서 구하는 확률은 $\frac{3!\times16}{7!}=\frac{2}{105}$

## 16 답 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{9}$

세 자리의 자연수는 100부터 999까지 모두 900개이다.

1) 세 자리의 자연수가 짝수이려면 일의 자리에는 0, 2, 4, 6, 8의 5가지가 올 수 있다. 이때 백의 자리에는 0을 제외한 9가지, 십의 자리에는 0을 포함한 10가지가 올 수 있으므로 짝수의 개수는 $5\times9\times10=450$(개)이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{450}{900}=\frac{1}{2}$

2) 백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 백의 자리에 올 수 있는 짝수는 2, 4, 6, 8로 4가지이다. 십의 자리와 일의 자리에는 각각 0, 2, 4, 6, 8의 5가지가 올 수 있으므로 각 자리의 숫자가 모두 짝수인 경우의 수는

$4\times5\times5=100$(가지)이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{100}{900}=\frac{1}{9}$

## 17 답 1) $\frac{1}{56}$ 2) $\frac{15}{28}$ 3) $\frac{1}{2}$

1) 전체 경우의 수는 8개 중 3개를 꺼내므로 ${}_8C_3$가지이다. 이때, 빨간 공만 3개가 나오는 경우의 수는 ${}_3C_3$가지이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56}$

2) 전체 경우의 수는 8개 중 3개를 꺼내므로 ${}_8C_3$가지이다. 이때, 빨간 공에서 1개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_3C_1$가지, 파란 공에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_5C_2$가지이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_1\times{}_5C_2}{{}_8C_3}=\frac{3\times10}{56}=\frac{15}{28}$

3) 전체 경우의 수는 8개 중 4개를 꺼내므로 ${}_8C_4$가지이다.

(i) 빨간 공이 3개, 파란 공이 1개 나올 경우 :

${}_5C_1\times{}_3C_3$가지

(ii) 빨간 공이 1개, 파란 공이 3개 나올 경우 :

${}_5C_3\times{}_3C_1$가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_3\times{}_5C_1+{}_3C_1\times{}_5C_3}{{}_8C_4}=\frac{5+3\times10}{70}=\frac{1}{2}$

## 18 답 1) $\frac{2}{5}$ 2) $\frac{1}{10}$

1) 먼저 전체 경우의 수는 5장 중 2장을 뽑으므로

$\boxed{{}_5C_2}=10$(가지)이다. 이때, 카드에 적힌 숫자의 합이 짝수이려면 $\boxed{\text{두 수 모두 짝수}}$이거나 $\boxed{\text{두 수 모두 홀수}}$이어야 한다.

(i) 두 수 모두 짝수인 경우 : 2, 4의 $\boxed{1}$가지

(ii) 두 수 모두 홀수인 경우 : 1, 3, 5 중에서 두 장을 뽑는 것이므로 $\boxed{{}_3C_2}=3$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{1+3}{{}_5C_2}=\frac{4}{10}=\boxed{\frac{2}{5}}$이다.

2) 세 수를 곱해서 홀수가 되려면 세 수 모두 홀수이어야 한다. 홀수는 1, 3, 5의 3개이므로 ${}_3C_3$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{10}$이다.

## 19 답 1) $\frac{5}{21}$ 2) $\frac{1}{3}$

1) 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 6개의 서로 다른 수를 뽑는 경우의 수는 ${}_{10}C_6$가지이다.

이때, 짝수 중에서 2개, 홀수 중에서 4개를 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2\times{}_5C_4$가지이므로 구하는 확률은

$\frac{{}_5C_2\times{}_5C_4}{{}_{10}C_6}=\frac{{}_5C_2\times{}_5C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{10\times5}{210}=\frac{5}{21}$이다.

2) 두 번째로 작은 수가 3이려면 제일 작은 수는 1, 2 중 하나이고, 나머지 4개의 수는 4~10 중에 있다.

따라서 1, 2 중 하나, 4~10의 7개의 수 중 4개를 뽑는 경우의 수는 ${}_2C_1\times{}_7C_4$가지이므로 구하는 확률은

$\frac{{}_2C_1\times{}_7C_4}{{}_{10}C_6}=\frac{{}_2C_1\times{}_7C_3}{{}_{10}C_4}=\frac{2\times35}{210}=\frac{1}{3}$이다.

## 20 답 1) $\frac{5}{54}$ 2) $\frac{5}{54}$

1) 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는 $6^3$가지이다.

이때, 첫 번째, 두 번째, 세 번째에 나오는 눈의 수를 각각 $a$, $b$, $c$라 하면 $a<b<c$인 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 서로 다른 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_6C_3}{6^3}=\frac{20}{216}=\frac{5}{54}$이다.

2) 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는 $6^3$가지이다.

이때, 첫 번째, 두 번째, 세 번째에 나오는 눈의 수를 각각 $a$, $b$, $c$라 하면 $a>b>c$인 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 서로 다른 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_6C_3}{6^3}=\frac{5}{54}$이다.

## 21 답 $\frac{7}{10}$

$\frac{35}{50}=\frac{7}{10}$

## 22 답 $\frac{123}{125}$

$\frac{492}{500}=\frac{123}{125}$

## 23 답 $\frac{153}{250}$

$\frac{612}{1000}=\frac{153}{250}$

## 24 답 $\frac{39}{125}$

## 25 답 1) 100　2) 40

1) 2점 슛으로 득점한 점수가 160점이므로 성공한 슛의 개수는 $\frac{160}{2}=80$(개)이다.

이 선수가 10경기에서 던진 2점 슛의 개수를 $a$라 하면

2점 슛 성공률이 80%이므로 $\frac{80}{a}=\frac{80}{100}$　　$\therefore a=100$

2) 3점 슛으로 득점한 점수가 60점이므로 성공한 슛의 개수는 $\frac{60}{3}=20$(개)이다.

이 선수가 10경기에서 던진 3점 슛의 개수를 $b$라 하면

3점 슛 성공률이 50%이므로 $\frac{20}{b}=\frac{50}{100}$　　$\therefore b=40$

## 26 답 1) $n(S)$, $\frac{r}{m}$, 수학적 확률　2) 통계적 확률

## 27 답 1) $\frac{1}{4}$　2) $\frac{3}{4}$

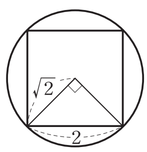
1) $(\text{구하는 확률})=\frac{(\text{안쪽 원의 넓이})}{(\text{바깥 원의 넓이})}=\frac{4\pi}{16\pi}=\frac{1}{4}$

2) $(\text{구하는 확률})=\frac{(\text{바깥 원의 넓이})-(\text{안쪽 원의 넓이})}{(\text{바깥 원의 넓이})}$

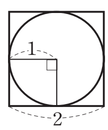
$=\frac{16\pi-4\pi}{16\pi}=\frac{3}{4}$

## 28 답 1) $\frac{2}{\pi}$　2) $1-\frac{2}{\pi}$　3) $\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2}$

1) 한 변의 길이가 2인 정사각형의 외접원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이다.




또한, 이 정사각형의 내접원의 반지름의 길이는 1이다.




이때, 외접하는 원의 내부에서 임의의 점 P를 택하므로 전체 영역의 크기는 $\pi(\sqrt{2})^2=2\pi$이다.

정사각형의 한 변의 길이가 2이므로 넓이는 4이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\frac{4}{2\pi}=\frac{2}{\pi}$

2) 구하는 확률은

$\frac{(\text{외접원의 넓이})-(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\frac{2\pi-4}{2\pi}=1-\frac{2}{\pi}$

3) 구하는 확률은

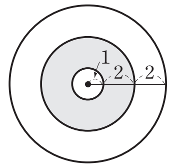
$\frac{(\text{정사각형의 넓이})-(\text{내접원의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\frac{4-\pi}{2\pi}=\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2}$

## 29 답 1) $\frac{1}{9}$　2) $\frac{8}{25}$　2) $1-\frac{2}{\pi}$

1) 사각형 전체를 9등분한 도형 중에서 한 개의 영역에 점 P가 있을 확률이므로

$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체의 넓이})}=\frac{1}{9}$

2) 점 P가 움직이는 전체 영역은 반지름이 5인 원의 내부 및 경계이다.

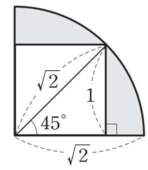



이때, $1\le\overline{OP}\le3$이려면 오른쪽 그림의 어두운 부분에 점 P가 있어야 한다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{3^2\pi-1^2\pi}{5^2\pi}=\frac{8\pi}{25\pi}=\frac{8}{25}$

3) 점 P가 움직이는 전체 영역은 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 중심각이 90°인 부채꼴의 내부 및 경계이므로 전체영역의 넓이는




$\frac{1}{4}\times(\sqrt{2})^2\pi=\frac{\pi}{2}$

이때, 부채꼴에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이는 1이므로 구하는 확률은

$\frac{(\text{부채꼴의 넓이})-(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{부채꼴의 넓이})}$

$=\frac{\frac{\pi}{2}-1}{\frac{\pi}{2}}=1-\frac{2}{\pi}$

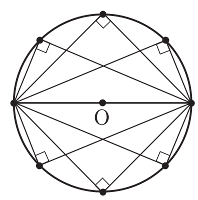
## 30 답 1) $\frac{3}{7}$　2) $1-\frac{\pi}{8}$

1) 8개의 점에서 3개의 점을 택하는 방법의 수는

${}_8C_{\boxed{3}}=\boxed{56}$(가지)이다.

직각삼각형은 빗변이 외접원의 지름이 되는 성질을 이용하자.

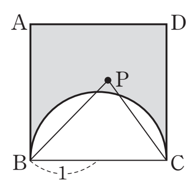
오른쪽 그림과 같이 하나의 지름에서 만들 수 있는 직각삼각형이 $\boxed{6}$개이고, 원주 위의 8개의 점들 중 두 개를 연결하여 만들 수 있는 지름은




모두 $\boxed{4}$개이므로 직각삼각형의 개수는 $6\times4=\boxed{24}$개이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{56}=\boxed{\frac{3}{7}}$이다.

2) 지름에 대한 원주각의 크기가 90°이므로 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 둘레 위에 점 P가 놓이면 △PBC가 직각삼각형이다.




따라서 예각삼각형이려면 반원의 외부에 점 P가 놓이면 되므로

$(\text{구하는 확률})=\frac{(\text{정사각형의 넓이})-(\text{반원의 넓이})}{(\text{정사각형의 넓이})}$

$=\frac{4-\pi\times\frac{1}{2}}{4}=1-\frac{\pi}{8}$

31 답 $A$, $S$, 기하학적 확률

32 답 1) $\frac{5}{8}$ 2) 0 3) 1

2) 꺼낸 공이 노란 공일 사건은 일어날 수 없는 사건이므로 확률은 0이다.

3) 반드시 일어나는 사건이므로 확률은 1이다.

33 답 1) 1 2) 0

34 답 1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{7}{12}$ 3) 1 4) 0

1) $\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$

2) $\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$

35 답 1) 0 2) 1 3) 0

36 답 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{4}{5}$

1) 꺼낸 카드에 적힌 수가 2의 배수일 사건을 $A$, 5의 배수일 사건을 $B$라 하면 $A\cap B$는 10의 배수일 사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{10}{20}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{4}{20}$이고, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{20}$이다.

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{10}{20}+\frac{4}{20}-\frac{2}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

2) 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수일 사건을 $A$, 4의 배수일 사건을 $B$라 하면 $A\cap B$는 12의 배수일 사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{20}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5}{20}$이고, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{20}$이다.

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{6}{20}+\frac{5}{20}-\frac{1}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

3) 꺼낸 카드에 적힌 수가 5 이하일 사건을 $A$, 10 이상일 사건을 $B$라 하면 $A\cap B=\varnothing$이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{20}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{11}{20}$이고, $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이다.

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{5}{20}+\frac{11}{20}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

37 답 1) 0.5 2) 0.9 3) 0.1 4) 1.2

1) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=0.7+\mathrm{P}(B)-0.2$ $\quad\therefore \mathrm{P}(B)=0.5$

2) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=\mathrm{P}(A)+0.5-0.4$ $\quad\therefore \mathrm{P}(A)=0.9$

3) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=0.6+0.5-\mathrm{P}(A\cap B)$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=0.1$

4) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-0.2$

$\therefore \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=1.2$

38 답 1) $\frac{3}{10}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) 1

1) 꺼낸 카드에 적힌 수가 1 이하일 사건을 $A$, 9 이상일 사건을 $B$라 하면

$A=\{1\}$, $B=\{9, 10\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{10}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{10}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$

2) 꺼낸 카드에 적힌 수가 소수일 사건을 $A$, 4의 배수일 사건을 $B$라 하면

$A=\{2, 3, 5, 7\}$, $B=\{4, 8\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{10}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{10}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{4}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{5}$

3) 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수일 사건을 $A$, 5의 배수일 사건을 $B$라 하면

$A=\{3, 6, 9\}$, $B=\{5, 10\}$이고, $A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

4) 꺼낸 카드에 적힌 수가 2와 서로소인 수일 사건을 $A$, 2의 배수일 사건을 $B$라 하면

$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{2, 4, 6, 8, 10\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

39 답 1) 0.6 2) 0.2

1) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$, $\mathrm{P}(A\cap B)=0$,

$\mathrm{P}(A)=0.4$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$에서

$1=0.4+\mathrm{P}(B)$ $\quad\therefore \mathrm{P}(B)=0.6$

2) $A\cap B=\varnothing$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$
$\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$, $\mathrm{P}(B)=0.8$이므로
$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$에서
$1=\mathrm{P}(A)+0.8 \qquad \therefore \mathrm{P}(A)=0.2$

**40** 답 $\frac{2}{5}$

전체 경우의 수는 5개 중 2개를 뽑는 것이므로 ${}_5\mathrm{C}_2$가지이고, 같은 색의 공이 나오는 것은 둘 다 흰 공이거나 둘 다 검은 공인 경우이다.
(i) 둘 다 흰 공인 경우
흰 공 3개 중 2개를 꺼내야 하므로 이 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2$가지
(ii) 둘 다 검은 공인 경우
검은 공 2개 중 2개를 꺼내야 하므로 이 경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_2$가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_3\mathrm{C}_2+{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3+1}{10}=\frac{2}{5}$이다.

**41** 답 $\frac{1}{6}$

전체 경우의 수는 9개 중 3개를 뽑는 것이므로 ${}_9\mathrm{C}_3$가지
(i) 모두 도넛을 꺼낸 경우
도넛 5개 중 3개를 꺼내야 하므로 이 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_3$가지
(ii) 모두 쿠키를 꺼낸 경우
쿠키 4개 중 3개를 꺼내야 하므로 이 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_3$가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_5\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{10+4}{84}=\frac{1}{6}$이다.

**42** 답 $\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\boxed{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})}$
$=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$
$=\boxed{\frac{11}{10}}-\mathrm{P}(A\cup B)$
따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)$가 최소일 때는 $\mathrm{P}(A\cup B)$가 $\boxed{\text{최대}}$일 때이다.
$\mathrm{P}(A\cup B)\le\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{11}{10}$
$\mathrm{P}(A\cup B)\le\boxed{1}$이므로
$\mathrm{P}(A\cup B)$의 최댓값은 $\boxed{1}$이다.
따라서 $\mathrm{P}(A\cup B)=\boxed{1}$일 때 $\mathrm{P}(A\cap B)$는 최솟값 $\boxed{\frac{1}{10}}$을 가진다.

**43** 답 $\frac{9}{28}$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)$
$=\frac{4}{7}+\frac{3}{4}-\mathrm{P}(A\cup B)$
$=\frac{37}{28}-\mathrm{P}(A\cup B)$
$\mathrm{P}(A\cap B)$가 최소일 때는 $\mathrm{P}(A\cup B)$가 최대일 때이다.
$\mathrm{P}(A\cup B)\le 1$이므로 $\mathrm{P}(A\cup B)$의 최댓값은 1이다.
따라서 $\mathrm{P}(A\cup B)=1$일 때 $\mathrm{P}(A\cap B)$는 최솟값 $\frac{9}{28}$를 가진다.

**44** 답 $\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)$
$=\frac{3}{2}+\frac{5}{6}-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$
$=\frac{3}{2}-\mathrm{P}(A\cup B)$
$\mathrm{P}(A\cap B)$가 최소일 때는 $\mathrm{P}(A\cup B)$가 최대일 때이다.
$\mathrm{P}(A\cup B)\le 1$이므로 $\mathrm{P}(A\cup B)$의 최댓값은 1이다.
따라서 $\mathrm{P}(A\cup B)=1$일 때 $\mathrm{P}(A\cap B)$는 최솟값 $\frac{1}{2}$을 가진다.

**45** 답 $\frac{5}{6}$

$\mathrm{P}(A\cap B)\le\mathrm{P}(A)=\frac{7}{8}$,
$\mathrm{P}(A\cap B)\le\mathrm{P}(B)=\frac{5}{6}$에서
$\mathrm{P}(A\cap B)\le\frac{5}{6}<\frac{7}{8}$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)$의 최댓값은 $\frac{5}{6}$이다.

**46** 답 $\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(A\cap B)\le\mathrm{P}(A)=\frac{8}{11}$,
$\mathrm{P}(A\cap B)\le\mathrm{P}(B)=\frac{3}{10}$에서
$\mathrm{P}(A\cap B)\le\frac{3}{10}<\frac{8}{11}$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)$의 최댓값은 $\frac{3}{10}$이다.

**47** 답 1) $\mathbf{P}(A)$, $\mathbf{P}(B)$, $\mathbf{P}(A\cap B)$
2) $\mathbf{P}(A)$, $\mathbf{P}(B)$

## 48 답 1) $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{3}{4}$

1) 서로 같은 눈이 나올 경우는

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$

으로 6가지이므로

(구하는 확률)$=1-$(서로 같은 눈이 나올 확률)

$=1-\frac{6}{36}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

2) 두 수 중 어느 한 수만 짝수이면 곱이 짝수이므로 여사건으로 해결하자.

두 수 모두 홀수일 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$이므로

(구하는 확률)$=1-$(모두 홀수일 확률)

$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

## 49 답 1) $\frac{31}{32}$ 2) $\frac{13}{16}$

1) (앞면이 1개 이상 나올 확률)

$=1-$(앞면이 0개 나올 확률)$=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$

2) (뒷면이 2개 이상 나올 확률)

$=1-$(뒷면이 0개 또는 1개 나올 확률)

$=1-\left(\frac{1}{32}+\frac{5}{32}\right)=\frac{13}{16}$

## 50 답 1) $\frac{29}{30}$ 2) $\frac{13}{14}$

1) 먼저 전체 경우의 수는 10명 중 대표 3명을 뽑는 것이므로 $\boxed{{}_{10}C_3}$가지이다.

이때, 여학생이 한 명 이상 포함되는 것은 남학생만 3명 뽑히는 사건의 여사건이므로

(구하는 확률)$=1-\frac{\boxed{{}_4C_3}}{\boxed{{}_{10}C_3}}$

$=1-\frac{4}{\boxed{120}}=\boxed{\frac{29}{30}}$

2) 먼저 전체 경우의 수는 10명 중 대표 4명을 뽑는 것이므로 ${}_{10}C_4$가지이다.

이때, 남학생이 한 명 이상 포함되는 것은 여학생만 4명 뽑히는 사건의 여사건이므로

(구하는 확률)$=1-\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}=1-\frac{15}{210}=\frac{13}{14}$

## 51 답 $\frac{1}{2}$

5명이 원탁에 앉는 경우는 $(5-1)!=4!$(가지)이다.

(은영이와 정환이가 이웃하여 앉지 않을 확률)

$=1-$(은영이와 정환이가 이웃할 확률)

이므로 은영이와 정환이를 하나로 생각하면 4명을 원탁에 앉히는 것과 같고, 이때, 둘이 자리를 바꿀 수 있으므로 은영이와 정환이가 이웃할 경우의 수는 $(4-1)!\times 2$(가지)이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{3!\times 2}{4!}=1-\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

## 52 답 1) $\frac{9}{10}$ 2) $\frac{7}{10}$

1) (적어도 한쪽 끝에는 남학생을 세울 확률)

$=1-($ $\boxed{\text{양 끝에 모두 여학생을 세울 확률}}$ $)$

여학생 2명을 양 끝에 세우는 방법의 수는 $\boxed{2}$가지, 그 사이에 남학생 3명을 세우는 방법의 수는 $\boxed{3!}$가지이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{\boxed{2\times 3!}}{5!}=\boxed{\frac{9}{10}}$

2) (적어도 한쪽 끝에는 여학생을 세울 확률)

$=1-$(양 끝에 모두 남학생을 세울 확률)

남학생 2명을 양 끝에 세우는 방법의 수는 3명 중 2명을 뽑아 나열하는 것이므로 ${}_3P_2$가지, 그 사이에 나머지 3명을 세우는 방법의 수는 $3!$가지이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_3P_2\times 3!}{5!}=1-\frac{3\times 2}{5\times 4}=\frac{7}{10}$

## 53 답 1) $\frac{13}{14}$ 2) $\frac{23}{42}$

1) (적어도 1개가 당첨제비일 확률)

$=1-$(모두 당첨제비가 아닐 확률)

모두 당첨제비가 아닌 경우는 6개 중 4개를 뽑는 경우이므로 ${}_6C_4$가지이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}=1-\frac{15}{210}=\frac{13}{14}$

2) (적어도 2개가 당첨제비일 확률)

$=1-\{$(모두 당첨제비가 아닐 확률)

$+$(1개만 당첨제비일 확률)$\}$

먼저 모두 당첨제비가 아닌 경우는 6개 중 4개를 뽑는 경우이므로 그 확률은 $\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}$이다.

또, 1개만 당첨제비일 확률은 $\frac{{}_4C_1\times{}_6C_3}{{}_{10}C_4}$이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_6C_4+{}_4C_1\times{}_6C_3}{{}_{10}C_4}$

$=1-\frac{15+4\times 20}{210}=\frac{23}{42}$

## 54 답 $\frac{7}{8}$

(적어도 하나는 뒷면이 나올 확률)

$=1-$(모두 앞면이 나올 확률)

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

**55** 답 1) $\frac{20}{21}$ 2) $\frac{121}{126}$

1) (적어도 한 개가 흰 공이 나올 확률)

$=1-$(모두 검은 공이 나올 확률)

$=1-\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}=1-\frac{4}{84}=\frac{20}{21}$

2) (적어도 한 개가 검은 공이 나올 확률)

$=1-$(모두 흰 공이 나올 확률)

$=1-\frac{{}_5C_4}{{}_9C_4}=1-\frac{5}{126}=\frac{121}{126}$

**56** 답 $\frac{8}{15}$

(적어도 한 개의 불량품이 나올 확률)

$=1-$(3개 모두 불량품이 아닐 확률)

$=1-\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=1-\frac{56}{120}=\frac{8}{15}$

**57** 답 $\mathrm{P}(A)$

## Ⅱ-2 조건부확률

pp. 53~63

**58** 답 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{2}{5}$

1) $\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{3}$

2) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{5}$

**59** 답 1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{2}{9}$

1) $\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{12}$

2) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{9}$

**60** 답 1) $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{3}{5}$

1) 두 사건 $A$, $B$가 배반사건이므로 $A\cap B=\varnothing$,

즉 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}=\frac{\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{6}$

2) 두 사건 $A$, $B$가 배반사건이므로 $A\cap B=\varnothing$,

즉 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(B)}$

$=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{3}{5}$

**61** 답 $\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=0.4\times0.5=0.2$

$\therefore\ \mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{0.2}{0.3}=\frac{2}{3}$

**62** 답 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{3}$

1) 홀수의 눈이 나올 사건을 $A$, 소수의 눈이 나올 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때, $A=\{1, 3, 5\}$에서 $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이고,

$A\cap B=\{3, 5\}$에서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$

2) 홀수의 눈이 나올 사건을 $A$, 12의 약수의 눈이 나올 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때, $A=\{1, 3, 5\}$에서 $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이고,

$B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$이므로 $A\cap B=\{1, 3\}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$

3) 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 2개를 동시에 던져 앞면이 1개 나올 사건을 $A$, 100원짜리 동전의 앞면이 나올 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다. 이때, 앞면, 뒷면을 각각 H, T라 하고 (100원, 500원, 500원)의 순서쌍으로 나타내면 나올 수 있는 모든 경우의 수는 8가지이고,

$A=\{(\mathrm{H}, \mathrm{T}, \mathrm{T}), (\mathrm{T}, \mathrm{H}, \mathrm{T}), (\mathrm{T}, \mathrm{T}, \mathrm{H})\}$,

$A\cap B=\{(\mathrm{H}, \mathrm{T}, \mathrm{T})\}$이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{8}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}}=\frac{1}{3}$

**63** 답 1) $\frac{3}{13}$ 2) $\frac{1}{2}$

1) 모두 같은 색 구슬이 나올 사건을 $A$, 2개 모두 파란색 구슬일 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\boxed{\mathrm{P}(B|A)}$이다.
이때, 같은 색 구슬인 경우는 두 개 모두 빨간 색이거나 두 개 모두 파란색인 경우이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}+\boxed{\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}}=\boxed{\frac{13}{28}}$$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\boxed{\frac{3}{28}}$$

$$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{3}{28}}{\frac{13}{28}}=\boxed{\frac{3}{13}}$$

2) 빨간 카드를 뽑는 사건을 $A$, 짝수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.
이때, $\mathrm{P}(A)=\frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{7}$

$$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{1}{2}$$

**64** 답 $\frac{3}{10}$

당첨제비를 뽑는 사건을 $A$, 1등 당첨제비를 뽑는 사건을 $B$라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.
이때, $A$의 여사건은 뽑은 제비가 모두 당첨제비가 아닌 사건이다. 10개의 제비 중 당첨제비가 4개, 당첨제비가 아닌 것은 6개이므로

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=1-\frac{15}{45}=\frac{2}{3}$$

한편, $A\cap B$는 1등 당첨제비 하나와 나머지 9개의 제비 중 아무거나 하나가 뽑히는 사건이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_9\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{9}{45}=\frac{1}{5}$$

$$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{10}$$

**65** 답 1) $\frac{5}{16}$ 2) $\frac{2}{5}$

1) 임의로 선택한 한 명이 환경보호 운동에 참여하는 사람인 사건을 $A$, 남자인 사건을 $B$라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{5}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$

$$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{16}$$

2) 임의로 선택한 한 명이 AB형인 사건을 $A$, 남자인 사건을 $B$라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{30}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{12}{100}$

$$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$$

**66** 답 1) $\frac{8}{15}$ 2) $\frac{7}{15}$ 3) $\frac{3}{10}$

1) $\frac{(\text{서울에서 생산한 A휴대폰의 개수})}{(\text{A휴대폰의 개수})}=\frac{320}{600}=\frac{8}{15}$

2) $\frac{(\text{부산에서 생산한 A휴대폰의 개수})}{(\text{A휴대폰의 개수})}=\frac{280}{600}=\frac{7}{15}$

3) $\frac{(\text{부산에서 생산한 B휴대폰의 개수})}{(\text{부산에서 생산한 휴대폰의 개수})}=\frac{120}{400}=\frac{3}{10}$

**67** 답 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{20}{27}$ 3) $\frac{4}{7}$

1) $\frac{(\text{노란 조끼를 입은 여자의 수})}{(\text{노란 조끼를 입은 사람의 수})}=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$

2) $\frac{(\text{빨간 조끼를 입은 남자의 수})}{(\text{빨간 조끼를 입은 사람의 수})}=\frac{20}{27}$

3) $\frac{(\text{빨간 조끼를 입은 남자의 수})}{(\text{남자의 수})}=\frac{20}{35}=\frac{4}{7}$

**68** 답 1) $\frac{25}{61}$ 2) $\frac{16}{61}$

1) 나미가 모자를 잃어버리는 사건을 $E$, 강남, 호동, 현빈의 집에서 모자를 잃어버리는 사건을 각각 $A$, $B$, $C$라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$,

$\mathrm{P}(C)=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{16}{125}$이므로

$$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)=\frac{1}{5}+\frac{4}{25}+\frac{16}{125}=\frac{61}{125}$$

따라서 나미가 모자를 잃어버렸을 때, 그것이 강남이네 집에 모자를 두고 왔을 확률은

$$\mathrm{P}(A|E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{61}{125}}=\frac{25}{61}$$

2) 나미가 현빈이네 집에 모자를 두고 왔을 확률은

$$\mathrm{P}(C|E)=\frac{\mathrm{P}(C\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{16}{125}}{\frac{61}{125}}=\frac{16}{61}$$

**69** 답 1) 조건부확률, $\mathrm{P}(B|A)$ 2) $\mathrm{P}(B|A)$

**70** 답 1) $\frac{1}{5}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{4}$

1) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

2) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$에서 $\frac{1}{5}=\frac{3}{10}\times\mathrm{P}(A|B)$

$\therefore \mathrm{P}(A|B)=\frac{2}{3}$

3) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$이므로

$$\frac{\mathrm{P}(B|A)}{\mathrm{P}(A|B)}=\frac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{4}$$

**71** 답 1) $\frac{1}{5}$ 2) $\frac{1}{5}$

1) 태양이가 당첨되는 사건을 $A$라고 하면

$\mathrm{P(A)}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

2) 바다가 당첨되는 사건을 $B$라고 하자.

사건 $B$가 일어나는 것은 태양이가 당첨되고 바다가 당첨되는 경우이거나, 태양이가 당첨되지 않고 바다가 당첨되는 경우이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{4}{20}\times\frac{3}{19}=\frac{3}{95}$

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{16}{20}\times\frac{4}{19}=\frac{16}{95}$

$\therefore \mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{3}{95}+\frac{16}{95}=\frac{1}{5}$

따라서 바다가 당첨될 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

**72** 답 1) $\mathbf{P(B|A)}$ 2) $\mathbf{P(A|B)}$

**73** 답 1) 독립 2) 종속 3) 종속

$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{5, 10\}$, $C=\{2, 3, 5, 7\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

1) $A\cap B=\{10\}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{10}=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$

따라서 $A$와 $B$는 서로 독립이다.

2) $B\cap C=\{5\}$이므로

$\mathrm{P}(B\cap C)=\frac{1}{10}\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}$

따라서 $B$와 $C$는 서로 종속이다.

3) $A\cap C=\{2\}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{1}{10}\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$

따라서 $A$와 $C$는 서로 종속이다.

**74** 답 1) 참 2) 거짓 3) 참

$A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{3, 6\}$, $C=\{1, 3, 5\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

1) $A\cap B=\{6\}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$

따라서 $A$와 $B$는 서로 독립이다. (참)

2) $B\cap C=\{3\}$이므로 $B\cap C\neq\varnothing$

따라서 $B$와 $C$는 서로 배반인 것은 아니다. (거짓)

3) $A\cap C=\varnothing$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C)=0\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

따라서 $A$와 $C$는 서로 종속이다. (참)

**75** 답 1) 0.125 2) 0.625 3) 0.5

1) 두 사건 $A$와 $B$가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.25\times0.5=0.125$

2) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=0.25+0.5-0.125=0.625$

3) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{0.125}{0.25}=0.5$

**76** 답 1) 0.7 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{2}{5}$

1) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로

$0.2=0.5\times\mathrm{P}(B)$ $\quad\therefore \mathrm{P}(B)=0.4$

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=0.5+0.4-0.2=0.7$

2) $\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$

$=1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

3) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\mathrm{P}(A)=a$, $\mathrm{P}(B)=b$ $(0\leq a\leq1,\ 0\leq b\leq1)$이라 하면

$0.7=a+b-0.2$ $\quad\therefore b=0.9-a$ ⋯ ㉠

한편, 두 사건 $A$와 $B$가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$에서 $0.2=ab$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $a(0.9-a)=-a^2+0.9a=0.2$

$10a^2-9a+2=(2a-1)(5a-2)=0$

$\therefore a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$ 또는 $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$

**77** 답 1) 참 2) 참 3) 참 4) 참 5) 거짓 6) 참

1) $\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(A)-\boxed{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}$

($\because$ $A$와 $B$가 서로 독립)

$=\mathrm{P}(A)\{1-\boxed{\mathrm{P}(B)}\}=\mathrm{P}(A)\boxed{\mathrm{P}(B^C)}$

$\therefore$ $A$와 $B^C$가 서로 독립 (참)

2) $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\mathrm{P}(B)\{1-\mathrm{P}(A)\}=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A^C)$

$\therefore$ $B$와 $A^C$가 서로 독립 (참)

3) $\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cap B)^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)\{1-\mathrm{P}(A)\}$

$=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B^C)$

$\therefore$ $A^C$와 $B^C$가 서로 독립 (참)

4) $\mathrm{P}(A|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}=\mathrm{P}(A)$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\mathrm{P}(A)$

$\therefore \mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A|B^C)$ (참)

5) 두 사건 $A$와 $B$가 서로 독립이면

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ (거짓)

6) $\mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B|A)$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}\times\dfrac{\mathrm{P}(B\cap A)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}\times\dfrac{\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)$ (참)

## 78 답 1) 참 2) 참

1) 두 사건 $A$, $B$가 서로 독립이면 $A$와 $B^C$, $A^C$와 $B$, $A^C$와 $B^C$도 서로 독립이다. 따라서 정의로부터

$\mathrm{P}(A|B^C)=\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)$이고,

$\mathrm{P}(A^C|B)=\mathrm{P}(A^C|B^C)=\mathrm{P}(A^C)$이므로

$1-\mathrm{P}(A^C|B)=1-\mathrm{P}(A^C)=\mathrm{P}(A)$

$\therefore \mathrm{P}(A|B^C)=1-\mathrm{P}(A^C|B)$ (참)

2) $\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\}$

$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$ (참)

## 79 답 1) $\dfrac{8}{35}$ 2) 0.94

1) 두 주머니에서 공을 하나씩 뽑는 사건은 서로 독립이고, 각각 검은 공이 나와야 하므로 구하는 확률은

$\dfrac{2}{5}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{8}{35}$

2) 두 선수가 자유투를 던지는 것은 서로 독립이므로

(적어도 한 명이 성공할 확률)

$=1-$(둘 다 실패할 확률)

$=1-0.2\times0.3=0.94$

## 80 답 1) $\dfrac{1}{25}$ 2) 0.96

1) 뽑은 제비를 다시 넣으므로 두 사람이 제비를 뽑는 것은 서로 독립이다. 따라서 둘 다 당첨제비를 뽑을 확률은

$\dfrac{2}{10}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{25}$

2) 이 선수가 매회 자유투를 던지는 것은 서로 독립이므로

(적어도 한 번 성공할 확률)

$=1-$(둘 다 실패할 확률)

$=1-0.4\times0.1=0.96$

## 81 답 1) $A^C$, $\mathrm{P}(B)$ 2) $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(B)$ 3) $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(B)$

## 82 답 1) 독립시행 2) 독립시행이 아니다. 3) 독립시행 4) 독립시행

## 83 답 1) $\dfrac{2}{3}$ 2) $\dfrac{80}{243}$ 2) $\dfrac{1}{3^8}$

1) $A=\{1, 2, 3, 6\}$이므로 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

2) ${}_5\mathrm{C}_4\left(\dfrac{2}{3}\right)^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^1=\dfrac{5\times16}{3^5}=\dfrac{80}{243}$

3) ${}_8\mathrm{C}_0\left(\dfrac{2}{3}\right)^0\left(\dfrac{1}{3}\right)^8=\dfrac{1}{3^8}$

## 84 답 1) 5, 4, 4, 1 2) $\dfrac{1}{5}$ 3) $\dfrac{1}{5}$ 4) 5, 4, 1, 5, 5, 0

1) ${}_{\boxed{5}}\mathrm{C}_{\boxed{4}}\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\boxed{4}}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\boxed{1}}$

2) ${}_5\mathrm{C}_0\left(\dfrac{4}{5}\right)^0\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^5=\left(\boxed{\dfrac{1}{5}}\right)^5$

3) (한 번 이상 과녁을 명중시킬 확률)

$=1-$(모두 명중시키지 못할 확률)

$=1-{}_5\mathrm{C}_0\left(\dfrac{4}{5}\right)^0\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^5=1-\left(\boxed{\dfrac{1}{5}}\right)^5$

4) (네 번 또는 다섯 번 과녁을 명중시킬 확률)

$=$(네 번 과녁을 명중시킬 확률)

$+$(다섯 번 과녁을 명중시킬 확률)

$={}_{\boxed{5}}\mathrm{C}_4\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\boxed{4}}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\boxed{1}}+{}_{\boxed{5}}\mathrm{C}_5\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\boxed{5}}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\boxed{0}}$

## 85 답 1) ${}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{2}{5}\right)^5\left(\dfrac{3}{5}\right)$ 2) ${}_6\mathrm{C}_4\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

1) 한 번의 시행에서 짝수가 적힌 영역을 맞힐 확률은 $\dfrac{2}{5}$이므로

구하는 확률은 ${}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{2}{5}\right)^5\left(\dfrac{3}{5}\right)$

2) 한 번의 시행에서 홀수가 적힌 영역을 맞힐 확률은 $\dfrac{3}{5}$이므로

구하는 확률은 ${}_6\mathrm{C}_4\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

## 86 답 ${}_6\mathrm{C}_4\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\left(\dfrac{2}{5}\right)^2+{}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{3}{5}\right)^5\left(\dfrac{2}{5}\right)+{}_6\mathrm{C}_6\left(\dfrac{3}{5}\right)^6$

이 학생은 평균적으로 5문제 중 3문제를 맞히므로 한 번의 시행에서 문제를 맞힐 확률은 $\dfrac{3}{5}$이다.

이때, 6문제가 출제된 어떤 시험에서 4문제 이상을 맞히는 것은 4문제 또는 5문제 또는 6문제를 맞히는 경우이므로 구하는 확률은

${}_6\mathrm{C}_4\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\left(\dfrac{2}{5}\right)^2+{}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{3}{5}\right)^5\left(\dfrac{2}{5}\right)+{}_6\mathrm{C}_6\left(\dfrac{3}{5}\right)^6$

**87** 답 1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{3}{16}$

종수와 서현이가 가위바위보를 할 때 비기는 경우가 없으므로

(종수가 이기는 확률)+(종수가 지는 확률)=1

이다. 이때,

(종수가 지는 확률)=(서현이가 이기는 확률)

=(종수가 이기는 확률)

이므로 종수가 이기는 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 마찬가지로 서현이가 이기는 확률도 $\frac{1}{2}$이다.

1) 3번 모두 서현이가 이기면 되므로 ${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

2) 가위바위보를 한 지 5번 만에 종수가 통과하려면 4번째까지는 각자 2번씩 이기고 5번째에 종수가 이기면 되므로

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

**88** 답 $\frac{3}{16}$

갑이 4차전에서 우승하려면 3차전까지 갑이 2번 이기고, 4차전에서 한 번 더 이기면 되므로 구하는 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

**89** 답 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{5}{16}$

1) 5번째 시합에서 A가 우승팀으로 결정될 확률은 4번의 시합에서 A가 3회 이기고 5번째 시합에서 한 번 더 이겨야 하므로

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

5번째 시합에서 B가 우승팀으로 결정될 확률도 마찬가지 방법으로 $\frac{1}{8}$이다.

따라서 5번째 시합에서 우승팀이 결정될 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$이다.

2) 6번째 시합까지 A와 B팀이 각각 3회씩 이기면 7번째 시합에서 이기는 팀이 우승팀으로 결정된다.

따라서 구하는 확률은

$${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{20}{64}=\frac{5}{16}$$

**90** 답 1) 독립시행 2) ${}_nC_rp^r(1-p)^{n-r}$

## 단원 총정리 문제 정답 Ⅱ 확률

pp. 64~65

| | | | |
|---|---|---|---|
| 01 ② | 02 $A$와 $C$, $B$와 $C$ | 03 ④ | 04 20 |
| 05 0.1 | 06 0.92 | 07 ② | 08 $\frac{15}{53}$ | 09 ③ |
| 10 3 | 11 ⑤ | 12 ① | |

**01** 답 ②

서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이다.

이때, $a>b$이려면, 주사위의 눈의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 두 개를 택하여 큰 수를 $a$라 하고 작은 수를 $b$라 하면 된다. 즉, 서로 다른 6개에서 2개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_2$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_6C_2}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$이다.

**02** 답 $A$와 $C$ 또는 $B$와 $C$

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고, 두 번의 시행의 결과를 순서쌍으로 나타내면

$A=\{(\mathrm{H},\ \mathrm{T}),\ (\mathrm{T},\ \mathrm{H}),\ (\mathrm{H},\ \mathrm{H})\}$,

$B=\{(\mathrm{H},\ \mathrm{T}),\ (\mathrm{T},\ \mathrm{H})\}$, $C=\{(\mathrm{T},\ \mathrm{T})\}$

이때, $A\cap B=\{(\mathrm{H},\ \mathrm{T}),\ (\mathrm{T},\ \mathrm{H})\}\neq\varnothing$, $A\cap C=\varnothing$, $B\cap C=\varnothing$이다.

따라서 배반인 두 사건은 $A$와 $C$ 또는 $B$와 $C$이다.

**03** ④

먼저 전체 경우의 수는 $5!$가지이다.

(i) 42□□□인 경우 : 빈 자리에는 1, 3, 5의 3가지 수가 올 수 있으므로 이 경우의 수는 $3!=6$(가지)이다.

(ii) 43□□□인 경우 : 빈 자리에는 1, 2, 5의 3가지 수가 올 수 있으므로 이 경우의 수는 $3!=6$(가지)이다.

(iii) 45□□□인 경우 : 빈 자리에는 1, 2, 3의 3가지 수가 올 수 있으므로 이 경우의 수는 $3!=6$(가지)이다.

(iv) 5□□□□인 경우 : 빈 자리에는 1, 2, 3, 4의 4가지 수가 올 수 있으므로 이 경우의 수는 $4!=24$(가지)이다.

(i)~(iv)로부터 42000보다 큰 경우의 수는

$6+6+6+24=42$(가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{42}{5!}=\frac{7}{20}$

**04** 답 20

파란 공이 나올 통계적 확률이 $\frac{360}{3000}=\frac{3}{25}$이므로

$$\frac{3}{2+3+n}=\frac{3}{25}$$

$\therefore n=20$

## 05 답 **0.1**

(두 번의 경주에서 모두 우승하지 못할 확률)

=1−(두 번 우승하거나 한 번 우승할 확률)

$=1-(0.7+0.2)=0.1$

## 06 답 **0.92**

(적어도 한 명이 성공할 확률)

=1−(두 명 모두 실패할 확률)

$=1-(1-0.6)\times(1-0.8)$

$=1-0.4\times0.2=0.92$

## 07 답 ②

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$이므로

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=0.5\times0.4=0.2$

## 08 답 $\dfrac{15}{53}$

H사, K사, D사의 자동차를 구입할 확률을 각각 $A$, $B$, $C$라 하고, 소형차 한 대를 구입할 확률을 $E$라 하자.

$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(B\cap E)+\mathrm{P}(C\cap E)$

$=0.5\times0.6+0.3\times0.5+0.2\times0.4$

$=0.30+0.15+0.08=0.53$

따라서 이 소형차가 K사의 자동차일 확률은

$\mathrm{P}(B|E)=\dfrac{\mathrm{P}(B\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\dfrac{0.15}{0.53}=\dfrac{15}{53}$

## 09 답 ③

두 사건 $A$, $B$가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{1}{4}$이고,

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{12}$

따라서

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{12}$

$=\dfrac{1}{2}$

## 10 답 **3**

세 명이 페널티 킥을 하는 것은 각각 독립이므로

(한 명도 성공하지 못할 확률)

=(모두 실패할 확률)

$=(1-0.7)(1-0.8)(1-0.9)=0.3\times0.2\times0.1$

$=\dfrac{6}{1000}=\dfrac{3}{500}=\dfrac{k}{500}$

$\therefore k=3$

## 11 답 ⑤

두 수의 합이 홀수이려면 두 주머니 A, B에서 꺼낸 공에 적힌 수가 각각 홀수, 짝수이거나 짝수, 홀수이어야 한다. 두 주머니 A, B에서 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수인 사건을 각각 $A$, $B$라 할 때,

(ⅰ) A에서 홀수, B에서 짝수가 나올 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{3}{10}$

(ⅱ) A에서 짝수, B에서 홀수가 나올 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{2}$

## 12 답 ①

6개의 동전을 동시에 던지는 시행에서 나온 앞면의 개수와 뒷면의 개수를 순서쌍으로 나타낼 때, 앞면의 개수가 더 많은 경우는 (6, 0), (5, 1), (4, 2)일 때이다. 동전을 던지는 시행은 독립시행이므로 구하는 확률은

${}_6\mathrm{C}_6\left(\dfrac{1}{2}\right)^6\left(\dfrac{1}{2}\right)^0+{}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\left(\dfrac{1}{2}\right)^1+{}_6\mathrm{C}_4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{2^6}({}_6\mathrm{C}_6+{}_6\mathrm{C}_5+{}_6\mathrm{C}_4)$

$=\dfrac{1}{64}(1+6+15)=\dfrac{22}{64}=\dfrac{11}{32}$

# Ⅲ 통계

## Ⅲ－1 이산확률분포

pp. 70~79

**01** 답 1) $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 2) $0, 1, 2$
3) $0, 1, 2, 3$ 4) $1, 3, 5, 7, 9$

**02** 답 1) $S=\{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1B_1, R_2B_1, R_3B_1, R_1B_2, R_2B_2, R_3B_2, B_1B_2\}$
2) $0, 1, 2$ 3) $0, 1, 2$

**03** 답 1) 확률변수, $P(X=x)$ 2) 확률분포

**04** 답 1) 이산확률변수 2) 이산확률변수가 아니다.
3) 이산확률변수가 아니다. 4) 이산확률변수

2) 혈압의 수치는 연속적인 값을 취하므로 이산확률변수가 아니다.

3) 시간, 길이, 무게 등과 같이 연속적인 값을 취하는 확률변수는 이산확률변수가 아니다.

**05** 답 1) $P(X=x)=\dfrac{{}_2C_x\times{}_3C_{2-x}}{{}_5C_2}$ $(x=0, 1, 2)$
2) 해설 참조

2) $P(X=0)=\dfrac{{}_2C_0\times{}_3C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{3}{10}$

$P(X=1)=\dfrac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$P(X=2)=\dfrac{{}_2C_2\times{}_3C_0}{{}_5C_2}=\dfrac{1}{10}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

**06** 답 1) $P(X=x)=\dfrac{{}_4C_x\times{}_3C_{3-x}}{{}_7C_3}$ $(x=0, 1, 2, 3)$
2) 해설 참조

1) 사과의 개수는 0, 1, 2, 3의 값을 취할 수 있으므로

$P(X=x)=\dfrac{{}_4C_x\times{}_3C_{3-x}}{{}_7C_3}$ $(x=0, 1, 2, 3)$

2) $x=0, 1, 2, 3$에 대한 각각의 확률을 구하면

$P(X=0)=\dfrac{{}_4C_0\times{}_3C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{1}{35}$,

$P(X=1)=\dfrac{{}_4C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\dfrac{12}{35}$

$P(X=2)=\dfrac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\dfrac{18}{35}$,

$P(X=3)=\dfrac{{}_4C_3\times{}_3C_0}{{}_7C_3}=\dfrac{4}{35}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{35}$ | $\frac{12}{35}$ | $\frac{18}{35}$ | $\frac{4}{35}$ | 1 |

**07** 답 해설 참조

한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수 $X$는 0, 1, 2의 값을 취할 수 있다. 즉, 전체 경우의 수는 (H, H), (H, T), (T, H), (T, T)와 같이 4가지이므로 각 확률은 다음과 같다.

$P(X=0)=\frac{1}{4}$, $P(X=1)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $P(X=2)=\frac{1}{4}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

**08** 답 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{5}{6}$

1) 확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}+a+\frac{1}{6}=1$에서 $a=\frac{1}{6}$

2) $P(1\le X\le 3)$
$=P(X=1$ 또는 $X=2$ 또는 $X=3)$
$=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$
$=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

【다른 풀이】

$P(1\le X\le 3)=1-P(X=0)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

**09** 답 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{2}{3}$

1) 확률의 총합은 1이므로

$3a+2a+a=1$에서 $a=\frac{1}{6}$

2) $P(X^2=1)=P(X=-1$ 또는 $X=1)$
$=P(X=-1)+P(X=1)$
$=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

**10** 답 $\frac{8}{7}$

$P(X=x)=\dfrac{k}{2^x}$ $(x=1, 2, 3)$에서

$P(X=1)=\frac{k}{2}$, $P(X=2)=\frac{k}{4}$, $P(X=3)=\frac{k}{8}$

이고, 확률의 총합은 1이므로

$\frac{k}{2}+\frac{k}{4}+\frac{k}{8}=\frac{7k}{8}=1$

$\therefore k=\frac{8}{7}$

**11** 답 1) $\frac{5}{9}$ 2) 2

1) $P(5\le X\le 8)$

$=P(X=5$ 또는 $X=6$ 또는 $X=7$ 또는 $X=8)$

$=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$

각각을 구하면

(i) $X=5$인 경우 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지이므로 $P(X=5)=\frac{4}{36}$

(ii) $X=6$인 경우 : (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지이므로 $P(X=6)=\frac{5}{36}$

(iii) $X=7$인 경우 : (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지이므로 $P(X=7)=\frac{6}{36}$

(iv) $X=8$인 경우 : (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지이므로 $P(X=8)=\frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{36}+\frac{5}{36}+\frac{6}{36}+\frac{5}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

2) 사과가 2개 있으므로 3개를 꺼낼 때는 반드시 귤은 1개 이상 나오므로 $X=1, 2, 3$의 값을 가질 수 있다.

각각의 확률을 구하면

$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_2}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

$P(X=3)=\frac{{}_4C_3}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

따라서 $P(X\le a)=\frac{4}{5}$일 때의 $a$의 값은 2이다.

**12** 답 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{3}{5}$

1) 0, 1, 2의 숫자카드에서 두 장을 뽑아 만들 수 있는 두 수의 차는 $X=1, 2$이다. 각각의 확률을 구하면

(i) $X=1$일 때 : (0, 1), (1, 2)의 2가지이므로

$P(X=1)=\frac{2}{{}_3C_2}=\frac{2}{3}$

(ii) $X=2$일 때 : (0, 2)의 1가지이므로

$P(X=2)=\frac{1}{{}_3C_2}=\frac{1}{3}$

$\therefore P(X^2-X\le 0)=P(X(X-1)\le 0)$

$=P(0\le X\le 1)=P(X=1)=\frac{2}{3}$

2) $P(X^2-6X+8\le 0)$

$=P((X-2)(X-4)\le 0)=P(2\le X\le 4)$

$=P(X=2$ 또는 $X=3$ 또는 $X=4)$

$=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$

$=\frac{2}{15}+\frac{3}{15}+\frac{4}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

**13** 답 1) 이산확률변수 2) $p_i$

**14** 답 1) 2 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

1) $E(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3$

$=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

2) $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$E(X^2)=x_1^2p_1+x_2^2p_2+x_3^2p_3$

$=1\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{2}+9\times\frac{1}{4}=\frac{9}{2}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{2}-2^2=\frac{1}{2}$

3) $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

**15** 답 1) $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{29}{36}$ 3) $\frac{\sqrt{29}}{6}$

1) 확률의 총합은 1이므로 $a+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=1$에서 $a=\frac{1}{2}$

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

2) $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$이므로

$E(X^2)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{3}{2}-\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{29}{36}$

3) $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{29}}{6}$

**16** 답 1) $\frac{3}{2}$ 2) 분산 : $\frac{3}{4}$, 표준편차 : $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) 3개의 동전을 동시에 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수 $X$는 0, 1, 2, 3의 값을 가질 수 있다. 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면 나올 수 있는 모든 경우는

(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (H, T, T), (T, H, T), (T, T, H), (T, T, T)

이므로 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 1 |

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

2) $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$이므로

$E(X^2)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+4\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}=3$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

$\therefore \sigma(X)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

**17** 답 **1) 350  2) 300**

1) 주사위 1개를 던지는 시행에서 받을 수 있는 금액 $X$는 100, 200, $\cdots$, 600의 값을 가질 수 있다.

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |

$\therefore \mathrm{E}(X)=\frac{100+200+\cdots+600}{6}=\frac{2100}{6}=350$

2) 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 1개를 던져서 나올 수 있는 경우를 (100원, 500원)의 순서쌍으로 나열하면 (H, H), (H, T), (T, H), (T, T)이다. 이때, 받는 금액을 확률변수 $X$라 하면 $X$는 0, 100, 500, 600의 값을 가지므로 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 100 | 500 | 600 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

$\therefore \mathrm{E}(X)=\frac{0+100+500+600}{4}=\frac{1200}{4}=300$

**18** 답 **1) $\frac{8}{9}$  2) 1**

1) 흰 공의 개수 $X$는 $\boxed{0,\ 1,\ 2}$의 값을 가질 수 있고 각각의 확률을 구하면

$P(X=0)=\frac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

$P(X=1)=\boxed{\frac{{}_4C_1\times{}_5C_1}{{}_9C_2}}=\frac{20}{36}=\boxed{\frac{5}{9}}$

$P(X=2)=\boxed{\frac{{}_4C_2}{{}_9C_2}}=\frac{6}{36}=\boxed{\frac{1}{6}}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{5}{18}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{5}{18}+1\times\frac{5}{9}+2\times\frac{1}{6}=\boxed{\frac{8}{9}}$

2) 앞면의 횟수 $X$는 0, 1, 2, 3, 4의 값을 가질 수 있으므로 각각의 확률을 구하면

$P(X=0)={}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

$P(X=1)={}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$

$P(X=2)={}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}$

$P(X=3)={}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{16}$

$P(X=4)={}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{4}{16}$ | $\frac{6}{16}$ | $\frac{4}{16}$ | $\frac{1}{16}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=\frac{0\times1+1\times4+2\times6+3\times4+4\times1}{16}=2$

$\mathrm{E}(X^2)=\frac{0\times1+1\times4+4\times6+9\times4+16\times1}{16}$

$=\frac{80}{16}=5$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=5-2^2=1$

**19** 답 **1) $x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$**

**2) $(X-m)^2$, $X^2$, $X$**

**3) $\sqrt{\mathrm{V}(X)}$**

**20** 답 **1) $\mathrm{E}(2X)=100$, $\mathrm{V}(2X)=12$, $\sigma(2X)=2\sqrt{3}$**

**2) $\mathrm{E}(3X-1)=149$,**

**$\mathrm{V}(3X-1)=27$, $\sigma(3X-1)=3\sqrt{3}$**

**3) $\mathrm{E}(-3X+2)=-148$,**

**$\mathrm{V}(-3X+2)=27$, $\sigma(-3X+2)=3\sqrt{3}$**

1) $\mathrm{E}(2X)=2\mathrm{E}(X)=2\times50=100$

$\mathrm{V}(2X)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times3=12$

$\sigma(2X)=2\sigma(X)=2\sqrt{3}$

2) $\mathrm{E}(3X-1)=3\mathrm{E}(X)-1=3\times50-1=149$

$\mathrm{V}(3X-1)=3^2\mathrm{V}(X)=9\times3=27$

$\sigma(3X-1)=3\sigma(X)=3\sqrt{3}$

3) $\mathrm{E}(-3X+2)=-3\mathrm{E}(X)+2$

$=-3\times50+2=-148$

$\mathrm{V}(-3X+2)=(-3)^2\mathrm{V}(X)=27$

$\sigma(-3X+2)=|-3|\sigma(X)=3\sqrt{3}$

**21** 답 **1) $-3$  2) 10  3) $\frac{1}{2}$  4) 2  5) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$**

먼저 $\mathrm{E}(X)$를 구하면

$\mathrm{E}(X)=2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}=3$

1) $\mathrm{E}(-X)=-\mathrm{E}(X)=-3$

2) $\mathrm{E}(4X-2)=4\mathrm{E}(X)-2=4\times3-2=10$

3) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로

$\mathrm{E}(X^2)=4\times\frac{1}{4}+9\times\frac{1}{2}+16\times\frac{1}{4}=\frac{19}{2}$

$\mathrm{V}(X)=\frac{19}{2}-3^2=\frac{1}{2}$

4) $\mathrm{V}(2X+4)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times\frac{1}{2}=2$

5) $\sigma(-3X+3)=|-3|\sigma(X)=3\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

**22** 답 **1)** $\mathbf{E}(X)=\frac{1}{4}$, $\mathbf{V}(X)=\frac{11}{16}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{11}}{4}$

**2)** $-\frac{1}{2}$ **3)** 11 **4)** $\sqrt{11}$ **5)** $\frac{3\sqrt{11}}{16}$

1) 확률의 총합은 1이므로 $a+a+2a=1$에서 $a=\frac{1}{4}$

따라서 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | $-1$ | 0 | 1 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=-1\times\frac{1}{4}+0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\left\{(-1)^2\times\frac{1}{4}+0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}\right\}-\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{16}=\frac{11}{16}$

$\sigma(X)=\sqrt{\frac{11}{16}}=\frac{\sqrt{11}}{4}$

2) $\mathrm{E}(-2X)=-2\mathrm{E}(X)=-\frac{1}{2}$

3) $\mathrm{V}(4X+9)=4^2\mathrm{V}(X)=16\times\frac{11}{16}=11$

4) $\sigma(-4X+4)=|-4|\sigma(X)=4\times\frac{\sqrt{11}}{4}=\sqrt{11}$

5) $\sigma\left(\frac{3}{4}X-5\right)=\left|\frac{3}{4}\right|\sigma(X)=\frac{3}{4}\times\frac{\sqrt{11}}{4}=\frac{3\sqrt{11}}{16}$

**23** 답 **1)** $\mathbf{E}(X)=3$, $\mathbf{V}(X)=2$

**2)** 13 **3)** $9\sqrt{2}$

1) 확률변수 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)=\frac{15}{5}=3$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{1}{5}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2)-3^2=\frac{55}{5}-9=2$

2) $\mathrm{E}(4X+1)=4\mathrm{E}(X)+1=4\times3+1=13$

3) $\sigma(-9X+5)=|-9|\sigma(X)=9\sqrt{2}$

**24** 답 **1)** $\mathbf{E}(X)=\frac{4}{5}$, $\mathbf{V}(X)=\frac{9}{25}$ **2)** 1 **3)** $\frac{9}{25}$

1) 흰 공의 개수 $X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$ | $\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{5}$ | $\frac{{}_3\mathrm{C}_0\times{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\left(0^2\times\frac{3}{10}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{4}{5}\right)^2$

$=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$

2) $\mathrm{E}(5X-3)=5\mathrm{E}(X)-3=5\times\frac{4}{5}-3=1$

3) $\mathrm{V}(-X+8)=(-1)^2\mathrm{V}(X)=\frac{9}{25}$

**25** 답 **1)** $a\mathbf{E}(X)+b$ **2)** $a^2\mathbf{V}(X)$ **3)** $|a|\sigma(X)$

**26** 답 **1)** $\mathbf{B}\left(5, \frac{1}{2}\right)$ **2)** $\mathbf{B}\left(100, \frac{1}{3}\right)$

**3)** 이항분포가 아니다.

1) 동전을 던지는 시행은 독립시행이므로 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

2) 주사위를 던지는 시행은 독립시행이고 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

**27** 답 **1)** $\mathbf{B}\left(10, \frac{1}{2}\right)$ **2)** ${}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ $(x=0, 1, 2, \cdots, 10)$

**3)** $\frac{105}{512}$

2) $\mathrm{P}(X=x)={}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}={}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

$(x=0, 1, 2, \cdots, 10)$

3) $\mathrm{P}(X=4)={}_{10}\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{105}{512}$

**28** 답 **1)** $\mathbf{E}(X)=60$, $\mathbf{V}(X)=36$, $\sigma(X)=6$

**2)** $\mathbf{E}(X)=2$, $\mathbf{V}(X)=1.6$, $\sigma=\sqrt{1.6}$

**3)** $n=100$, $p=\frac{1}{5}$

1) 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따를 때

$\mathrm{E}(X)=np$, $\mathrm{V}(X)=np(1-p)$이므로

$\mathrm{B}\left(150, \frac{2}{5}\right)$에서 $\mathrm{E}(X)=150\times\frac{2}{5}=60$,

$\mathrm{V}(X)=150\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=36$, $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=6$

2) $\mathrm{B}(10, 0.2)$이므로

$\mathrm{E}(X)=10\times0.2=2$, $\mathrm{V}(X)=10\times0.2\times0.8=1.6$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{1.6}$

3) $X$의 평균이 20, 분산이 16이므로

$\mathrm{E}(X)=np=20$이고, $\mathrm{V}(X)=np(1-p)=16$에서

$20(1-p)=16$, $1-p=\frac{4}{5}$ $\quad\therefore p=\frac{1}{5}$

이를 $np=20$에 대입하면 $n\times\frac{1}{5}=20$ $\quad\therefore n=100$

**29** 답 1) $\mathbf{E}(X)=5$, $\mathbf{V}(X)=\dfrac{25}{6}$, $\sigma(X)=\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$

2) $\mathbf{E}(X)=1.2$, $\mathbf{V}(X)=0.84$, $\sigma(X)=\sqrt{0.84}$

1) 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 6의 눈이 나올 확률은

$\boxed{\dfrac{1}{6}}$이므로 $X$는 이항분포 $\boxed{\mathrm{B}\left(30,\ \dfrac{1}{6}\right)}$을 따른다.

따라서 평균과 표준편차를 구하면

$\mathrm{E}(X)=np=30\times\dfrac{1}{6}=\boxed{5}$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=5\times\dfrac{5}{6}=\boxed{\dfrac{25}{6}}$

$\sigma(X)=\sqrt{\dfrac{25}{6}}=\dfrac{5}{\sqrt{6}}=\boxed{\dfrac{5\sqrt{6}}{6}}$

2) 타율이 3할이면 안타를 칠 확률이 0.3이라는 뜻이므로 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}(4,\ 0.3)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=np=4\times0.3=1.2$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=1.2\times0.7=0.84$

$\sigma(X)=\sqrt{0.84}$

**30** 답 1) ${}_{n}\mathrm{C}_{x}p^{x}q^{n-x}$

2) $np$, $npq$, $\sqrt{npq}$

## Ⅲ－2 연속확률분포

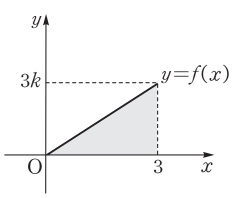
pp. 80～92

**31** 답 1) 이산확률변수 2) 연속확률변수

3) 이산확률변수 4) 연속확률변수

**32** 답 1) $\dfrac{2}{9}$ 2) $\dfrac{4}{9}$

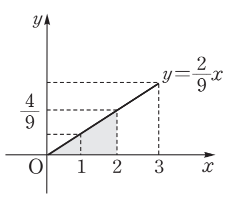
1) 그림과 같이 $0\le x\le3$에서 함수 $f(x)$와 $x$축 사이의 넓이가 1이어야 하므로




$\dfrac{1}{2}\times3\times3k=1$

$\dfrac{9}{2}k=1 \qquad \therefore\ k=\dfrac{2}{9}$

2) $\mathrm{P}(0\le X\le2)$는 $0\le x\le2$에서 함수 $f(x)$와 $x$축 사이의 넓이이다.




$f(2)=\dfrac{4}{9}$이므로

$\mathrm{P}(0\le X\le2)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{4}{9}$

**33** 답 1) 1 2) $f(x)=\begin{cases} x+1 & (-1\le x<0) \\ -x+1 & (0\le x\le1)\end{cases}$

3) $\dfrac{3}{8}$ 4) $\dfrac{3}{4}$

1) $-1\le x\le1$에서 함수 $f(x)$와 $x$축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

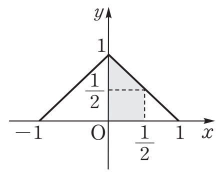
$2\times k\times\dfrac{1}{2}=1 \qquad \therefore\ k=1$

2) $k=1$일 때, 함수 $f(x)$를 구하면

$f(x)=\begin{cases} x+1 & (-1\le x\le0) \\ -x+1 & (0\le x\le1)\end{cases}$

3) $f(0)=1$,

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{1}{2}$이므로




$\mathrm{P}\left(0\le X\le\dfrac{1}{2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$

4) 함수 $f(x)$는 $y$축에 대하여 대칭이므로

$\mathrm{P}\left(-\dfrac{1}{2}\le X\le\dfrac{1}{2}\right)$

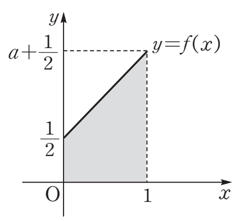
$=2\mathrm{P}\left(0\le X\le\dfrac{1}{2}\right)$

$=2\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{3}{4}$

**34** 답 1) $f(x)=x+\dfrac{1}{2}$ $(0\le x\le1)$

2) $\dfrac{5}{8}$ 3) $\dfrac{5}{32}$

1) $f(x)$는 $y$절편이 $\dfrac{1}{2}$인 직선이므로 $f(x)=ax+\dfrac{1}{2}$로 놓으면




$f(1)=a+\dfrac{1}{2}$

이때, $0\le x\le1$에서 함수 $f(x)$와 $x$축 사이의 넓이가 1이므로

$\dfrac{1}{2}\times\left(a+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\right)\times1=1$

$\therefore\ a=1$

$\therefore\ f(x)=x+\dfrac{1}{2}$ $(0\le x\le1)$

2) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$, $f(1)=\dfrac{3}{2}$이므로

$\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{2}\le X\le1\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{3}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{8}$

3) $f(0)=\dfrac{1}{2}$, $f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{3}{4}$이므로

$\mathrm{P}\left(X\le\dfrac{1}{4}\right)=\mathrm{P}\left(0\le X\le\dfrac{1}{4}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}\right)\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{32}$

**35** 답 1) 연속확률변수 2) 확률밀도함수, ≥, 1, 넓이

**36** 답 1) $\mathrm{N}(5,\ 6)$ 2) $\mathrm{N}(3,\ 2)$
3) $\mathrm{N}(3,\ 3^2)$ 4) $\mathrm{N}(1,\ 8)$

**37** 답 1) 23 2) 16 3) $\mathrm{N}(23,\ 16)$

$Y=2X+3$이고, $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르므로
$\mathrm{E}(X)=10$, $\mathrm{V}(X)=2^2=4$이다.

1) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(2X+3)=2\mathrm{E}(X)+3=2\times10+3=23$

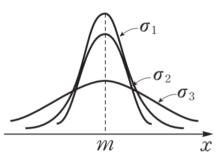
2) $\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(2X+3)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times4=16$

3) 확률변수 $Y$가 따르는 정규분포는 $\mathrm{N}(23,\ 16)$이다.

**38** 답 1) 정규분포 2) $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$

**39** 답 1) 참 2) 참 3) 거짓 4) 참 5) 참 6) 거짓

3) 오른쪽 그림에서 $\sigma_1<\sigma_2<\sigma_3$이다. 즉, $\sigma$의 값이 클수록 높이는 낮아진다. (거짓)

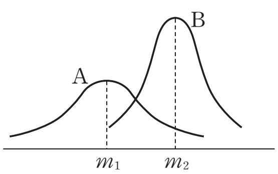



6) 곡선과 $x$축 사이의 넓이는 $m$의 값에 관계없이 항상 1이다. (거짓)

**40** 답 1) $m_1<m_2$ 2) $\sigma_1>\sigma_2$ 3) B학교

1) 정규분포곡선의 대칭축이 각각의 평균 $m_1$, $m_2$를 의미한다.
$\therefore\ m_1<m_2$

2) A학교의 정규분포곡선보다 B학교의 정규분포곡선이 높이가 높고 폭이 좁으므로

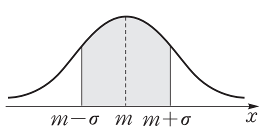



A학교의 분산보다 B학교의 분산이 작다.
$\therefore\ \sigma_1>\sigma_2$

3) A학교 학생들의 성적의 편차보다 B학교 학생들의 성적의 편차가 작으므로 B학교 학생들의 성적이 평균값을 중심으로 더 몰려 있다. 따라서 고른 성적 분포를 보이는 것은 B학교이다.

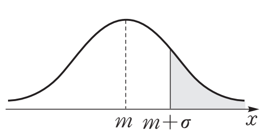
**41** 답 1) $2a$ 2) $0.5-a$ 3) $a$ 4) $0.5+a$

1) 정규분포곡선은 $\boxed{x=m}$에 대하여 대칭이므로



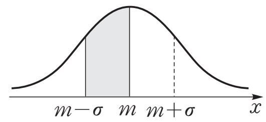

$\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m+\sigma)$
$=\boxed{2}\mathrm{P}(\boxed{m}\le X\le\boxed{m+\sigma})=\boxed{2a}$

2) $\mathrm{P}(X\ge m)=0.5$이므로

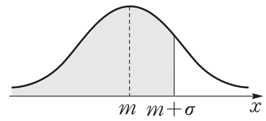



$\mathrm{P}(X\ge m+\sigma)$
$=\mathrm{P}(X\ge m)$
$\quad-\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)=0.5-a$

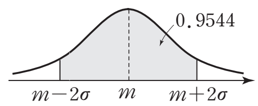
3) $\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m)$
$=\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$
$=a$




4) $\mathrm{P}(X\le m+\sigma)$
$=\mathrm{P}(X\le m)$
$\quad+\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$
$=0.5+a$

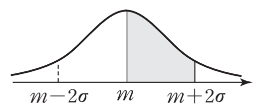



**42** 답 1) 0.4772 2) 0.9772 3) 0.0228
4) 0.0228 5) 0.9772

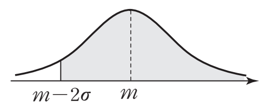



정규분포곡선은 $x=m$에 대하여 대칭임을 이용한다.

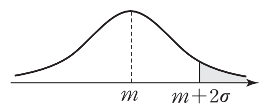
1) $\mathrm{P}(m-2\sigma\le X\le m+2\sigma)$
$=2\mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)$
$=0.9544$
$\therefore\ \mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)=0.4772$



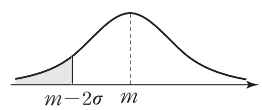

2) $\mathrm{P}(X\ge m-2\sigma)$
$=\mathrm{P}(m-2\sigma\le X\le m)$
$\quad+\mathrm{P}(X\ge m)$
$=\mathrm{P}(m-2\sigma\le X\le m)+0.5$
$=0.4772+0.5=0.9772$



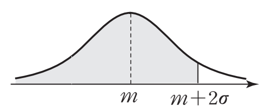

3) $\mathrm{P}(X\ge m+2\sigma)$
$=\mathrm{P}(X\ge m)$
$\quad-\mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)$
$=0.5-0.4772=0.0228$




4) $\mathrm{P}(X\le m-2\sigma)$
$=\mathrm{P}(X\ge m+2\sigma)=0.0228$

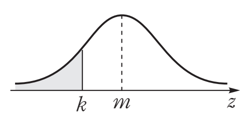



5) $\mathrm{P}(X\le m+2\sigma)$
$=\mathrm{P}(X\le m)$
$\quad+\mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)$
$=0.5+0.4772=0.9772$




**43** 답 1) 0.3413 2) 42

1) $\mathrm{P}(X\le k)=0.1587<0.5$이므로 $k$는 그림과 같이 대칭축의 왼쪽에 위치한다. 즉,



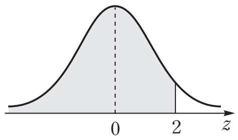

$\mathrm{P}(X\le m)-\mathrm{P}(k\le X\le m)=0.1587$
$0.5-\mathrm{P}(k\le X\le m)=0.1587$
$\therefore\ \mathrm{P}(k\le X\le m)=0.3413$

2) $\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)=\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m)$이므로 $k=m-\sigma$이다.
$\therefore\ k=m-\sigma=50-8=42$

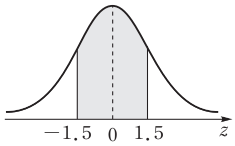
**44** 답 1) $x=m$ 2) 1 3) $m$ 4) 낮아지고, 넓어

## 45 답 1) 0.9772 2) 0.8664 3) 0.3085 4) 0.9270 5) 0.9987 6) 0.9759

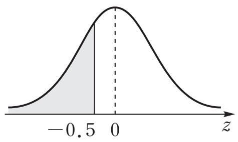
1) $\mathrm{P}(Z\le 2)$
$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$
$=0.5+0.4772$
$=0.9772$



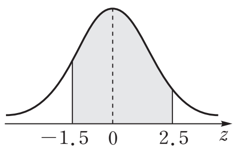

2) $\mathrm{P}(-1.5\le Z\le 1.5)$
$=2\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$
$=2\times 0.4332$
$=0.8664$



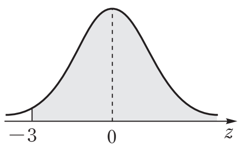

3) $\mathrm{P}(Z\le -0.5)$
$=0.5-\mathrm{P}(-0.5\le Z\le 0)$
$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$
$=0.5-0.1915=0.3085$



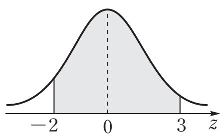

4) $\mathrm{P}(-1.5\le Z\le 2.5)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$
$\quad+\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)$
$=0.4332+0.4938=0.9270$




5) $\mathrm{P}(Z\ge -3)$
$=\mathrm{P}(-3\le Z\le 0)+0.5$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le 3)+0.5$
$=0.4987+0.5=0.9987$




6) $\mathrm{P}(-2\le Z\le 3)$
$=\mathrm{P}(-2\le Z\le 0)$
$\quad+\mathrm{P}(0\le Z\le 3)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$
$\quad+\mathrm{P}(0\le Z\le 3)$
$=0.4772+0.4987=0.9759$




## 46 답 1) $Z=\dfrac{X-12}{2}$ 2) $Z=\dfrac{X-50}{10}$ 3) $Z=\dfrac{X-24}{4}$ 4) $Z=2(X-73)$ 5) $Z=\dfrac{X-3.5}{0.1}$ 6) $Z=\dfrac{X-3}{\sqrt{3}}$

1) $\mathrm{N}(12,\ 4)=\mathrm{N}(12,\ 2^2)$이므로 $Z=\dfrac{X-12}{2}$

2) $\mathrm{N}(50,\ 100)=\mathrm{N}(50,\ 10^2)$이므로 $Z=\dfrac{X-50}{10}$

3) $\mathrm{N}(24,\ 16)=\mathrm{N}(24,\ 4^2)$이므로 $Z=\dfrac{X-24}{4}$

4) $\mathrm{N}\left(73,\ \dfrac{1}{4}\right)=\mathrm{N}\left(73,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$이므로

$Z=\dfrac{X-73}{\frac{1}{2}}=2(X-73)$

5) $\mathrm{N}(3.5,\ 0.01)=\mathrm{N}(3.5,\ (0.1)^2)$이므로 $Z=\dfrac{X-3.5}{0.1}$

6) $\mathrm{N}(3,\ 3)=\mathrm{N}(3,\ (\sqrt{3})^2)$이므로 $Z=\dfrac{X-3}{\sqrt{3}}$

## 47 답 1) $\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)$ 2) $\mathrm{P}(-4\le Z\le 4)$ 3) $\mathrm{P}(1\le Z\le 3)$ 4) $\mathrm{P}(-3.5\le Z\le 1)$

1) $\mathrm{P}\left(\dfrac{3-6}{3}\le\dfrac{X-6}{3}\le\dfrac{6-6}{3}\right)=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)$

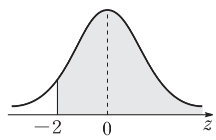
2) $\mathrm{N}(100,\ 25)=\mathrm{N}(100,\ 5^2)$이므로
$\mathrm{P}\left(\dfrac{80-100}{5}\le\dfrac{X-100}{5}\le\dfrac{120-100}{5}\right)$
$=\mathrm{P}(-4\le Z\le 4)$

3) $\mathrm{N}(50,\ 16)=\mathrm{N}(50,\ 4^2)$이므로
$\mathrm{P}\left(\dfrac{54-50}{4}\le\dfrac{X-50}{4}\le\dfrac{62-50}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(1\le Z\le 3)$

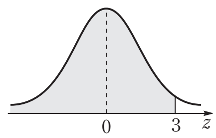
4) $\mathrm{N}(10,\ 4)=\mathrm{N}(10,\ 2^2)$이므로
$\mathrm{P}\left(\dfrac{3-10}{2}\le\dfrac{X-10}{2}\le\dfrac{12-10}{2}\right)$
$=\mathrm{P}(-3.5\le Z\le 1)$

## 48 답 1) 0.9772 2) 0.9987 3) 0.1359

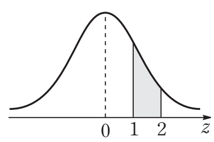
1) $\mathrm{P}(X\ge 110)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-150}{20}\ge\dfrac{110-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\ge -2)$
$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$
$=0.5+0.4772=0.9772$




2) $\mathrm{P}(X\le 210)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-150}{20}\le\dfrac{210-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\le 3)$
$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 3)$
$=0.5+0.4987=0.9987$




3) $\mathrm{P}(170\le X\le 190)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{170-150}{20}\le\dfrac{X-150}{20}\le\dfrac{190-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(1\le Z\le 2)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$
$=0.4772-0.3413=0.1359$




## 49 답 1) 45 2) 32 3) 60

1) $\mathrm{P}(30\le X\le a)=0.4332$를 표준화하면
$\mathrm{P}\left(\dfrac{30-30}{10}\le\dfrac{X-30}{10}\le\dfrac{a-30}{10}\right)=0.4332$
$\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{a-30}{10}\right)=0.4332$
이때, 표준정규분포표에서
$\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)=0.4332$이므로
$\dfrac{a-30}{10}=1.5\qquad\therefore\ a=45$

2) $\mathrm{P}(X \le a)=0.1587<0.5$이므로 $a$는 대칭축의 왼쪽에 위치한다. $X$를 표준화하면

$\mathrm{P}\left(\dfrac{X-36}{4} \le \dfrac{a-36}{4}\right)$

$=\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{a-36}{4}\right)$

$=0.1587=0.5-0.3413$

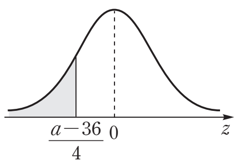
이때, 표준정규분포표에서

$0.5-0.3413$

$=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$

$=0.5-\mathrm{P}(-1 \le Z \le 0)$

$=\mathrm{P}(Z \le -1)$




$\dfrac{a-36}{4}=-1 \qquad \therefore a=32$

3) $\mathrm{P}(45 \le X \le a)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{45-50}{5} \le \dfrac{X-50}{5} \le \dfrac{a-50}{5}\right)$

$=\mathrm{P}\left(-1 \le Z \le \dfrac{a-50}{5}\right)=0.8185$

이때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)=0.3413$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.4772$이고, $0.8185=0.3413+0.4772$이므로

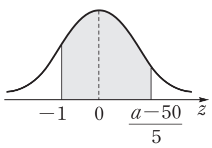
$\mathrm{P}\left(-1 \le Z \le \dfrac{a-50}{5}\right)$

$=0.8185=0.3413+0.4772$

$=\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 2)$



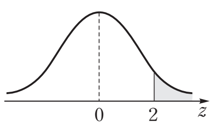

$\dfrac{a-50}{5}=2 \qquad \therefore a=60$

**50** 답 1) **0.0228** 2) **0.9772**

1) 포도 한 송이의 무게를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(\boxed{300},\ \boxed{25^2})$을 따른다.

$\mathrm{P}(X \ge 350)$

$=\mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{350-\boxed{300}}{\boxed{25}}\right)$




$=\mathrm{P}(Z \ge \boxed{2})$

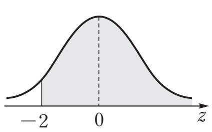
$=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$=0.5-0.4772=\boxed{0.0228}$

2) $X \ge 20$이면 지각하므로

$\mathrm{P}(X \ge 20)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-30}{5} \ge \dfrac{20-30}{5}\right)$




$=\mathrm{P}(Z \ge -2)$

$=\mathrm{P}(-2 \le Z \le 0)+0.5$

$=\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)+0.5$

$=0.4772+0.5=0.9772$

**51** 답 1) **200** 2) **174.2 cm**

1) 학생들의 키를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(170,\ 5^2)$을 따르므로 한 명을 뽑았을 때, 키가 172.6 cm 이상 176.4 cm 이하인 학생일 확률은

$\mathrm{P}(172.6 \le X \le 176.4)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{172.6-\boxed{170}}{\boxed{5}} \le Z \le \dfrac{176.4-\boxed{170}}{\boxed{5}}\right)$

$=\mathrm{P}(\boxed{0.52} \le Z \le \boxed{1.28})$

$=\mathrm{P}(0 \le Z \le \boxed{1.28})-\mathrm{P}(0 \le Z \le \boxed{0.52})$

$=0.4-0.2=\boxed{0.2}$

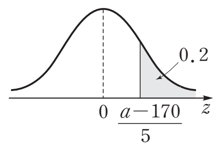
따라서 조건을 만족하는 학생 수는

$1000 \times \boxed{0.2}=\boxed{200}$(명)이다.

2) 키가 큰 순서로 200번째인 학생의 키를 $a$라 하면

$\mathrm{P}(X \ge a)=\dfrac{200}{1000}=0.2$에서

$\mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{a-170}{5}\right)=0.2$




$=0.5-0.3$

$=0.5-\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{a-170}{5}\right)$

즉, $\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{a-170}{5}\right)=0.3$이고,

주어진 표준정규분포표에서

$\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.84)=0.3$이므로

$\dfrac{a-170}{5}=0.84 \qquad \therefore a=174.2(\mathrm{cm})$

**52** 답 1) **0.9332** 2) **0.0228** 3) **0.1587** 4) **635**

제품의 무게를 확률변수 $X$라고 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-30}{5}$으로 놓으면 확률변수 $Z$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1^2)$을 따른다.

1) $\mathrm{P}(X \le 37.5)=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-30}{5} \le \dfrac{37.5-30}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \le 1.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$

$=0.5+0.4332=0.9332$

2) $\mathrm{P}(X \ge 40)=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-30}{5} \ge \dfrac{40-30}{5}\right)=\mathrm{P}(Z \ge 2)$

$=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

3) $\mathrm{P}(X \ge 35)=\mathrm{P}\left(\dfrac{X-30}{5} \ge \dfrac{35-30}{5}\right)=\mathrm{P}(Z \ge 1)$

$=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$

$=0.5-0.3413=0.1587$

4) $\mathrm{P}(X \ge 35)=0.1587$이므로 $4000 \times 0.1587=634.8$

따라서 불량품의 개수는 635개이다.

## 53 답 1) N(180, $10^2$)  2) 0.055

3) $\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-180}{10}\right)$  4) 196점

1) 시험 성적을 확률변수 $X$라 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(180,\ 10^2)$을 따른다.

2) 이 시험에 합격하기 위한 점수의 최솟값을 $a$라 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{55}{1000}=0.055$

3) $\mathrm{P}(X\ge a)$를 표준화하면

$\mathrm{P}\left(\frac{X-180}{10}\ge\frac{a-180}{10}\right)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-180}{10}\right)$

4) $\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-180}{10}\right)=0.55=0.5-0.445$

$=0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-180}{10}\right)$

즉, $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-180}{10}\right)=0.445$이고, 주어진 조건에서 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1.6)=0.445$이므로

$\frac{a-180}{10}=1.6 \qquad \therefore\ a=180+16=196$

## 54 답 1) 표준정규분포

2) ① $\frac{X-m}{\sigma}$  ② $\frac{a-m}{\sigma}$, $\frac{b-m}{\sigma}$

## 55 답 100, 75, 100, 75

이항분포 $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르는 확률변수 $X$는

$\mathrm{E}(X)=400\times\frac{1}{4}=\boxed{100}$, $\mathrm{V}(X)=400\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\boxed{75}$

이므로 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(\boxed{100},\ \boxed{75})$를 따른다.

## 56 답 1) N(12, $2^2$)  2) 0.0166  3) 0.9332

1) $\mathrm{E}(X)=18\times\frac{2}{3}=12$, $\mathrm{V}(X)=18\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=4$이므로 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(12,\ 2^2)$을 따른다

2) $\mathrm{P}(16\le X\le 17)$

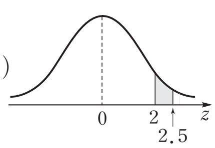
$=\mathrm{P}\left(\frac{16-12}{2}\le\frac{X-12}{2}\le\frac{17-12}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(2\le Z\le 2.5)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)-\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$

$=0.4938-0.4772$

$=0.0166$



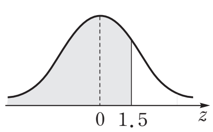

3) $\mathrm{P}(X\le 15)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{X-12}{2}\le\frac{15-12}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le 1.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5+0.4332=0.9332$




## 57 답 1) 0.9759  2) 0.0668

1) 주사위를 던지는 시행은 독립시행이고, 한 번의 시행에서 6의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이므로 6의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(720,\ \frac{1}{6}\right)$을 따른다.

이때, $n$이 충분히 크므로 $X$는 정규분포

$\mathrm{N}\left(720\times\frac{1}{6},\ 720\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\right)=\mathrm{N}(120,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(90\le X\le 140)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{90-120}{10}\le\frac{X-120}{10}\le\frac{140-120}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(-3\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 3)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$

$=0.4987+0.4772=0.9759$

2) 한 번의 시행에서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다. 이때, $n$이 충분히 크므로 $X$는 정규분포

$\mathrm{N}\left(400\times\frac{1}{2},\ 400\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\mathrm{N}(200,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

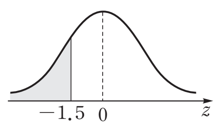
$\mathrm{P}(X\le 185)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{X-200}{10}\le\frac{185-200}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le -1.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5-0.4332=0.0668$




## 58 답 1) 0.3085  2) 0.3413  3) 0.0668

놀이동산을 선호하는 학생 수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}(150,\ 0.4)$를 따르고, $n$이 충분히 크므로 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(150\times 0.4,\ 150\times 0.4\times 0.6)=\mathrm{N}(60,\ 6^2)$을 따른다.

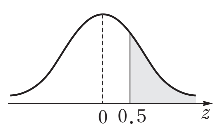
1) $\mathrm{P}(X\ge 63)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{X-60}{6}\ge\frac{63-60}{6}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 0.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$

$=0.5-0.1915=0.3085$

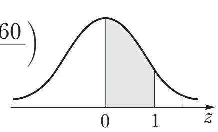



2) $\mathrm{P}(60\le X\le 66)$

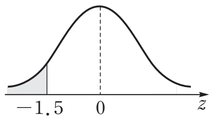
$=\mathrm{P}\left(\frac{60-60}{6}\le\frac{X-60}{6}\le\frac{66-60}{6}\right)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=0.3413$



3) $\mathrm{P}(X \le 51)$




$=\mathrm{P}\left(\frac{X-60}{6} \le \frac{51-60}{6}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \le -1.5)$

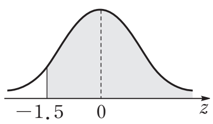
$=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$

$=0.5-0.4332=0.0668$

**59** 답 1) **0.9332** 2) **0.6826**

1) 대중교통을 이용하는 사람의 수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 $\mathrm{B}(600,\ 0.6)$을 따르므로 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(600\times0.6,\ 600\times0.6\times0.4)=\mathrm{N}(360,\ 12^2)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(X \ge 342)$




$=\mathrm{P}\left(\frac{X-360}{12} \ge \frac{342-360}{12}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \ge -1.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$

$=0.5+0.4332=0.9332$

2) 완치되는 환자의 수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 $\mathrm{B}(100,\ 0.2)$를 따르므로 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(100\times0.2,\ 100\times0.2\times0.8)=\mathrm{N}(20,\ 4^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(16 \le X \le 24)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{16-20}{4} \le \frac{X-20}{4} \le \frac{24-20}{4}\right)$

$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 1)$

$=2\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$

$=2\times0.3413=0.6826$

**60** 답 $\boldsymbol{np},\ \boldsymbol{npq}$

## Ⅲ-3 통계적 추정

pp. 93~101

**61** 답 1) 전수조사 2) 표본조사 3) 표본조사 4) 전수조사 5) 표본조사 6) 표본조사 7) 표본조사 8) 전수조사

**62** 답 1) 투표권을 가진 사람들, **1500**명
2) 어느 공장에서 생산하는 전구, **100**개
3) 전국의 가구, **2000**세대

**63** 답 1) 모집단, 표본 2) 전수조사, 표본조사, 임의추출
3) 표본의 크기

**64** 답 1) $\overline{X}=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 2) $a=\frac{2}{9},\ b=\frac{1}{9}$

1) 모집단 $\{2,\ 4,\ 6\}$에서 임의추출한 크기가 $n=2$인 표본을 $X_1$과 $X_2$라고 할 때, 각 표본에서 $X_1,\ X_2$의 표본평균 $\overline{X}=\frac{\boxed{X_1+X_2}}{2}$를 구하면 다음과 같다.

표본이 $(2,\ 2)$일 때, $\overline{X}=\boxed{2}$

표본이 $(2,\ 4),\ (4,\ 2)$일 때, $\overline{X}=\boxed{3}$

표본이 $(2,\ 6),\ (4,\ 4),\ (6,\ 2)$일 때, $\overline{X}=\boxed{4}$

표본이 $(4,\ 6),\ (6,\ 4)$일 때, $\overline{X}=\boxed{5}$

표본이 $(6,\ 6)$일 때, $\overline{X}=\boxed{6}$

$\therefore \overline{X}=\boxed{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6}$

2) 전체 표본의 개수가 9이고, $\overline{X}=3$인 표본의 개수가 2이므로 $a=\frac{2}{9}$이다. 마찬가지로 $\overline{X}=6$인 표본의 개수가 1이므로 $b=\frac{1}{9}$이다.

**65** 답 1) $\overline{X}=1,\ \frac{3}{2},\ 2$ 2) 해설 참조

1) 모집단 $\{1,\ 2\}$에서 임의추출한 크기가 $n=2$인 표본을 $X_1$과 $X_2$라 할 때, 표본평균 $\overline{X}=\frac{X_1+X_2}{2}$를 구하면 다음과 같다.

표본이 $(1,\ 1)$일 때, $\overline{X}=1$

표본이 $(1,\ 2),\ (2,\ 1)$일 때, $\overline{X}=\frac{3}{2}$

표본이 $(2,\ 2)$일 때, $\overline{X}=2$

$\therefore \overline{X}=1,\ \frac{3}{2},\ 2$

2)

| $\overline{X}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(\overline{X}=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

**66** 답 1) 모평균, 모분산, 모표준편차
2) 표본평균, 표본분산, 표본표준편차

**67** 답 1) $m=2,\ \sigma^2=\frac{2}{3},\ \sigma=\sqrt{\frac{2}{3}}$
2) **2, 2, 3** 3) $\frac{1}{3},\ \frac{2}{9},\ \frac{1}{9}$
4) $\mathrm{E}(\overline{X})=2,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{3},\ \sigma(\overline{X})=\frac{1}{\sqrt{3}}$
5) $\mathrm{E}(\overline{X})=m,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{2},\ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$

1) $m=\mathrm{E}(X)=\frac{1+2+3}{3}=2$

$\sigma^2=\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{3}+9^2\times\frac{1}{3}-4=\frac{2}{3}$

$\sigma=\sigma(X)=\sqrt{\frac{2}{3}}$

2)

| $(X_1, X_2)$ | $(1, 1)$ | $(1, 2)$ | $(1, 3)$ | $(2, 1)$ | $(2, 2)$ | $(2, 3)$ | $(3, 1)$ | $(3, 2)$ | $(3, 3)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $\frac{5}{2}$ | 2 | $\frac{5}{2}$ | 3 |

3)

| $\overline{X}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $\frac{5}{2}$ | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(\overline{X}=\overline{x})$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | 1 |

4) $\mathrm{E}(\overline{X})=1\times\frac{1}{9}+\frac{3}{2}\times\frac{2}{9}+2\times\frac{1}{3}+\frac{5}{2}\times\frac{2}{9}+3\times\frac{1}{9}$

$=2$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\left\{1^2\times\frac{1}{9}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{2}{9}+2^2\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{2}{9}+3^2\times\frac{1}{9}\right\}-2^2$

$=\frac{78}{18}-2^2=\frac{1}{3}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{1}{\sqrt{3}}$

5) $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{2}$, $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$

## 68 답 1) $\mathbf{E(\overline{X})=20,\ \sigma(\overline{X})=\frac{8}{5}}$

2) $\mathbf{E(\overline{X})=20,\ \sigma(\overline{X})=\frac{4}{5}}$

1) $\mathrm{E}(\overline{X})=20$, $\sigma(\overline{X})=\frac{8}{\sqrt{25}}=\frac{8}{5}$

2) $\mathrm{E}(\overline{X})=20$, $\sigma(\overline{X})=\frac{8}{\sqrt{100}}=\frac{4}{5}$

## 69 답 1) $\mathbf{E(\overline{X})=10,\ V(\overline{X})=\frac{9}{4},\ \sigma(\overline{X})=\frac{3}{2}}$

2) $\mathbf{E(\overline{X})=40,\ V(\overline{X})=\frac{4}{25},\ \sigma(\overline{X})=\frac{2}{5}}$

## 70 답 1) $\mathbf{N\left(80, \frac{1}{4}\right)}$ 2) **10** 3) **36**

1) $\mathrm{E}(\overline{X})=80$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$, $\sigma(\overline{X})=\frac{1}{2}$이므로

$\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(80, \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

2) $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{25}}=\frac{\sigma}{5}=2$이므로 $\sigma=\sigma(X)=10$이다.

3) $\sigma^2=144$이므로 $\sigma=12$이고,

$\sigma(\overline{X})=\frac{12}{\sqrt{n}}=2$이므로 $\sqrt{n}=6$ $\therefore n=36$

## 71 답 $\boldsymbol{m,\ \frac{\sigma^2}{n},\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

## 72 답 1) 거짓 2) 참 3) 참

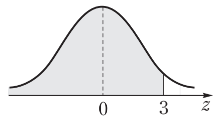
1) 표본의 크기에 관계없이 표본평균의 평균은 항상 모평균과 같다. (거짓)

2) $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$을 따르므로 표본의 크기 $n$이 커지면 $\overline{X}$의 표준편차는 작아진다. (참)

## 73 답 1) **0.9987** 2) **0.0013** 2) **0.9974**

1) 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(\boxed{50}, \frac{10^2}{\boxed{25}}\right)=\mathrm{N}(\boxed{50}, \boxed{2^2})$을 따르므로

$\mathrm{P}(\overline{X}\le 56)$



$=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{\boxed{56}-50}{\boxed{2}}\right)$

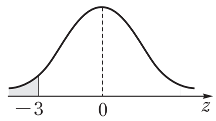
$=\mathrm{P}(Z\le\boxed{3})$

$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le\boxed{3})$

$=\boxed{0.9987}$

2) 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(230, \frac{30^2}{100}\right)=\mathrm{N}(230, 3^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(\overline{X}\le 221)$



$=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{221-230}{3}\right)$

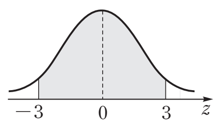
$=\mathrm{P}(Z\le -3)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 3)=0.0013$

3) 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(100, \frac{18^2}{9}\right)=\mathrm{N}(100, 6^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(82\le\overline{X}\le 118)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{82-100}{6}\le Z\le\frac{118-100}{6}\right)$



$=\mathrm{P}(-3\le Z\le 3)$

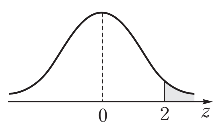
$=2\mathrm{P}(0\le Z\le 3)$

$=2\times 0.4987=0.9974$

## 74 답 1) **0.0228** 2) **4** 3) **64**

1) 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(4, \frac{4}{4}\right)=\mathrm{N}(4, 1^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(\overline{X}\ge 6)$



$=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{6-4}{1}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 2)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

2) $\sigma(\overline{X})=\frac{2}{\sqrt{n}}\le 1$에서 $\sqrt{n}\ge 2$

$\therefore n\ge 4$

따라서 $n$의 최솟값은 4이다.

3) $\sigma(\overline{X})=\frac{2}{\sqrt{n}}\le\frac{1}{4}$에서 $\sqrt{n}\le 8$

$\therefore n\le 64$

따라서 $n$의 최댓값은 64이다.

**75** 답 1) **0.8185** 2) **0.0013**

1) 감자의 무게 $X$가 정규분포 $\boxed{\mathrm{N}(200,\ 20^2)}$을 따르므로

$\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(200,\ \dfrac{20^2}{16}\right)=\boxed{\mathrm{N}(200,\ 5^2)}$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(195\le\overline{X}\le 210)$

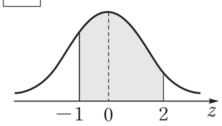
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{195-\boxed{200}}{\boxed{5}}\le Z\le\dfrac{210-\boxed{200}}{\boxed{5}}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le\boxed{1})$

$+\ \mathrm{P}(0\le Z\le\boxed{2})$

$=0.3413+0.4772=\boxed{0.8185}$



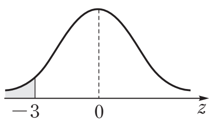

2) $\mathrm{P}(\overline{X}\le 185)$

$=\mathrm{P}\left(Z\le\dfrac{185-200}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le -3)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 3)$

$=0.5-0.4987=0.0013$




**76** 답 1) $\mathbf{N}\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ 2) $\mathbf{N}\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$

**77** 답 1) $\mathbf{15.804\le m\le 16.196}$
2) $\mathbf{15.742\le m\le 16.258}$

1) 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{X}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{X}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$16-1.96\times\dfrac{4}{\sqrt{1600}}\le m\le 16+1.96\times\dfrac{4}{\sqrt{1600}}$

$16-0.196\le m\le 16+0.196$

$\therefore 15.804\le m\le 16.196$

2) 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{X}-2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{X}+2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$16-2.58\times\dfrac{4}{\sqrt{100}}\le m\le 16+2.58\times\dfrac{4}{\sqrt{100}}$

$16-0.258\le m\le 16+0.258$

$\therefore 15.742\le m\le 16.258$

**78** 답 1) $\mathbf{19.02\le m\le 20.98}$
2) $\mathbf{48.71\le m\le 51.29}$

1) 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{X}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{X}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$20-1.96\times\dfrac{2}{\sqrt{16}}\le m\le 20+1.96\times\dfrac{2}{\sqrt{16}}$

$20-0.98\le m\le 20+0.98$

$\therefore 19.02\le m\le 20.98$

2) 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{X}-2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{X}+2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$50-2.58\times\dfrac{2}{\sqrt{16}}\le m\le 50+2.58\times\dfrac{2}{\sqrt{16}}$

$50-1.29\le m\le 50+1.29$

$\therefore 48.71\le m\le 51.29$

**79** 답 1) 참 2) 참 3) 거짓 4) 거짓

1) 신뢰구간의 길이는 $2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ($k$는 신뢰도 계수)이다. 표본의 크기 $n$이 일정할 때, 신뢰도가 높아지면 신뢰도 계수 $k$가 커지므로 신뢰구간의 길이는 길어진다. (참)

2) $2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서 신뢰도가 일정하면 $k$도 일정하므로 표본의 크기 $n$이 커지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다. (참)

3) $2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서 신뢰도를 낮추면 $k$의 값은 작아지고, 표본의 크기 $n$을 크게 하면 분모가 커지므로 신뢰구간의 길이는 짧아진다. (거짓)

4) $2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{9n}}=\dfrac{1}{3}\left(2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$이므로 표본의 크기가 $9n$일 때의 신뢰구간의 길이는 표본의 크기가 $n$일 때의 신뢰구간의 길이의 $\dfrac{1}{3}$배이다. (거짓)

**80** 답 1) **1.96** 2) **2.58**

1) 신뢰도 95%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이는

$2\times 1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times 1.96\times\dfrac{4}{\sqrt{64}}=1.96$

2) 신뢰도 99%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이는

$2\times 2.58\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times 2.58\times\dfrac{4}{\sqrt{64}}=2.58$

**81** 답 1) **0.392** 2) **0.516**

1) 표본의 크기가 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차를 사용할 수 있다. 따라서 신뢰도 95%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이는

$2\times 1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times 1.96\times\dfrac{3}{\sqrt{900}}$

$=2\times 1.96\times\dfrac{1}{10}=0.392$

2) 신뢰도 99%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이는

$2\times 2.58\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times 2.58\times\dfrac{3}{\sqrt{900}}$

$=2\times 2.58\times\dfrac{1}{10}=0.516$

**82** 답 1) $\mathbf{9n}$ 2) $\mathbf{16n}$ 3) **385** 4) **107**

1) $2k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=h$에서 $\dfrac{h}{3}=\dfrac{1}{3}\times 2k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=2k\dfrac{\sigma}{\sqrt{9n}}$이므로 필요한 표본의 크기는 $9n$이다.

2) $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=h$에서 $\frac{h}{4}=\frac{1}{4}\times 2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2k\frac{\sigma}{\sqrt{16n}}$이므로 필요한 표본의 크기는 $16n$이다.

3) 신뢰도 95%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 1 이하라 하므로

$2\times 1.96\frac{5}{\sqrt{n}}\le 1$에서 $\sqrt{n}\ge 19.6$

$\therefore n\ge(19.6)^2=(20-0.4)^2=384.16$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 385이다.

4) 신뢰도 99%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 3 이하라 하므로

$2\times 2.58\frac{6}{\sqrt{n}}\le 3$에서 $\sqrt{n}\ge 2.58\times 4=10.32$

$\therefore n\ge(10.32)^2=(10+0.32)^2=106.5024$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 107이다.

## 83 답 1) $60.04\le m\le 63.96$ 2) $65.7\le m\le 74.3$

1) $\overline{X}=62$, $n=100$, $\sigma=10$이므로 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서

$62-1.96\times\frac{10}{\sqrt{100}}\le m\le 62+1.96\times\frac{10}{\sqrt{100}}$

$62-1.96\le m\le 62+1.96$

$\therefore 60.04\le m\le 63.96$

2) 표본의 크기가 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차를 사용할 수 있다. 즉, $\overline{X}=70$, $n=81$, $\sigma=15$이므로 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간은

$70-2.58\times\frac{15}{\sqrt{81}}\le m\le 70+2.58\times\frac{15}{\sqrt{81}}$

$70-4.3\le m\le 70+4.3$

$\therefore 65.7\le m\le 74.3$

## 84 답 1) $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 2) $2, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

## 단원 총정리 문제 정답 Ⅲ 통계

pp. 102~103

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 01 ② | 02 ③ | 03 ③ | 04 ④ | 05 ③ |
| 06 ⑤ | 07 1 | 08 73 | 09 ① | 10 32 |
| 11 0.1587 | | 12 $318.71\le m\le 321.29$ | | |

## 01 답 ②

두 눈의 수 중 크지 않은 수를 확률변수 $X$라 하면 $X$는 1, 2, 3, 4, 5, 6까지의 값을 가진다.

(i) $X=2$인 경우 : (2, 3), (2, 4), …, (2, 6), (3, 2), (4, 2), …, (6, 2)와 (2, 2)의 9가지

(ii) $X=5$인 경우 : (5, 6), (6, 5), (5, 5)의 3가지

두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 모든 경우의 수가 36이므로 확률 $a$와 $b$를 구하면

$a=\frac{9}{36}$, $b=\frac{3}{36}$ $\quad\therefore \frac{a}{b}=3$

## 02 답 ③

선택된 여학생의 수 $X$는 0, 1, 2의 값을 가질 수 있으므로 각각에 대한 확률을 구하면 다음과 같다.

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$, $\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{6}{10}$,

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$이므로

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$

$\mathrm{E}(X^2)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+4\times\frac{3}{10}=\frac{9}{5}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{9}{5}-\frac{36}{25}=\frac{9}{25}$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\frac{3}{5}$

## 03 답 ③

확률변수 $X$의 확률분포표에서 확률의 총합은 1이므로

$\mathrm{P}(X=2)=1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 |

즉, $\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}=\frac{17}{6}$이므로

$\mathrm{E}(6X-2)=6\mathrm{E}(X)-2=6\times\frac{17}{6}-2=17-2=15$

## 04 답 ④

주사위를 한 번 던져서 1 또는 3의 눈이 나올 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로 $\mathrm{P}(X=3)={}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{243}$

## 05 답 ③

10개 중에서 1개의 꼴로 불량품이 나오므로 1개의 제품을 선택했을 때, 불량품일 확률은 $\frac{1}{10}$이다. 이 기계로 1000개의 제품을 생산할 때 나오는 불량품의 개수를 $X$라 하므로 $X$는 $\mathrm{B}\left(1000, \frac{1}{10}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=1000\times\frac{1}{10}=100$

$\mathrm{V}(X)=1000\times\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}=90$

따라서 $X$의 평균과 분산의 합은 $100+90=190$이다.

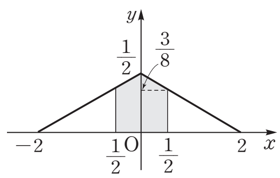
## 06 답 ⑤

$-2 \le x \le 2$에서 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 $x$축 사이의 넓이는 1이므로

$\frac{1}{2} \times 4 \times k = 1 \qquad \therefore k = \frac{1}{2}$

즉, $0 \le x \le 2$에서 확률밀도함수 $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$이고,

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$




$\mathrm{P}(-k \le X \le k)$

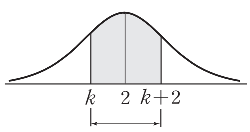
$= \mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le \frac{1}{2}\right)$

$= 2\mathrm{P}\left(0 \le X \le \frac{1}{2}\right)$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$

## 07 답 1

그림과 같이 정규분포곡선은 $x=m$에 대하여 대칭이므로 $\mathrm{P}(k \le X \le k+2)$가 최대이려면 $\frac{k+k+2}{2} = 2$이면 된다.




$2k+2=4 \qquad \therefore k=1$

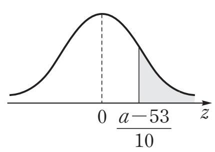
## 08 답 73

응시한 시험 성적을 $X$라 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(53,\ 10^2)$을 따른다.

이때, 이 시험에서 상을 받기 위한 점수의 최솟값을 $a$라 하면

$\mathrm{P}(X \ge a) = \frac{5}{200} = 0.025$이고, 표준화하면

$\mathrm{P}\left(Z \ge \frac{a-53}{10}\right)$




$= 0.025 = 0.5 - 0.475$

$= 0.5 - \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-53}{10}\right)$

이때, 주어진 조건에서 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2) = 0.475$라 하였으므로

$\frac{a-53}{10} = 2$

$\therefore a = 73$(점)

## 09 답 ①

한 개의 주사위를 던질 때, 4의 약수 1, 2, 4의 눈이 나오는 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$이므로 확률변수 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X) = 400 \times \frac{1}{2} = 200,\ \mathrm{V}(X) = 400 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 100$

이므로 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(190 \le X \le 215)$

$= \mathrm{P}\left(\frac{190-200}{10} \le \frac{X-200}{10} \le \frac{215-200}{10}\right)$

$= \mathrm{P}(-1 \le Z \le 1.5)$

$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$

$= 0.3413 + 0.4332 = 0.7745$

## 10 답 32

$\mathrm{V}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$이므로 먼저 모분산 $\sigma^2$을 구해 보자.

$X$의 확률분포표는 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X) = \frac{1}{5}(1 \times 3 + 2 \times 1 + 3 \times 1) = \frac{8}{5}$

$\sigma^2 = \mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E}(X)\}^2$

$= \frac{1}{5}(1^2 \times 3 + 2^2 \times 1 + 3^2 \times 1) - \frac{64}{25} = \frac{16}{5} - \frac{64}{25} = \frac{16}{25}$

이때, $\overline{X}$의 분산이 $\frac{1}{50}$이므로

$\mathrm{V}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{16}{25n} = \frac{1}{50} \qquad \therefore n = 32$

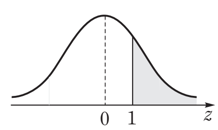
## 11 답 0.1587

식빵의 가격을 확률변수 $X$라 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(1600,\ 200^2)$을 따르고 크기 100인 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(1600,\ \frac{200^2}{100}\right) = \mathrm{N}(1600,\ 20^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\overline{X} \ge 1620)$

$= \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{1620-1600}{20}\right)$




$= \mathrm{P}(Z \ge 1)$

$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$

$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

## 12 답 $318.71 \le m \le 321.29$

신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{X} - 2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X} + 2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

이고, $\overline{X} = 320,\ \sigma = 5,\ n = 100$이므로

신뢰도 99%로 추정한 전체 평균 무게 $m$의 신뢰구간은

$320 - 2.58 \times \frac{5}{\sqrt{100}} \le m \le 320 + 2.58 \times \frac{5}{\sqrt{100}}$

$320 - 1.29 \le m \le 320 + 1.29$

$\therefore 318.71 \le m \le 321.29$