Ⅵ. 원의 성질

1 원과 직선

개념 check 8쪽~9쪽

1 (1) 3 (2) 5	2 (1) 12 (2) 5
3 (1) 12 (2) 3	4 15°
5 (1) 8 (2) 10	6 (1) 70° (2) 130°
7 10	8 8

기출 유형 10쪽~19쪽

01 ④	02 $6\sqrt{3}$ cm	03 $4\sqrt{5}$ cm	04 3 cm
05 ⑤	06 ③	07 ②	08 ②
09 ③	10 $\frac{9}{2}$ cm	11 $4\sqrt{3}$ cm	12 $6\sqrt{3}$ cm
13 $25\sqrt{3}$ cm^2	14 4π cm	15 7 cm	16 72π cm^2
17 $8\sqrt{3}$ cm	18 24 cm	19 ⑤	20 ④
21 9	22 $6\sqrt{5}$ cm	23 5 cm	24 ④
25 16 cm	26 ③	27 ④	28 ②
29 ①	30 12π cm^2	31 8 cm	32 3 cm
33 144π cm^2	34 ⑤	35 134°	36 ③
37 ④	38 ②	39 32°	40 $\frac{56}{3}\pi$ cm^2
41 44°	42 ②	43 ②	44 ①
45 5 cm	46 ㄱ, ㄷ, ㄹ	47 4 cm	48 $10\sqrt{3}$ cm
49 6 cm	50 $48\sqrt{2}$ cm^2	51 ④	52 18 cm
53 ①	54 4 cm	55 10 cm	56 ②
57 ③	58 ⑤	59 7 cm	60 50 cm
61 5 cm	62 $\sqrt{15}$ cm	63 7 cm	64 8 cm
65 80 cm^2	66 $\frac{13}{3}$ cm	67 ③	68 ①
69 ④			

서술형 20쪽~21쪽

01 (1) 3 cm (2) 5 cm		01-1 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) 4 cm	
02 11 cm		02-1 13 cm	
03 $6\sqrt{2}$ cm	04 $4\sqrt{5}$ cm	05 $\frac{48}{5}$ cm	06 39 cm^2
07 54 cm^2	08 $(72-16\pi)$ cm^2		

실전! 중단원 학교 시험 1회 22쪽~25쪽

01 ①	02 ①	03 ⑤	04 ②	05 ⑤
06 ④	07 ④	08 ③	09 ③	10 ①
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ④	15 ④
16 ①	17 ②	18 ②	19 $\sqrt{7}$ cm	20 18 cm^2
21 5 cm	22 $\frac{7}{2}$ cm	23 (1) 10 cm (2) 4π cm^2		

실전! 중단원 학교 시험 2회 26쪽~29쪽

01 ⑤	02 ②	03 ②	04 ⑤	05 ④
06 ②	07 ③	08 ②	09 ④	10 ③
11 ③	12 ⑤	13 ②	14 ⑤	15 ③
16 ③	17 ⑤	18 ④	19 $8\sqrt{2}$ cm	20 9 cm
21 $25\sqrt{3}$ cm^2		22 (1) 2 cm (2) 20 cm		23 12 cm

교과서 속 특이 문제 30쪽

01 50π	02 $32\sqrt{7}$ cm
03 $(18+18\sqrt{2})$ cm^2	04 35π cm
05 풀이 참조	

2 원주각

개념 check 32쪽~33쪽

1 (1) 65° (2) 100°
2 (1) 50° (2) 64°
3 (1) 30 (2) 3
4 (1) $\angle x=95^\circ$, $\angle y=90^\circ$ (2) $\angle x=120^\circ$, $\angle y=110^\circ$
5 (1) ○ (2) ×
6 (1) 52° (2) 70°

기출 유형 34쪽~45쪽

01 25°	02 ③	03 8π cm^2	04 ③
05 ④	06 65°	07 ①	08 25°
09 ②	10 114°	11 ⑤	12 50°
13 ③	14 ②	15 5°	16 29°
17 58°	18 ③	19 ④	20 69°
21 $\frac{\sqrt{7}}{4}$	22 $4\sqrt{3}$ cm	23 ④	24 $\frac{4}{5}$
25 68°	26 100°	27 ①	28 ③
29 ③	30 ③	31 ⑤	32 12π
33 ②	34 ⑤	35 90°	36 30°
37 $\frac{4}{9}$배	38 105°	39 ④	40 70°
41 52°	42 95°	43 ①	44 ②
45 116°	46 ⑤	47 60°	48 ①
49 130°	50 ②	51 120°	52 30°
53 93°	54 ④	55 ③	56 45°
57 36°	58 62°	59 ⑤	60 ③
61 164°	62 ④	63 ②, ④	64 35°
65 38°	66 ⑤	67 ④	68 ⑤
69 ①	70 65°	71 ①	72 20°
73 ①	74 98°	75 ④	76 50°
77 ②	78 40°	79 $8\sqrt{3}$ cm	80 45°
81 ④	82 ②	83 ③	84 ⑤
85 65°			

서술형 46쪽~47쪽

01 65°	01-1 84°	01-2 2 cm	02 45°
02-1 40°	03 $\angle x=71^\circ$, $\angle y=109^\circ$		04 12 cm
05 65°	06 $\angle x=50^\circ$, $\angle y=30^\circ$		07 40°

08 (1) 35° (2) 90° (3) 20°

실전! 중단원 학교 시험 1회 48쪽~51쪽

01 ⑤	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ④
06 ①	07 ④	08 ④	09 ④	10 ③
11 ③	12 ①	13 ②	14 ③	15 ②
16 ①	17 ④	18 ③	19 110°	
20 (1) 30° (2) 100°		21 5 cm	22 110°	23 30°

실전! 중단원 학교 시험 2회 52쪽~55쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ②	08 ④	09 ⑤	10 ①
11 ④	12 ②	13 ②	14 ③	15 ①, ④
16 ④	17 ②	18 ①	19 35°	20 22°
21 75°	22 70°			

23 (1) $\angle CEF=45^\circ$, $\angle CFE=45^\circ$ (2) 90° (3) 56°

교과서 속 특이 문제 56쪽

01 180°	02 $\left(25\sqrt{3}+\frac{250}{3}\pi\right)$ m^2	03 $9\sqrt{3}$ cm^2
04 100°	05 109°	06 $4\sqrt{7}$

Ⅶ. 통계

1 대푯값과 산포도

개념 check 58쪽

1 (1) 평균 : 8, 중앙값 : 7, 최빈값 : 6
(2) 평균 : 3.5, 중앙값 : 3.5, 최빈값 : 2, 5
(3) 평균 : 8, 중앙값 : 8, 최빈값 : 8, 9
2 중앙값 : 77점, 최빈값 : 78점
3 (1) 4 (2) 18회
4 평균 : 92점, 표준편차 : $2\sqrt{2}$ 점

기출 유형 59쪽~65쪽

01 ④	02 80점	03 ②	04 ③
05 ②	06 257.5 mm	07 ②	08 ②
09 37회	10 ④	11 ④	12 ④
13 61	14 5	15 중앙값	16 ⑤
17 2	18 5	19 ⑤	20 32.5
21 194	22 1	23 ⑤	24 59
25 20	26 ⑤	27 ①	28 ③
29 ⑤	30 ③	31 33	32 ④
33 ③	34 66	35 ②	36 ④
37 평균 : 85점, 분산 : 9		38 ③	39 18
40 ②	41 $\sqrt{5}$점	42 7	43 $\sqrt{11}$
44 ④	45 C 학급	46 ④	47 ③

48 A 선수 : $\frac{2}{3}$점, B 선수 : $\frac{\sqrt{22}}{3}$점, A 선수

서술형 66쪽~67쪽

01 $\sqrt{29}$점	01-1 $2\sqrt{5}$점	02 $\frac{41}{2}$	02-1 $\frac{15}{2}$
03 21	04 $\frac{18}{5}$	05 $\frac{\sqrt{210}}{3}$명	06 $\sqrt{7}$회
07 평균 : 21, 분산 : 8		08 3점	

실전! 중단원 학교 시험 1회 68쪽~71쪽

01 ③	02 ④	03 ⑤	04 ④	05 ③
06 ①	07 ②	08 ④	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ③	13 ①	14 ⑤	15 ①
16 ②	17 ②	18 ④	19 12.6점	20 4.5
21 7	22 75	23 $\sqrt{11}$		

실전! 중단원 학교 시험 2회 72쪽~75쪽

01 ④	02 ③	03 ②	04 ③	05 ③, ④
06 ①	07 ③	08 ⑤	09 ④	10 ⑤
11 ①	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ③
16 ②	17 ④	18 ③	19 6	20 $2\sqrt{3}$
21 13	22 28	23 -12		

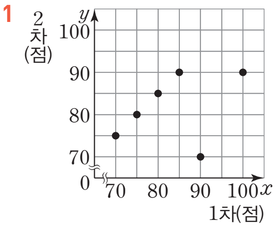
교과서 속 특이 문제 76쪽

01 ㄷ	02 $\frac{81}{4}$, 54
03 (1) 22 cm (2) $\sqrt{77}$ cm	04 최댓값 : 26, 최솟값 : 23

2 상관관계

개념 check 78쪽

1



2 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

기출 유형 79쪽~84쪽

01 3명	02 6명	03 7명	04 ⑤
05 ③	06 ②	07 32 %	08 ④
09 140점	10 ④	11 ③	12 4명
13 8개	14 4명	15 ②	16 ④
17 ③	18 53점	19 ④, ⑤	20 ㄱ, ㄷ, ㅁ
21 51점	22 ⑤	23 ④	24 ①, ③
25 ④	26 ㄷ	27 ②	28 B
29 ④	30 ⑤	31 ㄱ, ㄷ	

서술형 85쪽~87쪽

01 41	01-1 35	01-2 4명
02 $a=72.5$, $b=90$		03 $\frac{49}{4}$
04 (1) 26 ℃ (2) 2시간 20분		05 62.5점
06 (1) 45 % (2) 92.5점 (3) 95점		
07 풀이 참조, 양의 상관관계		08 음의 상관관계

실전! 중단원 학교 시험 1회 88쪽~92쪽

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ④	09 ①	10 ②
11 ②	12 ③	13 ①, ⑤	14 ④	15 ②
16 ⑤	17 ⑤	18 ④	19 풀이 참조	20 52
21 6.5만 원	22 331.5 kg		23 풀이 참조	

실전! 중단원 학교 시험 2회

93쪽~97쪽

01 ②	02 ③	03 ⑤	04 ⑤	05 ④
06 ④	07 ②	08 ③	09 ④	10 ⑤
11 ⑤	12 ③	13 ⑤	14 ①	15 ④
16 ①	17 ②	18 ③	19 55 %	20 35
21 7개	22 28명	23 24점		

교과서 속 특이 문제

98쪽~99쪽

01 3개 02 (1) 상관관계가 없다. (2) 음의 상관관계

03 방어율과 피안타 : 상관관계가 없다.

방어율과 볼넷 : 양의 상관관계

방어율과 삼진 : 음의 상관관계

04 ㄹ 05 (1) A 나라 (2) ㄱ 06 풀이 참조

부록

고난도 50

102쪽~111쪽

01 $\sqrt{73}$ cm 02 $\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}$ 03 $9\sqrt{3}+3\pi$

04 $6\sqrt{7}$ cm 05 3 cm 06 9 07 9 cm^2

08 $2+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}$ 09 $x=4(\sqrt{2}-1)$, $y=4(\sqrt{2}+1)$

10 $(100-25\pi)$ cm^2 11 12π 12 $\frac{40}{13}$

13 $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$ 14 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ cm 15 $8°$

16 14 17 $3\pi-\frac{9\sqrt{3}}{4}$ 18 $\frac{10\sqrt{5}}{3}$ 19 100

20 6π 21 $69°$ 22 $540°$ 23 $\sqrt{2}$

24 6개 25 $103°$ 26 $\frac{36}{5}\pi$ 27 $84°$

28 $\angle x=57°$, $\angle y=54°$, $\angle z=111°$ 29 3 : 4

30 8 31 ㄱ, ㄷ 32 140 cm, 155 cm

33 6, 7 34 12 35 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$점 36 71.2

37 $\sqrt{2}$ 38 6 39 $\frac{15}{16}$ 40 $y=z<x$

41 $\sqrt{6}$점 42 29 43 $\sqrt{47.5}$ kg 44 321

45 B 학생 46 평균 : 13, 표준편차 : 6 47 서로 같다.

48 15 %

49 A 그룹 : 19점, $\frac{2}{3}$, B 그룹 : 10점, $\frac{3}{2}$, C 그룹 : 15점, $\frac{34}{13}$

50 ㄱ, ㄹ, ㅅ

기말고사 대비 실전 모의고사 1회

112쪽~115쪽

01 ④	02 ⑤	03 ④	04 ②	05 ④
06 ③	07 ②	08 ④	09 ④	10 ②
11 ④, ⑤	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ④	18 ②	19 $4\sqrt{7}$ cm	20 $70°$
21 $a=7$, $b=15$		22 2시간	23 171.25점	

기말고사 대비 실전 모의고사 2회

116쪽~119쪽

01 ③	02 ④	03 ②	04 ③	05 ③
06 ⑤	07 ①	08 ③	09 ④	10 ①
11 ④	12 ⑤	13 ②	14 ①	15 ③
16 ①, ④	17 ④	18 ①	19 $140°$	20 $66°$
21 중앙값 : 3회, 최빈값 : 3회			22 0	23 2.4회

기말고사 대비 실전 모의고사 3회

120쪽~123쪽

01 ①	02 ④	03 ⑤	04 ②	05 ②
06 ③	07 ③	08 ④	09 ①	10 ②
11 ②	12 ⑤	13 ③	14 ④	15 ①
16 ⑤	17 ④	18 ③	19 $\sqrt{70}$	
20 (1) $124°$ (2) $68°$ (3) $192°$			21 $x=5$, $y=7$	
22 $2\sqrt{2}$점	23 50 %			

기말고사 대비 실전 모의고사 4회

124쪽~127쪽

01 ⑤	02 ③	03 ②	04 ④	05 ⑤
06 ②	07 ④	08 ①	09 ②	10 ③
11 ②	12 ③	13 ②	14 ②	15 ④
16 ②	17 ③	18 ⑤	19 $24-4\pi$	
20 (1) $28°$ (2) $130°$ (3) $158°$			21 6	

22 풀이 참조, 음의 상관관계

23 (1) 6명 (2) 25 % (3) 82.5점

기말고사 대비 실전 모의고사 5회

128쪽~131쪽

01 ④	02 ④	03 ①	04 ②	05 ③
06 ①	07 ④	08 ②	09 ①	10 ⑤
11 ④	12 ①	13 ④	14 ③	15 ②
16 ②	17 ③	18 ⑤	19 $\frac{192}{25}$	20 $58°$
21 $26°$	22 2시간	23 (1) 80점 (2) 70점 (3) $\frac{260}{3}$		

1 원과 직선

Ⅵ. 원의 성질

개념 check

8쪽~9쪽

1 답 (1) 3 (2) 5

(1) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore x=3$

(2) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore x=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

2 답 (1) 12 (2) 5

(1) $\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

이때 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore x=2\overline{AM}=2\times6=12$

(2) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

즉, $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12$이므로

$\triangle AOM$에서 $x=\sqrt{13^2-12^2}=5$

3 답 (1) 12 (2) 3

(1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AD}=\overline{BC}$

$\therefore x=12$

(2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\therefore x=3$

4 답 $15°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle y=65°$

$\triangle ABC$에서 $\angle x=180°-2\times65°=50°$

$\therefore \angle y-\angle x=65°-50°=15°$

5 답 (1) 8 (2) 10

(1) $\overline{PB}=\overline{PA}=8$

(2) $\angle PBO=90°$이므로 $\triangle PBO$에서

$\overline{PO}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

6 답 (1) $70°$ (2) $130°$

(1) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$에서

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

(2) $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 $\square APBO$에서

$\angle x=360°-(90°+50°+90°)=130°$

7 답 10

$\overline{CF}=\overline{CE}$

$=\overline{BC}-\overline{BE}=12-5=7$

또, $\overline{BD}=\overline{BE}=5$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}$

$=\overline{AB}-\overline{BD}=8-5=3$

$\therefore x=\overline{AF}+\overline{CF}=3+7=10$

8 답 8

$\square ABCD$가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$5+x=6+7 \quad \therefore x=8$

기출 유형

10쪽~19쪽

유형 01 현의 수직이등분선 (1)

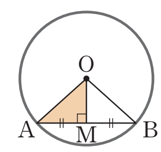
10쪽

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분한다.

(1) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이면 $\overline{AM}=\overline{BM}$

(2) 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OM}^2}$



01 답 ④

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(cm)$

02 답 $6\sqrt{3}$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

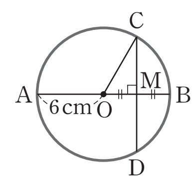
$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OA}=6\,cm$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\times6=3\,(cm)$

$\triangle COM$에서

$\overline{CM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(cm)$



03 답 $4\sqrt{5}$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

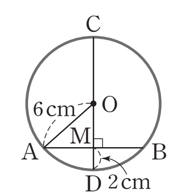
$\overline{OA}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6\,(cm)$

$\overline{OM}=\overline{OD}-\overline{DM}=6-2=4\,(cm)$

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(cm)$



04 답 3 cm

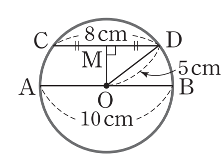
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면

$\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\,(cm)$

$\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

$\triangle MOD$에서

$\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(cm)$



05 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

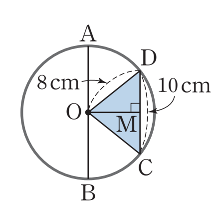
$\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times10=5\,(cm)$

$\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(cm)$

$\triangle DOM$에서

$\overline{OM}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}\,(cm)$

$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times10\times\sqrt{39}=5\sqrt{39}\,(cm^2)$



06 답 ③

△ABC가 정삼각형이므로 $\overline{BC}=12\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

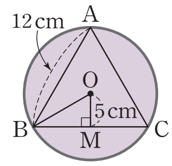
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면

△OBM에서

$\overline{OB}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{61})^2$

$=61\pi\,(\text{cm}^2)$



07 답 ②

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

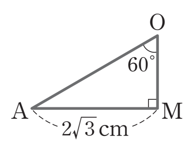
$\angle AOM=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

△OAM에서

$\overline{OA}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\,(\text{cm})$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이므로

(원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times4=8\pi\,(\text{cm})$



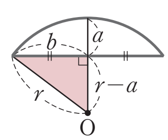
유형 02 현의 수직이등분선 (2) 11쪽

원의 일부분이 주어졌을 때, 원의 반지름의 길이는 다음과 같이 구한다.

❶ 원의 중심을 찾아 반지름의 길이를 r로 놓는다. ← 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

❷ 피타고라스 정리를 이용하여 식을 세운다.

➜ $r^2=(r-a)^2+b^2$



08 답 ②

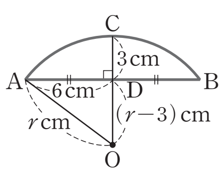
$\overline{CD}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CD}$의 연장선은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지난다. 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OD}=(r-3)$ cm

△AOD에서

$r^2=6^2+(r-3)^2,\ 6r=45\qquad\therefore\ r=\frac{15}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.



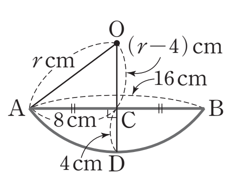
참고 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

09 답 ③

$\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\overline{CD}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CD}$의 연장선은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지난다. 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OC}=(r-4)$ cm



△OAC에서

$r^2=8^2+(r-4)^2,\ 8r=80\qquad\therefore\ r=10$

따라서 원의 반지름의 길이는 10 cm이므로

(원의 둘레의 길이)$=2\pi\times10=20\pi\,(\text{cm})$

10 답 $\frac{9}{2}$ cm

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

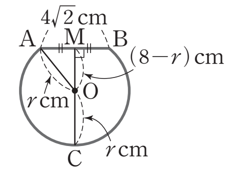
$\overline{MC}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{MC}$는 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지난다. 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AO}=r$ cm, $\overline{MO}=(8-r)$ cm이므로

△AOM에서

$r^2=(2\sqrt{2})^2+(8-r)^2,\ 16r=72\qquad\therefore\ r=\frac{9}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{9}{2}$ cm이다.



유형 03 현의 수직이등분선 (3) 11쪽

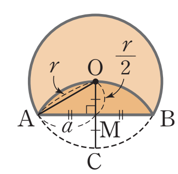
원주 위의 한 점 C가 원의 중심에 오도록 원 모양의 종이를 접었을 때

(1) $\overline{AM}=\overline{BM}$

(2) $\overline{OA}=r$라 하면 $\overline{OM}=\overline{MC}=\frac{r}{2}$

(3) 직각삼각형 OAM에서

$\overline{OA}^2=\overline{AM}^2+\overline{OM}^2$ ➜ $r^2=a^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$



11 답 $4\sqrt{3}$ cm

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

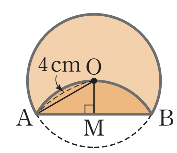
$\overline{OA}=4$ cm

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$



12 답 $6\sqrt{3}$ cm

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9\,(\text{cm})$

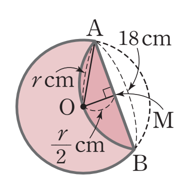
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}\,(\text{cm})$

△AOM에서

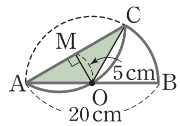
$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+9^2,\ r^2=108\qquad\therefore\ r=6\sqrt{3}\ (\because\ r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm이다.



13 답 $25\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 반원의 중심 O에서 $\overline{\text{AC}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{\text{OA}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\text{cm})$

$\overline{\text{OM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AO}}=\frac{1}{2}\times 10=5\,(\text{cm})$

△AOM에서

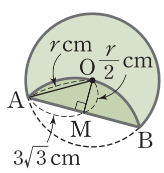
$\overline{\text{AM}}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AC}}=2\overline{\text{AM}}=2\times 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{AOC}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times 5=25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

14 답 4π cm

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

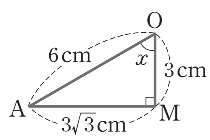
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{\text{OA}}=r\ \text{cm},\ \overline{\text{OM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{OA}}=\frac{r}{2}\,(\text{cm})$

△OAM에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+(3\sqrt{3})^2,\ r^2=36\qquad \therefore\ r=6\ (\because\ r>0)$

△OAM에서 오른쪽 그림과 같이 ∠AOM$=x$라 하면



$\sin x=\frac{\overline{\text{AM}}}{\overline{\text{OA}}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

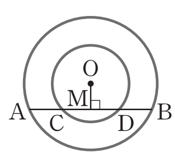
$x=60°$, 즉 ∠AOM$=60°$

따라서 ∠AOB$=2$∠AOM$=2\times 60°=120°$이므로

$\widehat{\text{AB}}=2\pi\times 6\times\frac{120}{360}=4\pi\,(\text{cm})$

유형 04 현의 수직이등분선 (4) 12쪽

중심이 O로 일치하고 반지름의 길이가 다른 두 원에서 큰 원의 현 AB가 작은 원과 만나는 두 점을 각각 C, D라 하고 점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 할 때

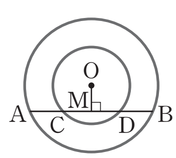


(1) $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$

(2) $\overline{\text{CM}}=\overline{\text{DM}}$

15 답 7 cm

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times 26=13\,(\text{cm})$

$\overline{\text{CM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{CD}}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AC}}=\overline{\text{AM}}-\overline{\text{CM}}=13-6=7\,(\text{cm})$

16 답 $72\pi\ \text{cm}^2$

△OAM에서 $\overline{\text{AM}}=\sqrt{11^2-3^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})$

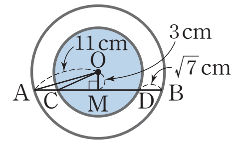
$\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AM}}-\overline{\text{CM}}$

$\quad=\overline{\text{BM}}-\overline{\text{DM}}=\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{CM}}=\overline{\text{AM}}-\overline{\text{AC}}$

$\quad=4\sqrt{7}-\sqrt{7}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OC}}$를 그으면



△OCM에서

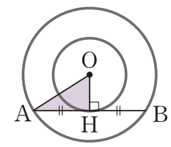
$\overline{\text{OC}}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{7})^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 작은 원의 넓이는

$\pi\times(6\sqrt{2})^2=72\pi\,(\text{cm}^2)$

유형 05 현의 수직이등분선 (5) 12쪽

중심이 O로 일치하고 반지름의 길이가 다른 두 원에서 큰 원의 현 AB가 작은 원의 접선이고 점 H가 접점일 때



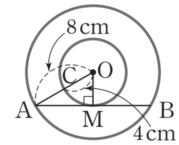
(1) $\overline{\text{OH}}\perp\overline{\text{AB}}$

(2) $\overline{\text{AH}}=\overline{\text{BH}}$

(3) $\overline{\text{OA}}^2=\overline{\text{OH}}^2+\overline{\text{AH}}^2$

17 답 $8\sqrt{3}$ cm

오른쪽 그림과 같이 작은 원의 접점을 M이라 하고 $\overline{\text{OM}}$을 그으면 $\overline{\text{OM}}\perp\overline{\text{AB}}$



$\overline{\text{OM}}=\overline{\text{OC}}=4$ cm

△OAM에서

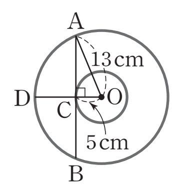
$\overline{\text{AM}}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{AM}}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

18 답 24 cm

$\overline{\text{AB}}$는 작은 원의 접선이므로 $\overline{\text{OC}}\perp\overline{\text{AB}}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AO}}$를 그으면



$\overline{\text{AO}}=\overline{\text{DO}}=8+5=13\,(\text{cm})$

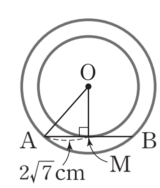
△ACO에서

$\overline{\text{AC}}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{AC}}=2\times 12=24\,(\text{cm})$

19 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 작은 원의 접점을 M이라 하고 $\overline{\text{OM}}$, $\overline{\text{OA}}$를 그으면 $\overline{\text{OM}}\perp\overline{\text{AB}}$



$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{7}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

두 원의 반지름의 길이의 비가 4 : 3이므로

$\overline{\text{OA}}=4x$ cm, $\overline{\text{OM}}=3x$ cm라 하자.

△OAM에서

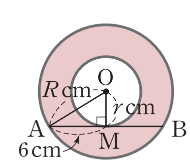
$(4x)^2=(3x)^2+(2\sqrt{7})^2,\ x^2=4\qquad \therefore\ x=2\ (\because\ x>0)$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는

$3\times 2=6\,(\text{cm})$

20 답 ④

오른쪽 그림과 같이 작은 원의 접점을 M이라 하고 $\overline{\text{OM}}$, $\overline{\text{OA}}$를 그으면 $\overline{\text{OM}}\perp\overline{\text{AB}}$

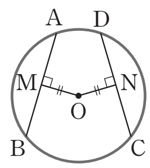


$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{OA}=R$ cm, $\overline{OM}=r$ cm
△OAM에서
$R^2=6^2+r^2 \qquad \therefore R^2-r^2=36$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=36\pi\,(\text{cm}^2)$

유형 06 현의 길이 (1) 13쪽

한 원 또는 합동인 두 원에서
(1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이면 $\overline{AB}=\overline{CD}$
(2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이면 $\overline{OM}=\overline{ON}$

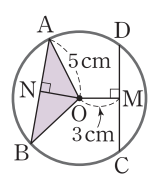


21 답 9
$\overline{ON}\perp\overline{CD}$에서 $\overline{CN}=\overline{DN}=3$ cm $\qquad\therefore x=3$
$\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}=3+3=6\,(\text{cm})$ $\qquad\therefore y=6$
$\therefore x+y=3+6=9$

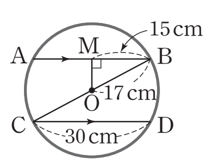
22 답 $6\sqrt{5}$ cm
△OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})$
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6\sqrt{5}$ cm

23 답 5 cm
$\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로
$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times12=24\,(\text{cm})$
이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$
$\overline{OC}=13$ cm이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

24 답 ④
오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=3$ cm
△ANO에서
$\overline{AN}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AN}=2\times4=8\,(\text{cm})$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times8\times3=12\,(\text{cm}^2)$



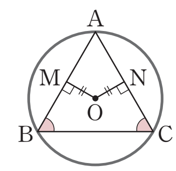
25 답 16 cm
오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times30=15\,(\text{cm})$
△OBM에서
$\overline{OM}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원 O의 중심에서 두 현 AB, CD까지의 거리는 서로 같다. 이때 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 두 현 AB, CD 사이의 거리는



$2\overline{OM}=2\times8=16\,(\text{cm})$
참고 평행한 두 직선 사이의 거리는 한 직선 위의 한 점에서 다른 직선에 내린 수선의 발의 길이이다.

유형 07 현의 길이 (2) 13쪽

오른쪽 그림의 원 O에서
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{AC}$이고
$\overline{OM}=\overline{ON}$이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$
→ △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형
→ $\angle B=\angle C$



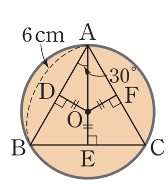
26 답 ③
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

27 답 ④
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$

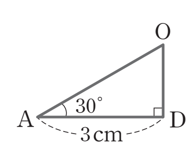
28 답 ②
□AMON에서
$\angle A=360^\circ-(90^\circ+100^\circ+90^\circ)=80^\circ$
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

29 답 ①
△ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times4=8\,(\text{cm})$
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5=10\,(\text{cm})$
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=10$ cm
따라서 △ABC의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+8+10=28\,(\text{cm})$

30 답 12π cm^2
$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
즉, △ABC는 정삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$의 연장선을 그으면 그 연장선은 점 A를 지난다.



$\angle OAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$이므로
△ADO에서
$\overline{AO}=\frac{3}{\cos30^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(\text{cm}^2)$



다른 풀이

$\triangle$BAE에서 $\angle BAE = 180° - (60° + 90°) = 30°$이므로

$\overline{AE} = 6\cos 30° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

점 O는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AO} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

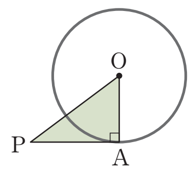
유형 08 원의 접선의 성질 (1)

14쪽

원 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 A라 할 때

(1) $\overline{OA} \perp \overline{PA}$

(2) $\overline{PO}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{OA}^2$



31 답 8 cm

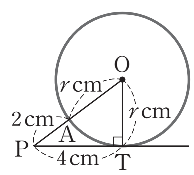
$\triangle$APO에서

$\overline{OA} = \overline{OB} = 6$ cm이므로

$\overline{PA} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\,(\text{cm})$

32 답 3 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA} = \overline{OT} = r$ cm, $\overline{OP} = (r+2)$ cm

이때 $\angle OTP = 90°$이므로

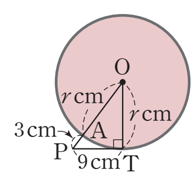
$\triangle$OPT에서

$(r+2)^2 = 4^2 + r^2$, $4r = 12$ $\quad \therefore r = 3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

33 답 144π cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA} = \overline{OT} = r$ cm

$\overline{OP} = (r+3)$ cm

이때 $\angle OTP = 90°$이므로

$\triangle$OPT에서

$(r+3)^2 = 9^2 + r^2$, $6r = 72$ $\quad \therefore r = 12$

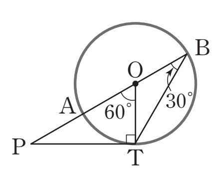
따라서 원 O의 반지름의 길이는 12 cm이므로

원 O의 넓이는

$\pi \times 12^2 = 144\pi\,(\text{cm}^2)$

34 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\overline{OT} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\text{cm})$

$\angle OTB = \angle OBT = 30°$이므로

$\angle AOT = 30° + 30° = 60°$

이때 $\angle OTP = 90°$이므로

$\triangle$OPT에서

$\overline{PT} = 3\tan 60° = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

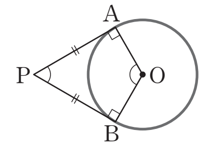
유형 09 원의 접선의 성질 (2)

15쪽

원 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 할 때

(1) $\overline{PA} = \overline{PB}$

(2) $\angle APB + \angle AOB = 180°$



35 답 134°

$\triangle$PAB에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이므로

$\angle P = 180° - 2 \times 67° = 46°$

$\angle P + \angle AOB = 180°$이므로

$46° + \angle AOB = 180°$ $\quad \therefore \angle AOB = 134°$

36 답 ③

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

$\triangle$PBO에서

$\overline{PB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\,(\text{cm})$

$\overline{PA} = \overline{PB} = 15$ cm이므로

($\square$APBO의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BO} + \overline{OA}$

$= 15 + 15 + 8 + 8 = 46\,(\text{cm})$

37 답 ④

$\overline{PB} = \overline{PA} = 6$ cm이므로

$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 45° = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

38 답 ②

$\overline{CO} = \overline{AO} = 2$ cm이므로

$\overline{PO} = 4 + 2 = 6\,(\text{cm})$

$\angle PAO = 90°$이므로 $\triangle$APO에서

$\overline{PA} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB} = \overline{PA} = 4\sqrt{2}$ cm

39 답 32°

$\angle PBC = 90°$이므로

$\angle PBA = 90° - 16° = 74°$

$\triangle$PAB에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이므로

$\angle P = 180° - 2 \times 74° = 32°$

40 답 $\frac{56}{3}\pi$ cm^2

$\angle P + \angle AOB = 180°$이므로

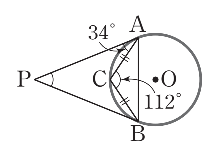
$75° + \angle AOB = 180°$ $\quad \therefore \angle AOB = 105°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 8^2 \times \frac{105}{360} = \frac{56}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$

41 답 44°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\triangle$ACB에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$이므로

$\angle CAB = \frac{1}{2} \times (180° - 112°) = 34°$

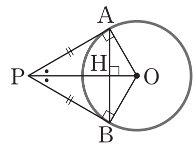
$\therefore \angle PAB = \angle PAC + \angle CAB = 34° + 34° = 68°$

$\triangle$PAB에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이므로

$\angle P = 180° - 2 \times 68° = 44°$

유형 10 원의 접선의 성질 (3) 16쪽

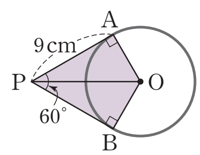
원 밖의 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하고 $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하면



(1) $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$
(2) $\angle APO = \angle BPO$
(3) $\triangle APH \equiv \triangle BPH$
(4) $\overline{AB} \perp \overline{PO}$
(5) $\overline{AH} = \overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

42 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



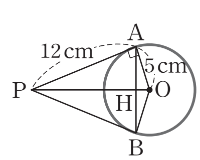
$\triangle APO$와 $\triangle BPO$에서
$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
$\overline{PO}$는 공통, $\overline{AO} = \overline{BO}$ (반지름)이므로
$\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS 합동)
즉, $\angle APO = \frac{1}{2}\angle APB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
$\triangle APO$에서
$\overline{AO} = 9\tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$ (cm)이므로
$\square APBO = 2\triangle APO$
$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3}\right) = 27\sqrt{3}$ (cm²)

43 답 ②

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서
$\overline{AO} = \overline{BO}$ (반지름), $\overline{OP}$는 공통
$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) (④)
즉, $\angle AOP = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$이므로
$\angle APO = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ (③)
$\triangle AOP$에서
$\overline{OP} = \frac{4\sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = 4\sqrt{3} \times 2 = 8\sqrt{3}$ (cm) (①)
$\overline{AP} = 4\sqrt{3}\tan 60^\circ = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12$ (cm)
$\triangle ABP$에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이고 $\angle APB = 60^\circ$이므로
$\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
즉, $\triangle ABP$는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AP} = 12$ (cm) (②)
$\therefore \square AOBP = 2\triangle AOP$
$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12\right) = 48\sqrt{3}$ (cm²) (⑤)
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

44 답 ①

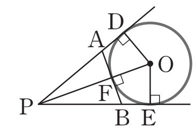
오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그어 $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하자.



$\angle PAO = 90^\circ$이므로 $\triangle APO$에서
$\overline{PO} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ (cm)
이때 $\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS 합동)에서
$\angle APO = \angle BPO$이므로 $\triangle APH \equiv \triangle BPH$ (SAS 합동)
즉, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$이고 $\overline{AH} = \overline{BH}$이므로 $\overline{PO} \times \overline{AH} = \overline{PA} \times \overline{OA}$
$13 \times \overline{AH} = 12 \times 5$ $\quad \therefore \overline{AH} = \frac{60}{13}$ cm
$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ (cm)

유형 11 원의 접선의 활용 16쪽

$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overline{AB}$가 원 O의 접선이고 세 점 D, E, F가 그 접점일 때



(1) $\overline{PD} = \overline{PE}$, $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BF}$
(2) ($\triangle APB$의 둘레의 길이)
$= \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{AB}$
$= \overline{PA} + \overline{PB} + (\overline{AF} + \overline{BF})$
$= (\overline{PA} + \overline{AD}) + (\overline{PB} + \overline{BE})$
$= \overline{PD} + \overline{PE} = 2\overline{PD} = 2\overline{PE}$

45 답 5 cm

$\overline{AC} = \overline{AX} = \overline{PX} - \overline{PA} = 10 - 8 = 2$ (cm)
이때 $\overline{PY} = \overline{PX} = 10$ cm이므로
$\overline{BC} = \overline{BY} = \overline{PY} - \overline{PB} = 10 - 7 = 3$ (cm)
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 2 + 3 = 5$ (cm)

46 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

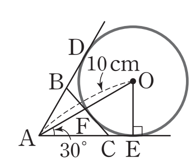
ㄱ. 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{AE}$
ㄷ. $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$에서
$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CF} = \overline{BD} + \overline{CE}$
ㄹ. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AB} + (\overline{BD} + \overline{CE}) + \overline{CA}$
$= \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AD}$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

47 답 4 cm

$\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$이므로
$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AC} + (\overline{BF} + \overline{CF})$
$= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE})$
$= \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AE}$
즉, $9 + 8 + 7 = 2\overline{AE}$이므로 $2\overline{AE} = 24$ $\quad \therefore \overline{AE} = 12$ cm
$\therefore \overline{CE} = \overline{AE} - \overline{AC} = 12 - 8 = 4$ (cm)

48 답 $10\sqrt{3}$ cm

$\angle OAE = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\triangle OAE$에서
$\overline{AE} = 10\cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ (cm)
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$
$= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE})$
$= \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AE}$
$= 2 \times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ (cm)

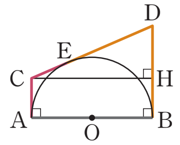
유형 12 반원에서의 접선의 길이 17쪽

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$가 반원 O의 접선일 때

(1) $\overline{CA}=\overline{CE}$, $\overline{DB}=\overline{DE}$

➜ $\overline{CD}=\overline{CA}+\overline{DB}$

(2) 점 C에서 $\overline{DB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 DCH에서 $\overline{AB}=\overline{CH}=\sqrt{\overline{CD}^2-\overline{DH}^2}$



49 답 6 cm

$\overline{CP}=\overline{CA}=4\,\text{cm}$, $\overline{DP}=\overline{DB}=9\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=4+9=13\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

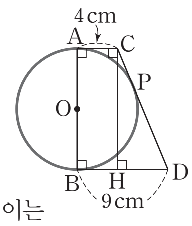
$\overline{HD}=\overline{BD}-\overline{BH}=9-4=5\,(\text{cm})$이므로

△CHD에서

$\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

즉, $\overline{AB}=12\,\text{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이는

$12\times\frac{1}{2}=6\,(\text{cm})$



50 답 $48\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

$\overline{CE}=\overline{CA}=8\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DB}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=8+4=12\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

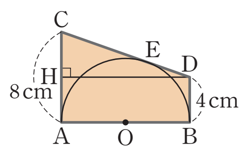
$\overline{CH}=\overline{CA}-\overline{HA}=8-4=4\,(\text{cm})$

△CHD에서

$\overline{HD}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=\overline{HD}=8\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로

$\square\text{ABDC}=\frac{1}{2}\times(8+4)\times8\sqrt{2}=48\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$



51 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$와 반원 O의 접점을 P, 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 F라 하자.

$\overline{EP}=\overline{EB}=\overline{FC}=x\,\text{cm}$라 하면

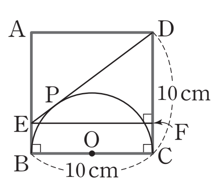
$\overline{DP}=\overline{DC}=10\,\text{cm}$이므로

$\overline{DE}=(10+x)\,\text{cm}$, $\overline{DF}=(10-x)\,\text{cm}$

△DEF에서 $(10+x)^2=10^2+(10-x)^2$

$40x=100 \qquad \therefore x=\frac{5}{2}$

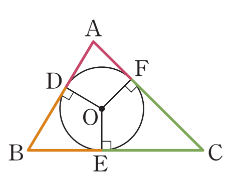
$\therefore \overline{DE}=10+x=10+\frac{5}{2}=\frac{25}{2}\,(\text{cm})$



유형 13 삼각형의 내접원 17쪽

원 O는 △ABC의 내접원이고 세 점 D, E, F는 그 접점일 때,

➜ $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$



52 답 18 cm

$\overline{AP}=\overline{AR}=3\,\text{cm}$, $\overline{BQ}=\overline{BP}=1\,\text{cm}$, $\overline{CR}=\overline{CQ}=5\,\text{cm}$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=(3+1)+(1+5)+(5+3)$

$=4+6+8=18\,(\text{cm})$

53 답 ①

$\overline{BD}=\overline{BE}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=(11-x)\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=(9-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$8=(11-x)+(9-x)$, $20-2x=8$

$2x=12 \qquad \therefore x=6$

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 6 cm이다.

54 답 4 cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=9\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=5\,\text{cm}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=2\times(9+5+x)=36$

$14+x=18 \qquad \therefore x=4$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 4 cm이다.

55 답 10 cm

$\overline{CE}=\overline{CF}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(7-x)\,\text{cm}$

$\overline{BD}=\overline{BE}=(9-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$6=(7-x)+(9-x)$, $2x=10 \qquad \therefore x=5$

$\therefore \overline{CE}=5\,\text{cm}$

$\therefore$ (△PQC의 둘레의 길이)$=\overline{CP}+\overline{PQ}+\overline{QC}$

$=\overline{CP}+(\overline{PG}+\overline{QG})+\overline{QC}$

$=\overline{CP}+\overline{PF}+\overline{QE}+\overline{QC}$

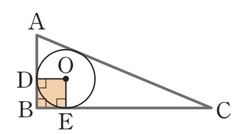
$=\overline{CF}+\overline{CE}=2\overline{CE}$

$=2\times5=10\,(\text{cm})$

유형 14 직각삼각형의 내접원 18쪽

$\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 내접원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 접점을 각각 D, E라 할 때,

➜ □ODBE는 정사각형



56 답 ②

△ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

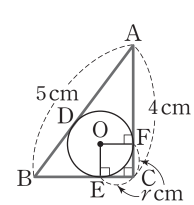
□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r\,\text{cm}$

$\overline{AD}=\overline{AF}=(4-r)\,\text{cm}$

$\overline{BD}=\overline{BE}=(3-r)\,\text{cm}$

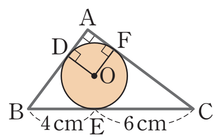
이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로



$5=(4-r)+(3-r)$, $2r=2$ $\quad\therefore r=1$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 1 cm이다.

57 답 ③

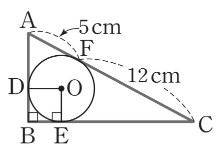
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
□ADOF는 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm
$\overline{AB}=(r+4)$ cm
$\overline{AC}=(r+6)$ cm
△ABC에서 $10^2=(r+4)^2+(r+6)^2$
$r^2+10r-24=0$, $(r+12)(r-2)=0$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이므로 원 O의 넓이는
$\pi\times2^2=4\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

58 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
□DBEO는 정사각형이므로

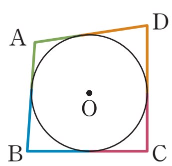


$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm
$\overline{AB}=(r+5)$ cm
$\overline{BC}=(r+12)$ cm
△ABC에서 $17^2=(r+5)^2+(r+12)^2$
$r^2+17r-60=0$, $(r+20)(r-3)=0$ $\quad\therefore r=3\ (\because r>0)$
$\therefore \overline{AB}=3+5=8\,(\mathrm{cm})$, $\overline{BC}=3+12=15\,(\mathrm{cm})$
따라서 △ABC의 둘레의 길이는 $8+15+17=40\,(\mathrm{cm})$

유형 15 외접사각형의 성질 (1)

18쪽

원 O에 외접하는 사각형 ABCD에서
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$



59 답 7 cm

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$(3+\overline{BE})+9=7+12$ $\quad\therefore \overline{BE}=7$ cm

60 답 50 cm

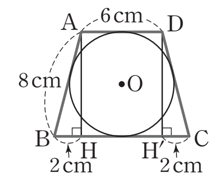
$\overline{AH}=\overline{AE}=7$ cm이므로
$\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{DH}=7+5=12\,(\mathrm{cm})$
이때 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
(□ABCD의 둘레의 길이)$=2(\overline{AD}+\overline{BC})$
$=2\times(12+13)=50\,(\mathrm{cm})$

61 답 5 cm

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times$(□ABCD의 둘레의 길이)
$=\frac{1}{2}\times16=8\,(\mathrm{cm})$
즉, $3+\overline{BC}=8$이므로 $\overline{BC}=5$ cm

62 답 $\sqrt{15}$ cm

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}=6+10=16\,(\mathrm{cm})$
이때 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로
$\overline{AB}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\mathrm{cm})$
오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

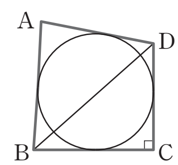


$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(10-6)=2\,(\mathrm{cm})$
△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\,(\mathrm{cm})$
따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{AH}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{15}=\sqrt{15}\,(\mathrm{cm})$

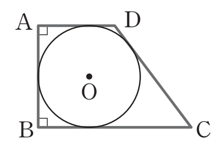
유형 16 외접사각형의 성질 (2)

19쪽

(1) 원에 외접하는 □ABCD에서
$\angle C=90°$일 때
➜ $\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DC}^2$



(2) 원 O에 외접하는 □ABCD에서
$\angle A=\angle B=90°$일 때
➜ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\overline{AB}$



63 답 7 cm

△ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\mathrm{cm})$
이때 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$6+\overline{DC}=5+8$ $\quad\therefore \overline{DC}=7$ cm

64 답 8 cm

$\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로
$\overline{AB}=2k$ cm, $\overline{BC}=3k$ cm $(k>0)$라 하면
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$2k+10=6+3k$ $\quad\therefore k=4$
즉, $\overline{AB}=2\times4=8\,(\mathrm{cm})$, $\overline{BC}=3\times4=12\,(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-4=8\,(\mathrm{cm})$

65 답 80 cm^2

$\overline{DC}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같으므로
$\overline{DC}=2\times4=8\,(\mathrm{cm})$
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{DC}$이고
$\overline{AB}+\overline{DC}=12+8=20\,(\mathrm{cm})$이므로
□ABCD$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{DC}$
$=\frac{1}{2}\times20\times8=80\,(\mathrm{cm}^2)$

유형 17 외접사각형의 성질의 활용 19쪽

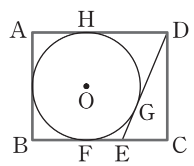
원 O가 직사각형 ABCD의 세 변 및 $\overline{DE}$와 접하고 세 점 F, G, H는 그 접점일 때

(1) $\overline{DE}=\overline{DG}+\overline{EG}=\overline{DH}+\overline{EF}$

(2) □ABED에서

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$

(3) △DEC에서 $\overline{DE}^2=\overline{EC}^2+\overline{DC}^2$



66 답 $\frac{13}{3}$ cm

$\overline{BE}=x$ cm라 하면

□EBCD에서 $\overline{BE}+\overline{DC}=\overline{ED}+\overline{BC}$이므로

$x+4=\overline{ED}+5$ $\therefore \overline{ED}=(x-1)$ cm

$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=5-(x-1)=6-x$ (cm)

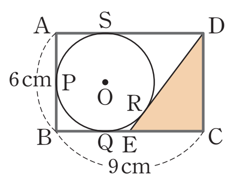
△ABE에서 $x^2=(6-x)^2+4^2$

$12x=52$ $\therefore x=\frac{13}{3}$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 $\frac{13}{3}$ cm이다.

67 답 ③

오른쪽 그림과 같이 원 O의 접점을 각각 P, Q, R, S라 하면



$\overline{DC}=\overline{AB}=6$ cm

$\overline{AS}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3$ (cm)

$\therefore \overline{DR}=\overline{DS}=\overline{AD}-\overline{AS}=9-3=6$ (cm)

$\overline{EQ}=\overline{ER}=x$ cm라 하면

$\overline{EC}=(6-x)$ cm, $\overline{DE}=(6+x)$ cm

△DEC에서 $(6+x)^2=(6-x)^2+6^2$

$24x=36$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

$\overline{EC}=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ (cm)이므로

△DEC$=\frac{1}{2}\times\overline{EC}\times\overline{DC}=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 6=\frac{27}{2}$ (cm^2)

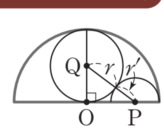
유형 18 접하는 원에서의 활용 19쪽

원 Q가 반원 O의 내부에 접하면서 반원 P에 외접할 때

➜ 직각삼각형 QOP에서

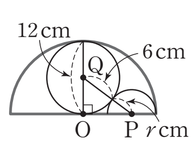
$\overline{QP}=r+r'$, $\overline{OP}=2r-r'$이므로

$(r+r')^2=r^2+(2r-r')^2$



68 답 ①

오른쪽 그림에서 반원 P의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{QP}=(6+r)$ cm

$\overline{OP}=(12-r)$ cm

△QOP에서 $(6+r)^2=6^2+(12-r)^2$

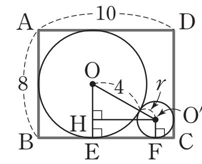
$36r=144$ $\therefore r=4$

따라서 반원 P의 반지름의 길이는 4 cm이다.

69 답 ④

$\overline{AB}=8$이므로

원 O의 반지름의 길이는 $\frac{8}{2}=4$



오른쪽 그림과 같이 두 점 O, O'에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 점 O'에서 $\overline{OE}$에 내린 수선의 발을 H, 원 O'의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OH}=4-r$, $\overline{OO'}=4+r$

$\overline{HO'}=\overline{EF}=10-(4+r)=6-r$

△OHO'에서 $(4+r)^2=(4-r)^2+(6-r)^2$

$r^2-28r+36=0$ $\therefore r=14-4\sqrt{10}$ ($\because 0<r<4$)

따라서 원 O'의 반지름의 길이는 $14-4\sqrt{10}$이다.

서술형 20쪽~21쪽

01 답 (1) 3 cm (2) 5 cm

(1) **채점 기준 1** $\overline{AM}$의 길이 구하기 … 1점

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=3$ cm

(2) **채점 기준 2** $\overline{OM}$의 길이를 반지름의 길이를 사용하여 나타내기 … 1점

$\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=r-1$ (cm)

채점 기준 3 원 O의 반지름의 길이 구하기 … 2점

△OAM에서

$r^2=3^2+(r-1)^2$, $2r=10$ $\therefore r=5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

01-1 답 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) 4 cm

(1) **채점 기준 1** $\overline{AM}$의 길이 구하기 … 1점

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{3}$ cm

(2) **채점 기준 2** $\overline{OM}$의 길이를 반지름의 길이를 사용하여 나타내기 … 1점

$\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{r}{2}$ (cm)

채점 기준 3 원 O의 반지름의 길이 구하기 … 2점

△OAM에서

$r^2=(2\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$, $r^2=16$ $\therefore r=4$ ($\because r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

02 답 11 cm

채점 기준 1 $\overline{BE}$의 길이 구하기 … 2점

$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=10-4=6$ (cm)

채점 기준 2 $\overline{CE}$의 길이 구하기 … 2점

$\overline{AF}=\overline{AD}=4$ cm이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=9-4=5$ (cm)

채점 기준 3 $\overline{BC}$의 길이 구하기 ⋯ 2점

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=6+5=11\,(\text{cm})$

02-1 답 13 cm

채점 기준 1 $\overline{AD}$의 길이 구하기 ⋯ 2점

$\overline{AD}=\overline{AF}=11-6=5\,(\text{cm})$

채점 기준 2 $\overline{BD}$의 길이 구하기 ⋯ 2점

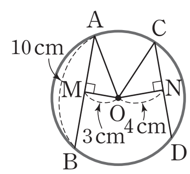
$\overline{CE}=\overline{CF}=6$ cm이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=14-6=8\,(\text{cm})$

채점 기준 3 $\overline{AB}$의 길이 구하기 ⋯ 2점

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=5+8=13\,(\text{cm})$

03 답 $6\sqrt{2}$ cm



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면

$\triangle AMO$에서

$\overline{AO}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}\,(\text{cm})$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{34}$ cm ⋯⋯ ❶

위의 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

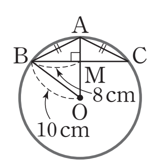
$\triangle CON$에서

$\overline{CN}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-4^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❷

채점 기준	배점
❶ 원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{CD}$의 길이 구하기	2점

04 답 $4\sqrt{5}$ cm



오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{BM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\overline{AM}$은 현 BC의 수직이등분선이므로 $\overline{AM}$의 연장선은 원 O의 중심을 지난다.

$\triangle OMB$에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❶

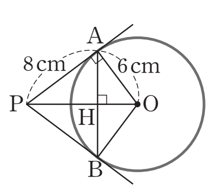
따라서 $\overline{AM}=\overline{OA}-\overline{OM}=10-6=4\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABM$에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{OM}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

05 답 $\frac{48}{5}$ cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그어 $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$가 만나는 점을 H라 하자.

$\triangle PAO$에서 $\angle PAO=90°$이므로

$\overline{PO}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❶

$\triangle APO\equiv\triangle BPO$에서 $\overline{AB}\perp\overline{PO}$

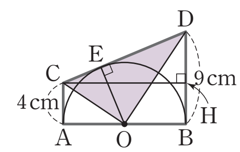
즉, $\triangle APO$에서 $\overline{PO}\times\overline{AH}=\overline{PA}\times\overline{OA}$이므로

$10\times\overline{AH}=8\times6,\ 10\overline{AH}=48\qquad\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$ cm ⋯⋯ ❷

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times\frac{24}{5}=\frac{48}{5}\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{PO}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{AH}$의 길이 구하기	3점
❸ $\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

06 답 39 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 긋고 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{CE}=\overline{CA}=4$ cm, $\overline{DE}=\overline{DB}=9$ cm

$\therefore \overline{CD}=4+9=13\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❶

$\overline{DH}=9-4=5\,(\text{cm})$

$\triangle DCH$에서

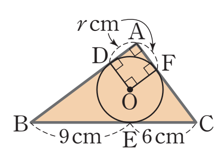
$\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$이므로

$\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❷

$\therefore \triangle COD=\frac{1}{2}\times13\times6=39\,(\text{cm}^2)$ ⋯⋯ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{OE}$의 길이 구하기	2점
❸ $\triangle COD$의 넓이 구하기	2점

07 답 54 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

□ADOF는 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=9$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=6$ cm

즉, $\overline{AB}=(r+9)$ cm, $\overline{AC}=(r+6)$ cm ⋯⋯ ❶

$\triangle ABC$에서

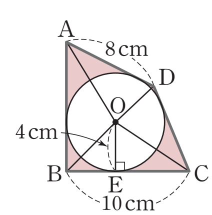
$15^2=(r+9)^2+(r+6)^2,\ r^2+15r-54=0$

$(r+18)(r-3)=0\qquad\therefore r=3\ (\because r>0)$ ⋯⋯ ❷

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times9=54\,(\text{cm}^2)$ ⋯⋯ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 반지름의 길이를 사용하여 나타내기	2점
❷ 원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
❸ $\triangle ABC$의 넓이 구하기	2점

08 답 $(72-16\pi)\ \text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$를 그으면 □ABCD의 넓이는 나누어진 4개의 삼각형의 넓이의 합과 같다.

□ABCD가 원에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=8+10=18\,(\text{cm})$ ⋯⋯ ❶

$\therefore$ □ABCD

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times4+\frac{1}{2}\times10\times4+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times4+\frac{1}{2}\times8\times4$

$=36+2\times(\overline{AB}+\overline{CD})$

$=36+2\times18=72\,(\text{cm}^2)$ …… ❷

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $=72-\pi\times4^2$

$=72-16\pi\,(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}+\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
❷ □ABCD의 넓이 구하기	3점
❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	2점

실전! 중단원 학교 시험 1회

22쪽~25쪽

01 ①	02 ①	03 ⑤	04 ②	05 ⑤
06 ④	07 ④	08 ③	09 ③	10 ①
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ④	15 ④
16 ①	17 ②	18 ②	19 $\sqrt{7}$ cm	20 18 cm^2
21 5 cm	22 $\frac{7}{2}$ cm	23 (1) 10 cm (2) 4π cm^2		

01 답 ① 유형 01

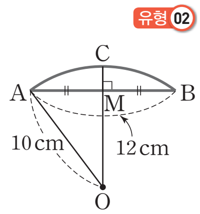
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\triangle OAM$에서 $\overline{OA}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

02 답 ① 유형 02

$\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지난다.



원의 중심을 O라 하면 원의 반지름의 길이가 10 cm이므로 $\overline{OA}=10$ cm

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

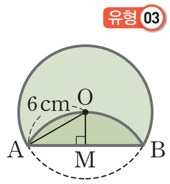
$\triangle AOM$에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}=10-8=2\,(\text{cm})$

03 답 ⑤ 유형 03

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=6$ cm

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

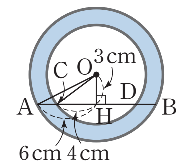
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

04 답 ② 유형 04

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle OAH$에서

$\overline{OA}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\triangle OCH$에서

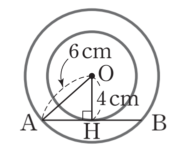
$\overline{OC}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{5})^2-\pi\times5^2=20\pi\,(\text{cm}^2)$

05 답 ⑤ 유형 05

오른쪽 그림과 같이 현 AB와 작은 원의 접점을 H라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OH}$를 그으면



$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이고

$\overline{OH}=4$ cm, $\overline{OA}=6$ cm

$\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$

06 답 ④ 유형 06

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8\,(\text{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

07 답 ④ 유형 07

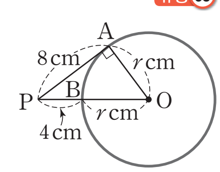
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

08 답 ③ 유형 08

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA}=\overline{OB}=r$ cm

$\overline{PO}=(r+4)$ cm

이때 $\angle PAO=90^\circ$이므로

$\triangle APO$에서

$(r+4)^2=8^2+r^2$, $8r=48$ $\therefore r=6$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다.

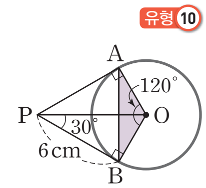
09 답 ③ 유형 09

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle ABP$에서

$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

10 답 ① 유형 10

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\triangle APO\equiv\triangle BPO$ (RHS 합동)이므로

$\angle OPB=\frac{1}{2}\angle P=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\triangle PBO$에서

$\overline{OB}=6\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\,(cm)$

이때 $\angle AOB=180^\circ-\angle P=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(cm^2)$

11 답 ⑤ 유형 11

$\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

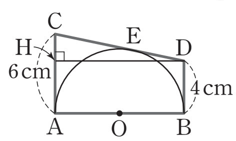
$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{CA}$

$=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{CE}+\overline{CA})$

$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$

$=2\times(7+4)=22\,(cm)$

12 답 ④ 유형 12



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CE}=\overline{CA}=6\,cm$

$\overline{DE}=\overline{DB}=4\,cm$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=6+4=10\,(cm)$

$\overline{CH}=\overline{CA}-\overline{HA}=6-4=2\,(cm)$

$\triangle CHD$에서

$\overline{HD}=\sqrt{10^2-2^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{HD}=4\sqrt{6}\,cm$

13 답 ③ 유형 13

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,cm$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=(12-x)\,cm$

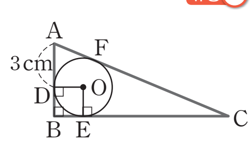
$\overline{CE}=\overline{CF}=(10-x)\,cm$

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$14=(12-x)+(10-x)$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 4 cm이다.

14 답 ④ 유형 14



원 O의 반지름의 길이가 2 cm이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면

$\overline{BD}=\overline{BE}=2\,cm$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=3+2=5\,(cm)$

$\overline{CE}=\overline{CF}=x\,cm$라 하면

$\overline{BC}=(x+2)\,cm$, $\overline{AC}=(x+3)\,cm$

$\triangle ABC$에서

$(x+3)^2=5^2+(x+2)^2$, $2x=20$ $\quad\therefore x=10$

$\therefore \overline{BC}=10+2=12\,(cm)$, $\overline{AC}=10+3=13\,(cm)$

$\therefore (\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=5+12+13=30\,(cm)$

15 답 ④ 유형 15

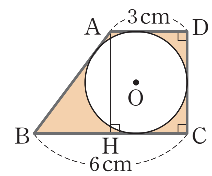
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+7=5+10$ $\quad\therefore \overline{AB}=8\,cm$

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}$이므로

$8=2+\overline{BE}$ $\quad\therefore \overline{BE}=6\,cm$

16 답 ① 유형 16



오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AH}=\overline{DC}=2r\,cm$

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+2r=3+6$ $\quad\therefore \overline{AB}=(9-2r)\,cm$

$\overline{BH}=6-3=3\,(cm)$이므로 $\triangle ABH$에서

$(9-2r)^2=3^2+(2r)^2$, $36r=72$ $\quad\therefore r=2$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3+6)\times4-\pi\times2^2$

$=18-4\pi\,(cm^2)$

17 답 ② 유형 17

$\overline{AS}=\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$이므로

$\overline{DR}=\overline{DS}=\overline{AD}-\overline{AS}=12-4=8\,(cm)$

$\overline{EQ}=\overline{ER}=x\,cm$라 하면

$\overline{DE}=(x+8)\,cm$, $\overline{EC}=12-(4+x)=8-x\,(cm)$

$\therefore (\triangle DEC$의 둘레의 길이$)=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{DC}$

$=(x+8)+(8-x)+8=24\,(cm)$

다른 풀이

$\triangle DEC$에서 $\overline{DE}=(x+8)\,cm$, $\overline{EC}=(8-x)\,cm$,

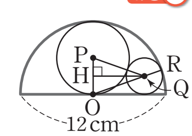
$\overline{CD}=8\,cm$이므로

$(x+8)^2=(8-x)^2+8^2$, $32x=64$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{DE}=2+8=10\,(cm)$, $\overline{EC}=8-2=6\,(cm)$

$\therefore (\triangle DEC$의 둘레의 길이$)=10+6+8=24\,(cm)$

18 답 ② 유형 18



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 Q에서 $\overline{PO}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 Q의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{HO}=r\,cm$

(원 P의 지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times12=6\,(cm)$

$\overline{PO}=\frac{1}{2}\times6=3\,(cm)$

$\overline{OQ}$의 연장선이 반원 O와 만나는 점을 R라 하면

$\overline{OR}=6\,cm$이므로 $\overline{OQ}=(6-r)\,cm$

즉, $\overline{PH}=(3-r)\,cm$, $\overline{PQ}=(r+3)\,cm$이므로

$\triangle PHQ$에서

$\overline{QH}^2=(r+3)^2-(3-r)^2=12r$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

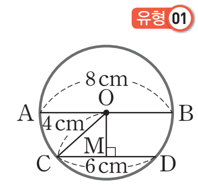
$\triangle HOQ$에서

$\overline{QH}^2=(6-r)^2-r^2=36-12r$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $36-12r=12r$, $24r=36$ $\quad\therefore r=\frac{3}{2}$

따라서 원 Q의 반지름의 길이는 $\frac{3}{2}$ cm이다.

19 답 $\sqrt{7}$ cm 유형 01



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3\,(cm)$ $\quad\cdots\cdots$ ❶

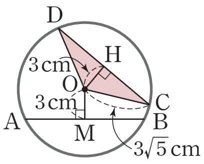
$\triangle OCM$에서

$\overline{OM}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}\,(cm)$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{OC}$, $\overline{CM}$의 길이 각각 구하기	2점
❷ $\overline{OM}$의 길이 구하기	2점

20 답 $18\,cm^2$ 유형 06

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{OH}=\overline{OM}=3\,cm$

$\triangle OCH$에서

$\overline{CH}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=\sqrt{36}=6\,(cm)$

$\overline{CD}=2\overline{CH}=2\times6=12\,(cm)$ ······ ❶

$\therefore \triangle DOC=\dfrac{1}{2}\times12\times3=18\,(cm^2)$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{CD}$의 길이 구하기	4점
❷ $\triangle DOC$의 넓이 구하기	2점

21 답 $5\,cm$ 유형 10

$\triangle APO\equiv\triangle BPO$이므로

$\angle APB=2\angle APO=2\times30^\circ=60^\circ$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

즉, $\triangle APB$는 정삼각형이다. ······ ❶

$\triangle APB$의 둘레의 길이가 $15\sqrt{3}\,cm$이므로

($\triangle APB$의 한 변의 길이)$=\dfrac{15\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}\,(cm)$ ······ ❷

$\triangle APO$에서

$\overline{AO}=5\sqrt{3}\tan30^\circ=5\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=5\,(cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $5\,cm$이다. ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\triangle APB$가 정삼각형임을 알기	2점
❷ $\triangle APB$의 한 변의 길이 구하기	2점
❸ 원 O의 반지름의 길이 구하기	2점

22 답 $\dfrac{7}{2}\,cm$ 유형 13

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,cm$라 하면

$\overline{CF}=\overline{CE}=(9-x)\,cm$, $\overline{BD}=\overline{BE}=(8-x)\,cm$ ······ ❶

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$10=(8-x)+(9-x)$, $2x=7$ $\quad\therefore x=\dfrac{7}{2}$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 $\dfrac{7}{2}\,cm$이다. ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AF}$, $\overline{CF}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 식으로 나타내기	3점
❷ $\overline{AF}$의 길이 구하기	4점

23 답 (1) $10\,cm$ (2) $4\pi\,cm^2$ 유형 14

(1) $\overline{AD}=\overline{AF}=x\,cm$라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=(6-x)\,cm$이므로

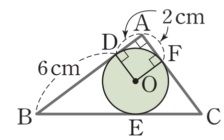
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=6+(6-x)=12-x\,(cm)$

$\triangle ABC$에서

$(12-x)^2=(x+6)^2+6^2$, $36x=72$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{BC}=12-2=10\,(cm)$ ······ ❶

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 $\square ADOF$는 정사각형이므로



$\overline{OD}=\overline{AD}=\overline{AF}=2\,cm$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 $2\,cm$이다. ······ ❷

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times2^2=4\pi\,(cm^2)$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이 구하기	4점
❷ 원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
❸ 원 O의 넓이 구하기	1점

실전! 중단원 학교 시험 2회

26쪽~29쪽

01 ⑤	02 ②	03 ②	04 ⑤	05 ④
06 ②	07 ③	08 ②	09 ④	10 ③
11 ③	12 ⑤	13 ②	14 ⑤	15 ③
16 ③	17 ⑤	18 ④	19 $8\sqrt{2}$ cm	20 9 cm
21 $25\sqrt{3}\,cm^2$		22 (1) 2 cm (2) 20 cm		23 12 cm

01 답 ⑤ 유형 01

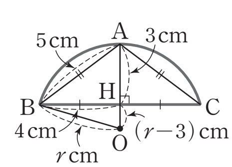
$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times12=24\,(cm)$

02 답 ② 유형 02

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BH}=\overline{CH}$



$\therefore \overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

이때 $\overline{AH}$는 현 BC의 수직이등분선이므로 $\overline{AH}$의 연장선은 원의 중심을 지난다. 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 $r\,cm$라 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(cm)$

$\triangle BOH$에서

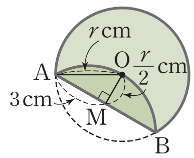
$\overline{OB}=r\,cm$, $\overline{OH}=(r-3)\,cm$이므로

$r^2=4^2+(r-3)^2$, $6r=25$ $\quad\therefore r=\dfrac{25}{6}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{25}{6}\,cm$이다.

03 답 ② 유형 03

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 원 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

$\overline{OA}=r\text{ cm},\ \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}\,(\text{cm})$

△OAM에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+3^2,\ r^2=12 \qquad \therefore r=2\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

04 답 ⑤ 유형 04

△OAH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-4^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$

$\overline{AC}=\overline{CH}$이므로

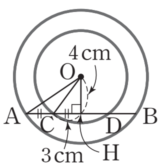
$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

△OCH에서

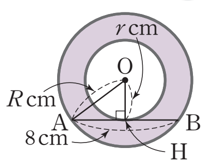
$\overline{OC}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 5 cm이다.



05 답 ④ 유형 05

오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△OAH에서 $R^2=4^2+r^2 \qquad \therefore R^2-r^2=16$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=16\pi\,(\text{cm}^2)$

06 답 ② 유형 06

△DON에서 $\overline{ON}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times 2=4\,(\text{cm})$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\therefore \overline{OM}=\overline{ON}=\sqrt{5}$ cm

07 답 ③ 유형 07

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times 53^\circ=74^\circ$

□AMON에서

$\angle MON=360^\circ-(74^\circ+90^\circ+90^\circ)=106^\circ$

08 답 ② 유형 09

$\overline{PB}=\overline{PA}=8$ cm, $\angle PBO=90^\circ$이므로

△PBO에서 $\overline{PO}=\sqrt{8^2+5^2}=\sqrt{89}\,(\text{cm})$

09 답 ④ 유형 09

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\angle PAB=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\angle P=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$

즉, △PAB는 정삼각형이다.

$\therefore$ (△PAB의 둘레의 길이)$=3\overline{PA}=3\times 6=18\,(\text{cm})$

10 답 ③ 유형 10

$\angle OAP=90^\circ$이므로 △APO에서

$\overline{PA}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

이때 △APO≡△BPO (RHS 합동)이므로

□PBOA$=2$△APO$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 5\sqrt{3}\right)=25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

11 답 ③ 유형 11

$\overline{AE}=\overline{AD}=9$ cm이므로

$\overline{BD}=9-5=4\,(\text{cm}),\ \overline{CE}=9-7=2\,(\text{cm})$

이때 $\overline{BF}=\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=2$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=4+2=6\,(\text{cm})$

다른 풀이

(△ABC의 둘레의 길이)$=2\overline{AD}=2\times 9=18\,(\text{cm})$이므로

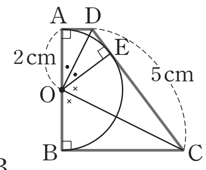
$7+5+\overline{BC}=18 \qquad \therefore \overline{BC}=6$ cm

12 답 ⑤ 유형 12

ㄱ. $\overline{DE}=\overline{DA}$, $\overline{CE}=\overline{CB}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{DC}=5$ cm

ㄴ. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\overline{OE}\perp\overline{DC}$

이때 △AOD≡△EOD (RHS 합동),

△CEO≡△CBO (RHS 합동)이므로

$\angle AOD=\angle EOD,\ \angle COE=\angle COB$

$\therefore \angle DOC=\angle EOD+\angle COE=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$

ㄷ. $\overline{AD}+\overline{BC}=5$ cm이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10\,(\text{cm}^2)$

ㄹ. △OAD∽△CBO (AA 닮음)이므로

$\overline{OA}:\overline{AD}=\overline{CB}:\overline{BO}$

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=(5-x)$ cm

$2:x=(5-x):2$에서 $x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0 \qquad \therefore x=1\ (\because \overline{AD}<\overline{BC})$

$\therefore \overline{OC}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

13 답 ② 유형 13

△ABC에서 $\angle C=180^\circ-(35^\circ+75^\circ)=70^\circ$

△CFE에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

14 답 ⑤ 유형 14

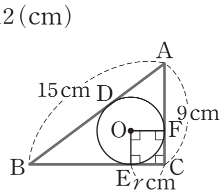
△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그어

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm



$\overline{BD}=\overline{BE}=(12-r)$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=(9-r)$ cm

이때 $\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$이므로

$15=(12-r)+(9-r)$

$2r=6 \qquad \therefore r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

15 답 ③ 유형 15

□ABCD가 원에 외접하므로

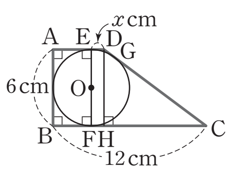
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$\therefore \overline{AD}+\overline{BC}=15+13=28\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AD}:\overline{BC}=3:4$이므로

$\overline{AD}=28\times\dfrac{3}{3+4}=28\times\dfrac{3}{7}=12\,(\text{cm})$

16 답 ③ 유형 16



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$와 원 O의 접점을 각각 E, F, G라 하자.

$\overline{ED}=x$ cm라 하면

△DHC에서

$\overline{DH}=\overline{AB}=6$ cm

$\overline{CH}=12-(3+x)=9-x\,(\text{cm})$

$\overline{DC}=\overline{DG}+\overline{GC}=x+9\,(\text{cm})$

$(x+9)^2=6^2+(9-x)^2$

$36x=36 \qquad \therefore x=1$

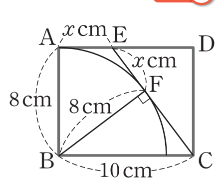
$\therefore \overline{AD}=\overline{AE}+\overline{ED}=3+1=4\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$(□\text{ABCD의 둘레의 길이})=2\times(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=2\times(4+12)=32\,(\text{cm})$

17 답 ⑤ 유형 17



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}$를 그으면

$\overline{BF}=\overline{BA}=8$ cm

$\overline{BF}\perp\overline{CE}$이므로 △FBC에서

$\overline{CF}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{FE}=x$ cm라 하면

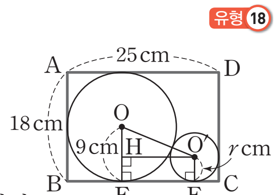
△ECD에서

$(x+6)^2=8^2+(10-x)^2$

$32x=128 \qquad \therefore x=4$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 4 cm이다.

18 답 ④ 유형 18



오른쪽 그림과 같이 두 점 O, O′에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 점 O′에서 $\overline{OE}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

원 O의 반지름의 길이는 9 cm이므로

$\overline{OO'}=(r+9)$ cm

$\overline{OH}=(9-r)$ cm

$\overline{HO'}=25-(9+r)=16-r\,(\text{cm})$

△OHO′에서

$(r+9)^2=(9-r)^2+(16-r)^2$

$r^2-68r+256=0,\ (r-4)(r-64)=0$

$\therefore r=4\ (\because 0<r<9)$

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 4 cm이다.

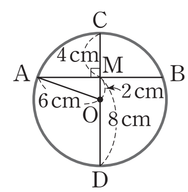
19 답 $8\sqrt{2}$ cm 유형 01

$\overline{CD}=4+8=12\,(\text{cm})$이므로

원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=6-4=2\,(\text{cm})$ ······ ❶



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△OAM에서

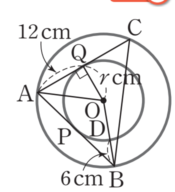
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}$

$=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{OM}$의 길이 구하기	2점
❷ 현 AB의 길이 구하기	2점

20 답 9 cm 유형 05



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OQ}$를 그어 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AO}=\overline{BO}=r+6\,(\text{cm})$이므로 ······ ❶

△AOQ에서

$(r+6)^2=12^2+r^2$

$12r=108 \qquad \therefore r=9$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 9 cm이다. ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{AO}$의 길이를 r를 사용하여 나타내기	3점
❷ 작은 원의 반지름의 길이 구하기	3점

21 답 $25\sqrt{3}$ cm² 유형 07

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=10$ cm

즉, △ABC는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60^\circ$ ······ ❶

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

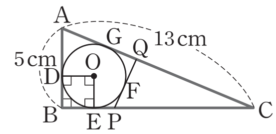
$=25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ ∠BAC의 크기 구하기	3점
❷ △ABC의 넓이 구하기	3점

22 답 (1) 2 cm (2) 20 cm 유형 11 + 유형 14

(1) △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

□DBEO는 정사각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=r$ cm

$\overline{AG}=\overline{AD}=(5-r)$ cm

$\overline{CG}=\overline{CE}=(12-r)$ cm

이때 $\overline{AC}=\overline{AG}+\overline{CG}$이므로

$13=(5-r)+(12-r)$, $2r=4$ $\quad\therefore r=2$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다. ······ ❶

(2) (△QPC의 둘레의 길이)

$=\overline{QP}+\overline{PC}+\overline{CQ}$

$=(\overline{QF}+\overline{PF})+\overline{PC}+\overline{CQ}$

$=(\overline{QG}+\overline{CQ})+(\overline{PE}+\overline{PC})$

$=\overline{CG}+\overline{CE}=2\overline{CE}$

$=2\times(12-2)=20$ (cm) ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 원 O의 반지름의 길이 구하기	3점
❷ △QPC의 둘레의 길이 구하기	4점

23 답 12 cm 유형 17

△DEC에서

$\overline{EC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$ (cm) ······ ❶

$\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\overline{AD}=(x+8)$ cm

□ABED에서

$\overline{AD}+\overline{BE}=\overline{AB}+\overline{DE}$이므로 ······ ❷

$(x+8)+x=15+17$

$2x+8=32$ $\quad\therefore x=12$

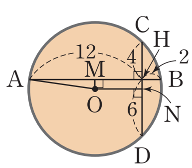
따라서 $\overline{BE}$의 길이는 12 cm이다. ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{EC}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{AD}+\overline{BE}=\overline{AB}+\overline{DE}$임을 알기	2점
❸ $\overline{BE}$의 길이 구하기	3점

교과서 속 특이 문제

30쪽

01 답 50π



점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AM}=\overline{BM}=7$

$\therefore \overline{HM}=7-2=5$

점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{CN}=\overline{DN}=5$

$\therefore \overline{HN}=6-5=1$

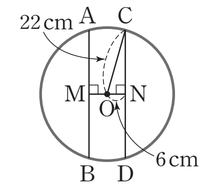
이때 $\overline{OM}=\overline{NH}$이므로 △AOM에서

$\overline{OA}=\sqrt{\overline{OM}^2+\overline{AM}^2}=\sqrt{1^2+7^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(5\sqrt{2})^2=50\pi$

02 답 $32\sqrt{7}$ cm



오른쪽 그림과 같이 평행한 두 개의 굵은 철사를 각각 현 AB와 현 CD로 나타내고, 원 O의 중심에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자.

△CON에서

$\overline{CN}=\sqrt{22^2-6^2}=\sqrt{448}=8\sqrt{7}$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times8\sqrt{7}=16\sqrt{7}$ (cm)

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 평행한 두 굵은 철사의 길이의 합은

$16\sqrt{7}+16\sqrt{7}=32\sqrt{7}$ (cm)

03 답 $(18+18\sqrt{2})$ cm^2

점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

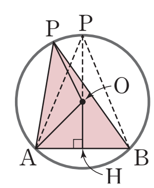
$\overline{AH}=\overline{BH}$

$=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{OA}=6$ cm이므로

△OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)



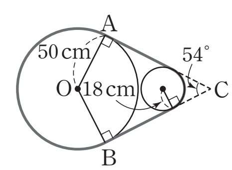
이때 △PAB의 넓이가 최대이려면 삼각형의 높이가 최대이어야 하므로 오른쪽 그림과 같이 세 점 P, O, H가 일직선 위에 있어야 한다.

즉, $\overline{PH}=\overline{OP}+\overline{OH}=6+3\sqrt{2}$ (cm)이므로

$△PAB=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times(6+3\sqrt{2})$

$=18+18\sqrt{2}$ (cm^2)

04 답 35π cm



오른쪽 그림의 □AOBC에서

$\angle OAC=\angle OBC=90^\circ$

$\angle C=54^\circ$이므로

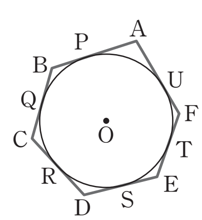
$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+54^\circ)$

$=126^\circ$

큰 바퀴에서 벨트가 닿지 않는 부분이 이루는 호는 $\widehat{AB}$이므로

$\widehat{AB}=2\pi\times50\times\dfrac{126}{360}=35\pi$ (cm)

05 답 풀이 참조



오른쪽 그림과 같이 원 O와 육각형의 접점을 P, Q, R, S, T, U라 하자. 원 O 밖에 있는 점 A에서 원 O에 그은 두 접선 AP, AU의 길이는 서로 같으므로

$\overline{AP}=\overline{AU}$이다.

같은 방법으로

$\overline{BP}=\overline{BQ}$, $\overline{CQ}=\overline{CR}$, $\overline{DR}=\overline{DS}$, $\overline{ES}=\overline{ET}$, $\overline{FT}=\overline{FU}$

따라서 원 O에 외접하는 육각형 ABCDEF에서

$\overline{BC}+\overline{DE}+\overline{AF}=(\overline{BQ}+\overline{QC})+(\overline{DS}+\overline{SE})+(\overline{AU}+\overline{UF})$

$=(\overline{BP}+\overline{CR})+(\overline{DR}+\overline{ET})+(\overline{AP}+\overline{TF})$

$=(\overline{BP}+\overline{AP})+(\overline{CR}+\overline{DR})+(\overline{ET}+\overline{TF})$

$=\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}$

이므로 $l=2(\overline{BC}+\overline{DE}+\overline{AF})$이다.

2 원주각

Ⅵ. 원의 성질

32쪽~33쪽

개념 check

1 답 (1) $65°$ (2) $100°$

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

(2) $\angle x=2\times 50°=100°$

2 답 (1) $50°$ (2) $64°$

(1) $\angle x=\angle \mathrm{APB}=50°$

(2) $\angle \mathrm{BCA}=90°$이므로

$\angle x=180°-(26°+90°)=64°$

3 답 (1) 30 (2) 3

(1) $x°:60°=5:10$ $\therefore x°=30°$

$\therefore x=30$

(2) $25°:75°=x:9$ $\therefore x=3$

4 답 (1) $\angle x=95°$, $\angle y=90°$ (2) $\angle x=120°$, $\angle y=110°$

(1) $85°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=95°$

$90°+\angle y=180°$ $\therefore \angle y=90°$

(2) $60°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=120°$

$\angle y=\angle \mathrm{ABC}=110°$

5 답 (1) ○ (2) ×

(1) $\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}=90°+90°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

(2) $\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ADC}=180°-85°=95°$

$\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ADC}\neq 180°$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

6 답 (1) $52°$ (2) $70°$

(1) $\angle \mathrm{BCA}=\frac{1}{2}\times 104°=52°$이므로

$\angle x=\angle \mathrm{BCA}=52°$

(2) $\angle \mathrm{DBA}=\angle \mathrm{DAT}=40°$

□ABCD는 원에 내접하므로 $\angle \mathrm{CDA}+\angle \mathrm{CBA}=180°$

$\therefore \angle x=180°-(40°+50°+20°)=70°$

기출 유형

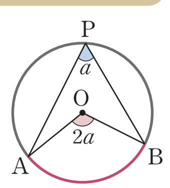
34쪽~45쪽

유형 01 원주각과 중심각의 크기 (1)

34쪽

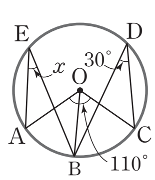
(원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

➜ $\angle \mathrm{APB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}$



01 답 $25°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OB}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BOC}=2\times 30°=60°$이므로

$\angle \mathrm{AOB}=110°-60°=50°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

02 답 ③

$\angle \mathrm{AOB}=2\angle x$이므로

$\triangle \mathrm{OAD}$에서 $\angle \mathrm{ADB}=2\angle x+18°$

또, $\triangle \mathrm{BCD}$에서 $\angle \mathrm{ADB}=\angle x+42°$이므로

$2\angle x+18°=\angle x+42°$

$\therefore \angle x=24°$

03 답 $8\pi\ \mathrm{cm}^2$

$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{APB}$

$=2\times 40°=80°$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times 6^2\times\frac{80}{360}$

$=8\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

04 답 ③

$\triangle \mathrm{OBC}$는 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{OCB}=\angle \mathrm{OBC}=43°$

$\therefore \angle \mathrm{BOC}=180°-(43°+43°)=94°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times 94°=47°$

05 답 ④

$\angle \mathrm{AOC}=2\times 68°=136°$

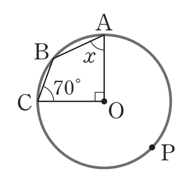
$\therefore \angle y=360°-136°=224°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times 224°=112°$

$\therefore \angle y-\angle x=224°-112°=112°$

06 답 $65°$

오른쪽 그림과 같이 $\widehat{\mathrm{ABC}}$ 위에 있지 않은 원 위의 한 점 P를 잡으면 $\angle \mathrm{ABC}$는 $\widehat{\mathrm{APC}}$의 원주각이므로



$\angle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 270°=135°$

사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$이므로

$\angle x+135°+70°+90°=360°$

$\angle x=360°-295°$

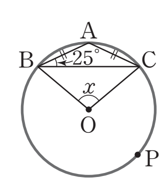
$\therefore \angle x=65°$

07 답 ①

$\triangle \mathrm{ABC}$가 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{BAC}=180°-(25°+25°)=130°$

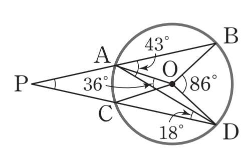
오른쪽 그림과 같이 $\widehat{\mathrm{BAC}}$ 위에 있지 않은 원 위의 한 점 P를 잡으면 $\angle \mathrm{BAC}$는 $\widehat{\mathrm{BPC}}$의 원주각이므로



$\angle x=360°-2\times 130°=100°$

08 답 $25°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BAD}=\frac{1}{2}\times 86°=43°$

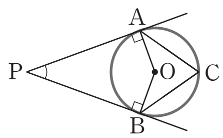
$\angle \mathrm{ADC}=\frac{1}{2}\times 36°=18°$

$\triangle \mathrm{APD}$에서

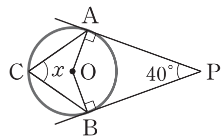
$43°=\angle \mathrm{P}+18°$ $\therefore \angle \mathrm{P}=25°$

유형 02 원주각과 중심각의 크기 (2) 35쪽

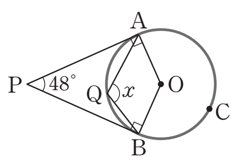
$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$가 원 O의 접선일 때,
$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$이므로
➜ $\angle P + \angle AOB = 180^\circ$
➜ $\angle AOB = 2\angle C$이므로
$\angle C = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle P)$



09 답 ②
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
□AOBP에서
$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 40^\circ + 90^\circ)$
$= 140^\circ$
$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$



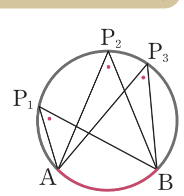
10 답 114°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
□APBO에서
$\angle AOB = 360^\circ - (48^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$
$= 132^\circ$
$\overset{\frown}{AQB}$에 있지 않은 원 위의 한 점 C를 잡으면 $\angle x$는 $\overset{\frown}{ACB}$의 원주각이므로
$\angle x = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 132^\circ) = 114^\circ$



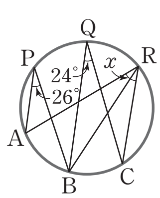
11 답 ⑤
① $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
② $\angle AOB = 360^\circ - (58^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 122^\circ$
③ $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 122^\circ = 61^\circ$
④ △OAB는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 122^\circ) = 29^\circ$
⑤ $\angle OAB = \angle OBA = 29^\circ$이므로 $\angle PAB = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

유형 03 한 호에 대한 원주각의 크기 35쪽

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.
➜ $\angle AP_1B = \angle AP_2B = \angle AP_3B$
└ $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

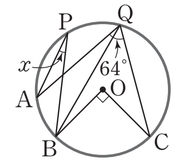


12 답 50°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BR}$를 그으면
$\angle ARB = \angle APB = 26^\circ$
$\angle BRC = \angle BQC = 24^\circ$
$\therefore \angle x = 26^\circ + 24^\circ = 50^\circ$

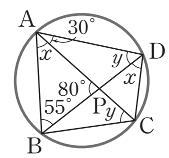


13 답 ③
$\angle ACD = \angle ABD = 40^\circ$이므로
△PCD에서 $\angle x + 40^\circ = 70^\circ$ $\therefore \angle x = 30^\circ$

14 답 ②
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면
$\angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$
$\therefore \angle x = \angle AQB = 64^\circ - 45^\circ = 19^\circ$



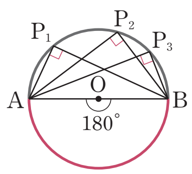
15 답 5°
$\angle BAC = \angle BDC = \angle x$이고
$\angle ADB = \angle ACB = \angle y$이므로
△ABP에서
$\angle x = 180^\circ - (55^\circ + 80^\circ) = 45^\circ$
△APD에서 $30^\circ + \angle y = 80^\circ$ $\therefore \angle y = 50^\circ$
$\therefore \angle y - \angle x = 50^\circ - 45^\circ = 5^\circ$



16 답 29°
△ACP에서 $32^\circ + \angle PAC = 61^\circ$ $\therefore \angle PAC = 29^\circ$
$\therefore \angle DBC = \angle DAC = 29^\circ$

유형 04 반원에 대한 원주각의 크기 36쪽

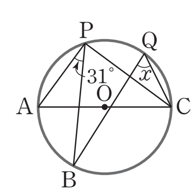
반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.
➜ $\overline{AB}$가 원 O의 지름이면
$\angle AP_1B = \angle AP_2B = \angle AP_3B = 90^\circ$



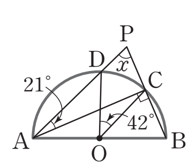
17 답 58°
$\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle CAB = 90^\circ$
△ABC에서 $\angle CBA = 180^\circ - (32^\circ + 90^\circ) = 58^\circ$
$\therefore \angle x = \angle CBA = 58^\circ$

18 답 ③
$\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$
$\angle BAC = \angle x$, $\angle ACB = \angle ADB = 57^\circ$이므로
△ABC에서 $\angle x + 90^\circ + 57^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 33^\circ$

19 답 ④
오른쪽 그림과 같이 $\overline{PC}$를 그으면 $\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle APC = 90^\circ$
$\therefore \angle BPC = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$
$\therefore \angle x = \angle BPC = 59^\circ$

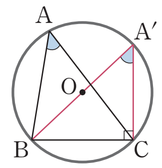


20 답 69°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle DAC = \frac{1}{2}\angle DOC = \frac{1}{2} \times 42^\circ = 21^\circ$
$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
△PAC에서 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 21^\circ) = 69^\circ$



유형 05 원주각의 성질과 삼각비 36쪽

△ABC가 원 O에 내접할 때, 원의 지름인 $\overline{A'B}$를 그어 원에 내접하는 직각삼각형 $A'BC$를 만든 후 $\angle BAC=\angle BA'C$임을 이용하여 삼각비의 값을 구한다.

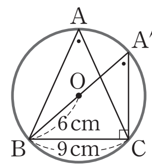


➜ $\sin A=\sin A'=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}$

$\cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}$

$\tan A=\tan A'=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}$

21 답 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle BAC=\angle BA'C$ ($\because$ $\overset{\frown}{BC}$의 원주각)

이때 $\overline{A'B}$는 원 O의 지름이므로

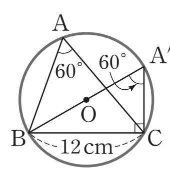
$\angle BCA'=90^\circ$

$\overline{A'B}=2\times6=12\,(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{A'C}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore$ $\cos A=\cos A'=\dfrac{3\sqrt{7}}{12}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

22 답 $4\sqrt{3}$ cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle BA'C=\angle BAC=60^\circ$

$\overline{A'B}$는 원 O의 지름이므로 $\angle A'CB=90^\circ$

△A′BC에서

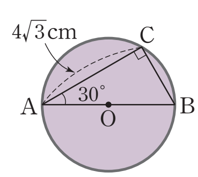
$\sin 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{A'B}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{A'B}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

23 답 ④



$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

△CAB에서

$\cos 30^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AB}=8\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

24 답 $\dfrac{4}{5}$

△CAB는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

△CAB와 △EDB에서

$\angle ACB=\angle DEB=90^\circ$, $\angle B$는 공통이므로

△CAB∽△EDB (AA 닮음)

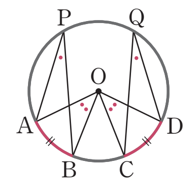
$\therefore$ $\sin x=\sin A=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

유형 06 원주각의 크기와 호의 길이 (1) 37쪽

한 원 또는 합동인 두 원에서

(1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이면 $\angle APB=\angle CQD$

(2) $\angle APB=\angle CQD$이면 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$



25 답 68°

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle DBC=34^\circ$

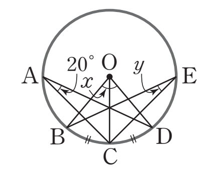
△PBC에서

$\angle x=34^\circ+34^\circ=68^\circ$

26 답 100°

$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle BEC=\angle CAD$

$\therefore$ $\angle y=20^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

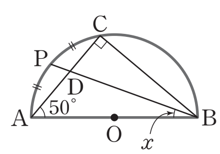
$\angle BOC=2\times20^\circ=40^\circ$,

$\angle COD=2\times20^\circ=40^\circ$이므로

$\angle x=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\therefore$ $\angle x+\angle y=80^\circ+20^\circ=100^\circ$

27 답 ①



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

△ABC에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$

이때 $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{CP}$이므로 $\angle PBC=\angle PBA$

$\therefore$ $\angle x=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$

28 답 ③

$\angle AOP=2\angle ABP=2\times20^\circ=40^\circ$

$\angle BOC=\angle POB=100^\circ$ ($\because$ $\overset{\frown}{BP}=\overset{\frown}{BC}$)

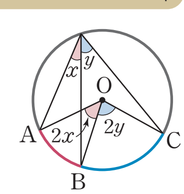
즉, $40^\circ+100^\circ+100^\circ+\angle x=360^\circ$

$\therefore$ $\angle x=120^\circ$

유형 07 원주각의 크기와 호의 길이 (2) 37쪽

한 원 또는 합동인 두 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

➜ $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=\angle x:\angle y$



29 답 ③

$\angle APD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로

$\triangle PCD$에서 $\angle PDC=70^\circ-30^\circ=40^\circ$

$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=30^\circ:40^\circ$이므로 $\overset{\frown}{AD}:8=3:4$

$\therefore \overset{\frown}{AD}=6\,(\text{cm})$

30 답 ③

$\angle BOC=2\angle BDC=20^\circ$

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=80^\circ-20^\circ=60^\circ$

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=60^\circ:20^\circ$이므로 $9:x=3:1$

$3x=9 \qquad \therefore x=3$

31 답 ⑤

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=3:1$이므로 $\angle ADB:\angle DBC=3:1$

즉, $\angle DBC=\frac{1}{3}\angle ADB=\frac{1}{3}\angle x$

$\triangle DBP$에서 $\angle x=\angle DBP+\angle DPB$이므로

$\angle x=\frac{1}{3}\angle x+42^\circ$, $\frac{2}{3}\angle x=42^\circ \qquad \therefore \angle x=63^\circ$

32 답 12π

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AC}=\angle BAC:\angle ABC=40^\circ:70^\circ$이므로

$\overset{\frown}{BC}:21\pi=4:7$

$\therefore \overset{\frown}{BC}=12\pi$

33 답 ②

$\triangle OAE$에서 $\overline{OA}=\overline{OE}$이므로

$\angle OAE=\angle OEA=20^\circ$

$\therefore \angle AOD=20^\circ+20^\circ=40^\circ$

$\overline{CB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

$\angle ABC=\angle AOD=40^\circ$ (동위각)

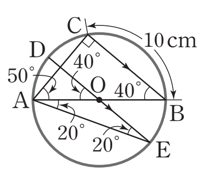
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(40^\circ+90^\circ)=50^\circ$

$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\angle AED:\angle BAC=20^\circ:50^\circ$

이므로 $\overset{\frown}{AD}:10=2:5$

$\therefore \overset{\frown}{AD}=4\,(\text{cm})$



34 답 ⑤

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$이므로

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$

$=\frac{1}{3}\angle ACB$

$=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$

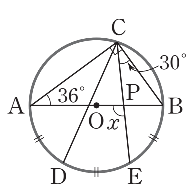
$\therefore \angle ACE=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

또, $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CB}=3:2$이므로

$\angle CAB=90^\circ\times\frac{2}{5}=36^\circ$

$\triangle CAP$에서

$\angle x=\angle ACP+\angle CAP=60^\circ+36^\circ=96^\circ$



유형 08 원주각의 크기와 호의 길이 (3) 38쪽

오른쪽 그림의 원 O에서

(1) $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{k}$이면

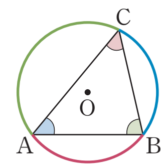
$\angle ACB=\frac{1}{k}\times180^\circ$

(2) $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=a:b:c$이면

➜ $\angle ACB:\angle BAC:\angle CBA=a:b:c$

➜ $\angle ACB=180^\circ\times\frac{a}{a+b+c}$, $\angle BAC=180^\circ\times\frac{b}{a+b+c}$,

$\angle CBA=180^\circ\times\frac{c}{a+b+c}$



35 답 90°

$\angle A=180^\circ\times\frac{4}{3+4+5}=60^\circ$

$\angle B=180^\circ\times\frac{5}{3+4+5}=75^\circ$

$\angle C=180^\circ\times\frac{3}{3+4+5}=45^\circ$

$\therefore \angle A+\angle B-\angle C=60^\circ+75^\circ-45^\circ=90^\circ$

36 답 30°

$\overset{\frown}{BC}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$이므로

$\angle BAC=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$

$\triangle ABP$에서 $45^\circ+\angle ABP=75^\circ \qquad \therefore \angle ABP=30^\circ$

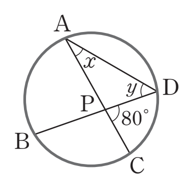
37 답 $\frac{4}{9}$배

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 긋고

$\angle DAP=\angle x$, $\angle ADP=\angle y$라 하자.

$\triangle APD$에서 $\angle x+\angle y=80^\circ$

즉, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 80°이므로 $\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{80}{180}=\frac{4}{9}$(배)이다.



38 답 105°

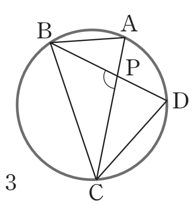
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=2:3$이므로 $30^\circ:\angle CBD=2:3$

$2\angle CBD=90^\circ \qquad \therefore \angle CBD=45^\circ$

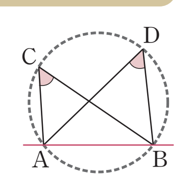
$\triangle PBC$에서 $\angle BPC=180^\circ-(30^\circ+45^\circ)=105^\circ$



유형 09 네 점이 한 원 위에 있을 조건 39쪽

오른쪽 그림에서 $\angle ACB=\angle ADB$이면

네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



39 답 ④

① $\angle ADB=\angle ACB=50^{\circ}$

② $\angle ACB=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$이므로 $\angle ADB=\angle ACB$

③ $\angle DBC=180^{\circ}-(50^{\circ}+60^{\circ})=70^{\circ}$이므로
$\angle DAC=\angle DBC$

④ $\angle ABD=85^{\circ}-40^{\circ}=45^{\circ}$이므로 $\angle ABD\neq\angle ACD$

⑤ $\angle DBC=180^{\circ}-(75^{\circ}+75^{\circ})=30^{\circ}$이므로
$\angle DAC=\angle DBC$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다.

40 답 70°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BAC=\angle BDC=65^{\circ}$

$\triangle ABP$에서 $65^{\circ}+45^{\circ}+\angle x=180^{\circ}$ $\therefore \angle x=70^{\circ}$

41 답 52°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

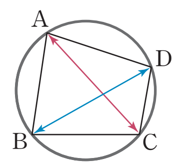
$\angle ADB=\angle ACB=23^{\circ}$

$\triangle DPB$에서 $\angle x+23^{\circ}=75^{\circ}$ $\therefore \angle x=52^{\circ}$

유형 10 원에 내접하는 사각형의 성질 (1) 39쪽

□ABCD가 원에 내접할 때

→ $\underbrace{\angle A+\angle C=\angle B+\angle D}_{\text{대각의 크기의 합}}=180^{\circ}$



42 답 95°

$\triangle ABD$에서

$\angle A=180^{\circ}-(50^{\circ}+45^{\circ})=85^{\circ}$

$\therefore \angle x=180^{\circ}-85^{\circ}=95^{\circ}$

43 답 ①

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle D=180^{\circ}$ $\therefore \angle B=180^{\circ}-110^{\circ}=70^{\circ}$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^{\circ}$

$\therefore \angle x=180^{\circ}-(90^{\circ}+70^{\circ})=20^{\circ}$

44 답 ②

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle A+\angle C=180^{\circ}$ $\therefore \angle A=180^{\circ}-55^{\circ}=125^{\circ}$

$\angle BOD=2\times55^{\circ}=110^{\circ}$

□ABOD에서 $125^{\circ}+\angle x+110^{\circ}+\angle y=360^{\circ}$

$\therefore \angle x+\angle y=125^{\circ}$

오답 피하기

□ABOD는 원에 내접하는 사각형이 아니므로

$\angle A+\angle BOD\neq180^{\circ}$임에 주의한다.

45 답 116°

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^{\circ}-52^{\circ})=64^{\circ}$

□APBC가 원 O에 내접하므로

$\angle APB+\angle ACB=180^{\circ}$, $\angle APB+64^{\circ}=180^{\circ}$

$\therefore \angle APB=116^{\circ}$

46 답 ⑤

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^{\circ}$

$\therefore \angle CBD=90^{\circ}-70^{\circ}=20^{\circ}$

$\triangle PBC$에서 $\angle PCB=80^{\circ}-20^{\circ}=60^{\circ}$

□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle EAB+60^{\circ}=180^{\circ}$

$\therefore \angle EAB=120^{\circ}$

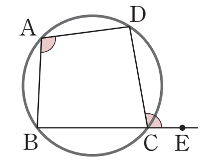
유형 11 원에 내접하는 사각형의 성질 (2) 40쪽

□ABCD가 원에 내접할 때

→ $\angle DCE=\angle A$

(한 외각의 크기)

=(그 내각의 대각의 크기)



47 답 60°

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times120^{\circ}=60^{\circ}$

$\therefore \angle x=\angle BAD=60^{\circ}$

48 답 ①

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle ABP=76^{\circ}$

$\triangle PCD$에서 $\angle y=180^{\circ}-(26^{\circ}+76^{\circ})=78^{\circ}$

$\therefore \angle y-\angle x=78^{\circ}-76^{\circ}=2^{\circ}$

49 답 130°

□ABCD가 원에 내접하므로

$102^{\circ}+(\angle x+30^{\circ})=180^{\circ}$

$\therefore \angle x=48^{\circ}$

$\angle ABD=\angle ACD=30^{\circ}$ ($\because \overset{\frown}{AD}$의 원주각)

이므로 $\angle ABC=30^{\circ}+52^{\circ}=82^{\circ}$

$\therefore \angle y=\angle ABC=82^{\circ}$

$\therefore \angle x+\angle y=48^{\circ}+82^{\circ}=130^{\circ}$

50 답 ②

$\angle C=\frac{1}{2}\angle A$이므로 $\angle A+\frac{1}{2}\angle A=180^{\circ}$

$\frac{3}{2}\angle A=180^{\circ}$ $\therefore \angle A=120^{\circ}$

이때 $\angle D=\angle A-15^{\circ}$이므로

$\angle D=120^{\circ}-15^{\circ}=105^{\circ}$

$\therefore \angle ABE=\angle D=105^{\circ}$

51 답 120°

□ABCD가 원에 내접하므로

$(63^{\circ}+\angle x)+102^{\circ}=180^{\circ}$ $\therefore \angle x=15^{\circ}$

$\angle BDC=\angle BAC=63^{\circ}$이므로

$\angle y=\angle ADC=42^{\circ}+63^{\circ}=105^{\circ}$

$\therefore \angle x+\angle y=120^{\circ}$

52 답 30°

$\square$ABCE가 원에 내접하므로

$\angle A+\angle BCE=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면

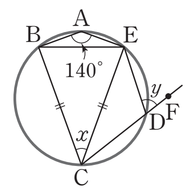
$\overline{BC}=\overline{CE}$이므로

$\angle CBE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\square$BCDE가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle CBE=70^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=70^\circ-40^\circ=30^\circ$



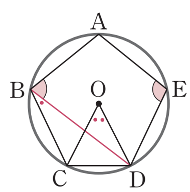
유형 12 원에 내접하는 다각형 41쪽

원에 내접하는 다각형에서 보조선을 그어 원에 내접하는 사각형을 만든다.

➜ 원 O에 내접하는 오각형 ABCDE에서 $\overline{BD}$를 그으면

① $\angle ABD+\angle AED=180^\circ$
 └• $\square$ABDE는 원에 내접한다.

② $\angle COD=2\angle CBD$



53 답 93°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

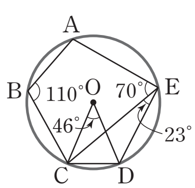
$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

$\square$ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$

$\therefore\ \angle AEC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\therefore\ \angle AED=70^\circ+23^\circ=93^\circ$



54 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

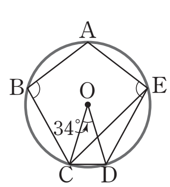
$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 34^\circ=17^\circ$

$\square$ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$

$\therefore\ \angle B+\angle E=180^\circ+\angle CED$

$=180^\circ+17^\circ=197^\circ$



55 답 ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle C+\angle BAD=180^\circ$

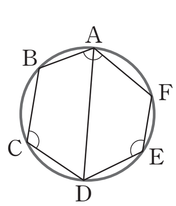
$\square$ADEF가 원에 내접하므로

$\angle E+\angle DAF=180^\circ$

$\therefore\ \angle A+\angle C+\angle E$

$=\angle C+\angle BAD+\angle DAF+\angle E$

$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$



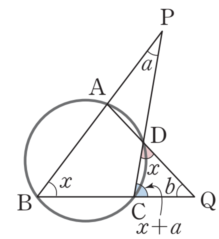
참고 원에 내접하는 사각형이 되도록 적절한 보조선을 긋는다.

유형 13 원에 내접하는 사각형과 외각의 성질 41쪽

$\square$ABCD가 원에 내접할 때

➜ $\triangle$DCQ에서

$\angle x+(\angle x+\angle a)+\angle b=180^\circ$



56 답 45°

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B+\angle ADC=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle B=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

$\triangle$PBC에서 $\angle PCQ=\angle x+50^\circ$

$\triangle$DCQ에서 $(\angle x+50^\circ)+35^\circ=130^\circ$이므로

$\angle x+85^\circ=130^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=45^\circ$

57 답 36°

$\triangle$PBC에서 $\angle PCQ=52^\circ+46^\circ=98^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로 $\angle CDQ=\angle ABC=46^\circ$

$\triangle$DCQ에서 $98^\circ+46^\circ+\angle x=180^\circ$

$\angle x+144^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=36^\circ$

58 답 62°

$\triangle$QBC에서 $\angle DCP=\angle x+22^\circ$

$\triangle$DCP에서 $\angle ADC=(\angle x+22^\circ)+34^\circ=\angle x+56^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

즉, $\angle x+(\angle x+56^\circ)=180^\circ$

$2\angle x=124^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=62^\circ$

59 답 ⑤

$\square$ABCD가 원 O에 내접하므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle PAB=\angle BCD=\angle x$라 하면

$\triangle$QBC에서

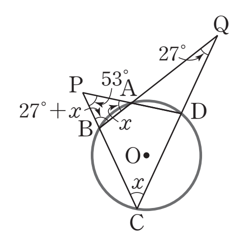
$\angle QBP=27^\circ+\angle x$

$\triangle$APB에서

$\angle x+53^\circ+(27^\circ+\angle x)=180^\circ$

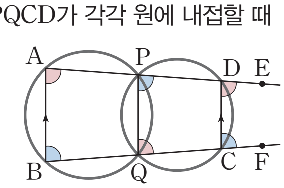
$2\angle x=100^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=50^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=180^\circ-50^\circ=130^\circ$



유형 14 두 원에서 내접하는 사각형의 성질의 활용 42쪽

$\square$ABQP와 $\square$PQCD가 각각 원에 내접할 때

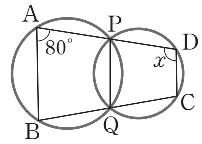


(1) $\angle BAP=\angle PQC=\angle CDE$

$\angle ABQ=\angle QPD=\angle DCF$

(2) 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$

60 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면

□ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQC = \angle A = 80°$

□PQCD가 원에 내접하므로

$\angle x = 180° - 80° = 100°$

61 답 164°

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

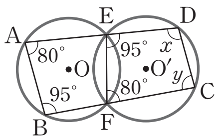
$\angle PQB = \angle CDP = 98°$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP + 98° = 180°$ $\quad \therefore \angle BAP = 82°$

$\therefore \angle x = 2\angle BAP = 2 \times 82° = 164°$

62 답 ④



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면

□ABFE가 원 O에 내접하므로

$\angle EFC = \angle A = 80°$

$\angle FED = \angle B = 95°$

□EFCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle x + 80° = 180°$ $\quad \therefore \angle x = 100°$

$\angle y + 95° = 180°$ $\quad \therefore \angle y = 85°$

$\therefore \angle x - \angle y = 100° - 85° = 15°$

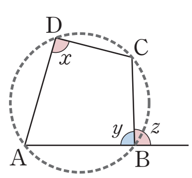
유형 15 사각형이 원에 내접하기 위한 조건 42쪽

(1) $\angle x + \angle y = 180°$이면

→ □ABCD는 원에 내접한다.

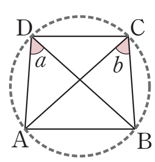
(2) $\angle x = \angle z$이면

→ □ABCD는 원에 내접한다.



(3) $\angle a = \angle b$이면

→ □ABCD는 원에 내접한다.



63 답 ②, ④

① $\angle ABC + \angle ADC = 88° + 95° = 183° \neq 180°$이므로

□ABCD는 원에 내접하지 않는다.

② $\angle A = \angle DCE = 105°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ □ABCD가 원에 내접하는지 알 수 없다.

④ $\angle B = 180° - (60° + 50°) = 70°$

$\angle B + \angle D = 70° + 110° = 180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle ABC = \angle ADC = 180° - 80° = 100°$

$\angle ABC + \angle ADC = 200° \neq 180°$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

따라서 원에 내접하는 것은 ②, ④이다.

64 답 35°

□ABCD가 원에 내접하려면 $\angle DBC = \angle DAC = 30°$

또, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$이어야 하므로

$(\angle x + 30°) + 115° = 180°$

$\angle x + 145° = 180°$ $\quad \therefore \angle x = 35°$

65 답 38°

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle ABC = 180° - 125° = 55°$

△ABF에서 $\angle DAE = 55° + 32° = 87°$

따라서 △ADE에서 $\angle x = 125° - 87° = 38°$

66 답 ⑤

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x + 55° = 130°$ $\quad \therefore \angle x = 75°$

$\angle BCD = 180° - 130° = 50°$이고

$\angle ACD = \angle ABD = 20°$이어야 하므로

$\angle y = 50° - 20° = 30°$

$\therefore \angle x + \angle y = 75° + 30° = 105°$

67 답 ④

ㄴ. 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같다. 즉, 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

ㄹ, ㅂ. 직사각형과 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이다. 즉, 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

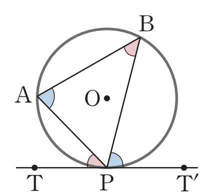
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄹ, ㅂ이다.

유형 16 접선과 현이 이루는 각 43쪽

(1) 직선 TT′이 원 O의 접선이고 점 P가 그 접점일 때

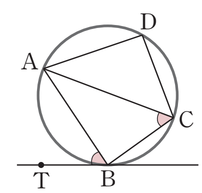
① $\angle APT = \angle ABP$

② $\angle BPT' = \angle BAP$



(2) 원에 내접하는 □ABCD에서 직선 TB가 원의 접선일 때

→ $\angle ABT = \angle ACB$



68 답 ⑤

$\angle BAC = \angle CBD = 63°$이므로

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 63° = 126°$

△OBC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 126°) = 27°$

다른 풀이

$\angle OBD = 90°$이므로 $\angle OBC = 90° - 63° = 27°$

△OBC가 이등변삼각형이므로 $\angle OCB = \angle OBC = 27°$

69 답 ①

△CBT에서 $\angle CBT = 72° - 32° = 40°$

직선 BT가 원 O의 접선이므로

$\angle CAB = \angle CBT = 40°$

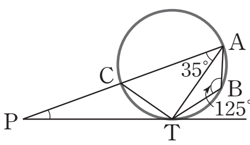
70 답 65°

□ABCD는 원에 내접하는 사각형이므로

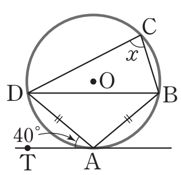
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$
$\therefore \angle BCD=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\angle DBC=180^\circ-(85^\circ+30^\circ)=65^\circ$
$\therefore \angle DCT=\angle DBC=65^\circ$

71 답 ①
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=4:5$이므로
$\angle ACB:60^\circ=4:5$ $\quad\therefore \angle ACB=48^\circ$
$\therefore \angle ABP+\angle CBQ=\angle ACB+\angle CAB$
$=48^\circ+60^\circ=108^\circ$

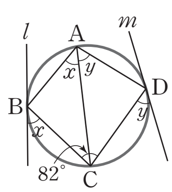
72 답 20°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CT}$를 그으면
□ACTB가 원에 내접하므로
$\angle PCT=\angle ABT=125^\circ$
$\overrightarrow{PT}$가 원의 접선이므로
$\angle CTP=\angle CAT=35^\circ$
$\triangle CPT$에서 $\angle P=180^\circ-(125^\circ+35^\circ)=20^\circ$



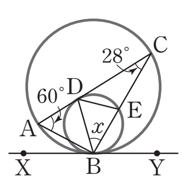
73 답 ①
오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 그으면 직선 AT가 원 O의 접선이므로
$\angle DBA=\angle DAT=40^\circ$
$\triangle DBA$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\angle BDA=\angle DBA=40^\circ$
$\therefore \angle DAB=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$



74 답 98°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle BAC=\angle x$, $\angle DAC=\angle y$이므로
$\angle BAD=\angle BAC+\angle DAC=\angle x+\angle y$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-82^\circ=98^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=98^\circ$

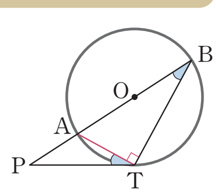


75 답 ④
직선 XY가 큰 원의 접선이므로
$\angle CBY=\angle CAB=60^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면
$\angle EDB=\angle EBY=60^\circ$
$\overline{AC}$가 작은 원의 접선이므로
$\angle CDE=\angle DBE=\angle x$
즉, $\angle CDB=\angle x+60^\circ$이므로
$\triangle DBC$에서 $(\angle x+60^\circ)+\angle x+28^\circ=180^\circ$
$2\angle x=92^\circ$ $\quad\therefore \angle x=46^\circ$

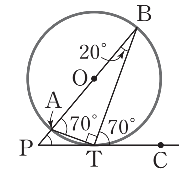


유형 17 접선과 현이 이루는 각의 활용 (1) 44쪽

$\overrightarrow{PB}$가 원의 중심 O를 지날 때
$\overline{AT}$를 그으면
(1) $\angle ATB=90^\circ$
(2) $\angle ATP=\angle ABT$

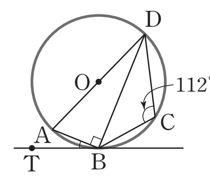


76 답 50°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$
$\angle ATP=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$
$\overrightarrow{PT}$는 원 O의 접선이므로
$\angle ABT=\angle ATP=20^\circ$
$\triangle PTB$에서 $\angle BPT+20^\circ=70^\circ$ $\quad\therefore \angle BPT=50^\circ$

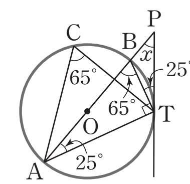


다른 풀이
$\overline{AT}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$
$\angle BAT=\angle BTC=70^\circ$
$\triangle ATB$에서 $\angle ABT=180^\circ-(70^\circ+90^\circ)=20^\circ$
$\triangle PTB$에서 $\angle BPT+20^\circ=70^\circ$ $\quad\therefore \angle BPT=50^\circ$

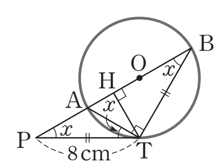
77 답 ②
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-112^\circ=68^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\angle ABD=90^\circ$이므로
$\angle ADB=180^\circ-(68^\circ+90^\circ)=22^\circ$
$\therefore \angle ABT=\angle ADB=22^\circ$



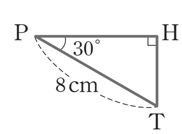
78 답 40°
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 그으면
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$
$\angle ABT=\angle ACT=65^\circ$이므로
$\triangle BAT$에서
$\angle BAT=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
$\overrightarrow{PT}$가 원 O의 접선이므로 $\angle BTP=\angle BAT=25^\circ$
따라서 $\triangle PBT$에서 $\angle x+25^\circ=65^\circ$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$



79 답 $8\sqrt{3}$ cm
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$
$\angle ABT=\angle x$라 하면
$\angle ATP=\angle ABT=\angle x$
$\overline{PT}=\overline{TB}$이므로 $\angle BPT=\angle PBT=\angle x$
$\triangle BPT$에서
$\angle x+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$
점 T에서 $\overline{PB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BPT$는 이등변삼각형이므로 $\overline{PH}=\overline{BH}$
이때 $\triangle PTH$에서

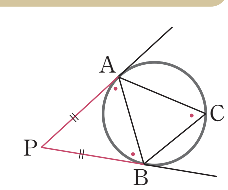


$\overline{PH}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{PB}=2\overline{PH}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$



유형 18 접선과 현이 이루는 각의 활용 (2) 45쪽

$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$가 원의 접선일 때
(1) $\triangle APB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이다.
(2) $\angle PAB=\angle PBA=\angle ACB$



80 답 45°

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PBA=\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$

$\overrightarrow{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle ABC=\angle DAC=74^\circ$

$61^\circ+74^\circ+\angle CBE=180^\circ$이므로

$135^\circ+\angle CBE=180^\circ$ $\quad\therefore \angle CBE=45^\circ$

81 답 ④

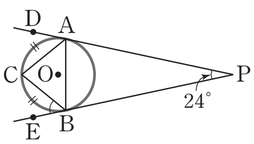
$\triangle ABC$에서 $\angle C=180^\circ-(60^\circ+48^\circ)=72^\circ$

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로 $\angle FEC=\angle FDE=\angle x$

$\triangle FEC$에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로 $\angle CFE=\angle CEF=\angle x$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

82 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-24^\circ)=78^\circ$

$\overrightarrow{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle ACB=\angle PAB=78^\circ$

$\widehat{AC}=\widehat{BC}$이므로

$\angle CBA=\angle CAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-78^\circ)=51^\circ$

$\overrightarrow{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle CBE=\angle CAB=51^\circ$

유형 19 두 원에서 접선과 현이 이루는 각 45쪽

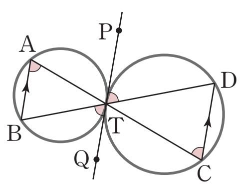
직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이고, 점 T는 그 접점일 때

(1) $\angle BAT=\angle BTQ$

$=\angle DTP$

$=\angle DCT$

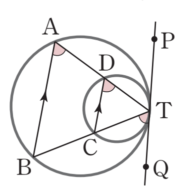
이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ ($\because$ 엇각)



(2) $\angle BAT=\angle BTQ$

$=\angle CDT$

이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ ($\because$ 동위각)



83 답 ③

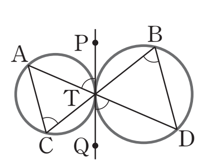
① $\angle ACT=\angle ATP$

$=\angle DTQ$

$=\angle DBT$

즉, 엇각의 크기가 같으므로

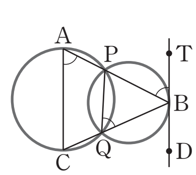
$\overline{AC}/\!/\overline{BD}$



② $\angle PBT=\angle PQB$이고 □ACQP가 원에 내접하므로 $\angle CAP=\angle PQB$

즉, 엇각의 크기가 같으므로

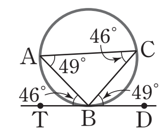
$\overline{AC}/\!/\overline{BD}$



③ $\angle CAB=\angle CBD=49^\circ$

$\angle ACB=\angle ABT=46^\circ$

따라서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$는 평행하지 않다.



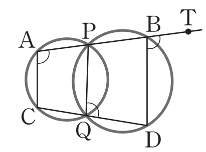
④ □PQDB가 원에 내접하므로

$\angle TBD=\angle PQD$

□ACQP가 원에 내접하므로

$\angle PAC=\angle PQD$

즉, 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$

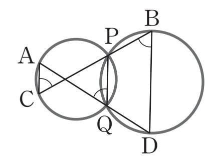


⑤ □PQDB가 원에 내접하므로

$\angle PQA=\angle PBD$

$\angle ACP=\angle AQP$ ($\because \widehat{AP}$의 원주각)

즉, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$



따라서 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$가 아닌 것은 ③이다.

84 답 ⑤

$\angle ABT=\angle ATP=\angle CTQ=\angle CDT=70^\circ$이므로

$\triangle ABT$에서 $\angle x=180^\circ-(45^\circ+70^\circ)=65^\circ$

85 답 65°

$\angle ATP=\angle ABT=50^\circ$

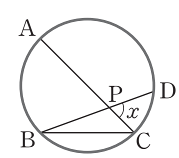
$\angle CDT=180^\circ-115^\circ=65^\circ$이므로 $\angle CTQ=\angle CDT=65^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(50^\circ+65^\circ)=65^\circ$

서술형

46쪽~47쪽

01 답 65°



채점 기준 1 $\angle ACB$의 크기 구하기 ··· 2점

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\boxed{\frac{1}{4}}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\boxed{\frac{1}{4}}=\underline{45^\circ}$

채점 기준 2 $\angle DBC$의 크기 구하기 ··· 2점

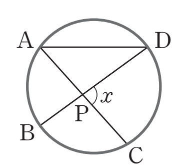
$\widehat{CD}$의 길이는 원주의 $\boxed{\frac{1}{9}}$이므로

$\angle DBC=180^\circ\times\boxed{\frac{1}{9}}=\underline{20^\circ}$

채점 기준 3 $\angle x$의 크기 구하기 ··· 2점

$\triangle BCP$에서 $\angle x=\underline{45^\circ}+\underline{20^\circ}=\underline{65^\circ}$

01-1 답 84°



채점 기준 1 $\angle ADB$의 크기 구하기 ··· 2점

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle ADB=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

채점 기준 2 $\angle DAC$의 크기 구하기 ··· 2점

$\widehat{AB}:\widehat{CD}=3:4$이므로

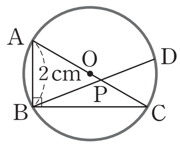
$36^\circ:\angle DAC=3:4$에서 $\angle DAC=48^\circ$

채점 기준 3 $\angle x$의 크기 구하기 … 2점

$\triangle$APD에서 $\angle x=36^\circ+48^\circ=84^\circ$

01-2 답 2 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overset{\frown}{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$ …… ❶

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{AB}}{\sin 30^\circ}=2\times2=4\,(\text{cm})$ …… ❷

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle ACB$의 크기 구하기	2점
❷ $\overline{AC}$의 길이 구하기	4점
❸ 원 O의 반지름의 길이 구하기	1점

02 답 45°

채점 기준 1 $\angle CDQ$의 크기 구하기 … 2점

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle\boxed{B}=\underline{50^\circ}$

채점 기준 2 $\angle Q$의 크기 구하기 … 4점

$\triangle$PBC에서 $\angle PCQ=\underline{50^\circ}+\underline{35^\circ}=\underline{85^\circ}$

$\triangle$DCQ에서

$\underline{50^\circ+85^\circ+\angle Q=180^\circ,\ 135^\circ+\angle Q=180^\circ}$

$\therefore\ \angle Q=\underline{45^\circ}$

02-1 답 40°

채점 기준 1 $\angle B$의 크기 구하기 … 2점

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

채점 기준 2 $\angle Q$의 크기 구하기 … 4점

$\triangle$PBC에서 $\angle PCQ=55^\circ+30^\circ=85^\circ$

$\triangle$DCQ에서 $85^\circ+\angle Q=125^\circ$

$\therefore\ \angle Q=40^\circ$

03 답 $\angle x=71^\circ$, $\angle y=109^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+38^\circ)=142^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times142^\circ=71^\circ$ …… ❶

□ADBC가 원 O에 내접하므로

$\angle x+\angle y=180^\circ$

$\therefore\ \angle y=180^\circ-\angle x=180^\circ-71^\circ=109^\circ$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle y$의 크기 구하기	2점

04 답 12 cm

$\triangle$APD에서 $\angle DAP+20^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \angle DAP=40^\circ$ …… ❶

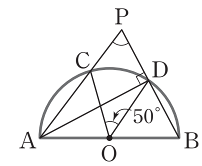
$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=\angle ADC:\angle DAB=20^\circ:40^\circ$이므로

$6:\overset{\frown}{BD}=1:2\qquad\therefore\ \overset{\frown}{BD}=12\,(\text{cm})$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle DAP$의 크기 구하기	2점
❷ $\overset{\frown}{BD}$의 길이 구하기	2점

05 답 65°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$ …… ❶

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90^\circ$ …… ❷

$\triangle$PAD에서 $\angle P=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle CAD$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle ADB$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle P$의 크기 구하기	2점

06 답 $\angle x=50^\circ$, $\angle y=30^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle y=\angle ADB=30^\circ$ …… ❶

$\triangle$APC에서 $\angle DAC=\angle APC+\angle ACP$이므로

$\angle x+\angle y=80^\circ$, $\angle x+30^\circ=80^\circ\qquad\therefore\ \angle x=50^\circ$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle y$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점

07 답 40°

□ABCD가 원 O에 내접하므로 $\angle BAD=\angle DCE=115^\circ$

$\therefore\ \angle DAC=115^\circ-65^\circ=50^\circ$ …… ❶

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle DBC=\angle DAC=50^\circ$ …… ❷

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\therefore\ \angle ABD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle DAC$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle DBC$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle ABD$의 크기 구하기	2점

08 답 (1) 35° (2) 90° (3) 20°

(1) $\overline{PA}$가 원 O의 접선이므로

$\angle CAP=\angle CBA=35^\circ$ …… ❶

(2) $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$ …… ❷

(3) $\triangle$ABC에서 $\angle ACB=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$

$\triangle$PAC에서 $\angle P+35^\circ=55^\circ\qquad\therefore\ \angle P=20^\circ$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ ∠CAP의 크기 구하기	2점
❷ ∠BAC의 크기 구하기	2점
❸ ∠P의 크기 구하기	3점

실전! 중단원 학교 시험 1회

48쪽~51쪽

01 ⑤	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ④
06 ①	07 ④	08 ④	09 ④	10 ③
11 ③	12 ①	13 ②	14 ③	15 ②
16 ①	17 ④	18 ③	19 $110°$	
20 (1) $30°$	(2) $100°$	21 5 cm	22 $110°$	23 $30°$

01 답 ⑤ 유형 01

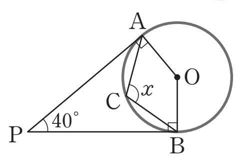
$\angle x=\frac{1}{2}\times 230°=115°$

$\overset{\frown}{BAD}$의 중심각의 크기는 $360°-230°=130°$이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

$\therefore \angle x+\angle y=115°+65°=180°$

02 답 ② 유형 02



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle OAP=\angle OBP=90°$

□OAPB에서

$\angle AOB=360°-(90°+40°+90°)$
$=140°$

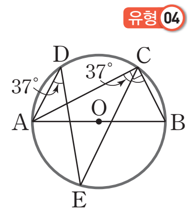
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(360°-140°)=110°$

03 답 ④ 유형 03

△DPB에서 $\angle PDB=58°-28°=30°$

$\therefore \angle ACB=\angle ADB=30°$

04 답 ⑤ 유형 04



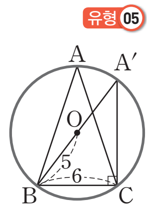
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACE=\angle ADE=37°$

$\angle ACB=90°$이므로

$\angle ECB=90°-37°=53°$

05 답 ④ 유형 05



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle A=\angle A'$ ($\because$ $\overset{\frown}{BC}$의 원주각)

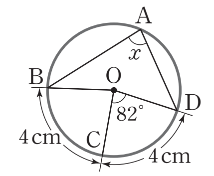
$\angle BCA'=90°$이고

$\overline{A'B}=2\times5=10$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

06 답 ① 유형 06



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면

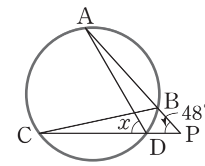
$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle BOC=\angle COD=82°$

즉, $\angle BOD=82°+82°=164°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times164°=82°$

07 답 ④ 유형 07



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\angle ABC=\angle ADC=\angle x$

$\overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{AC}=1:5$이므로

$\angle BCD=\frac{1}{5}\angle x$

△BCP에서 $\angle x=\frac{1}{5}\angle x+48°$

$\frac{4}{5}\angle x=48°$　　$\therefore \angle x=60°$

08 답 ④ 유형 08

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=4:5:6$이므로

$\angle x=180°\times\frac{5}{4+5+6}=60°$

참고 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 $180°$이고, 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

09 답 ④ 유형 09

④ $\angle A=85°-75°=10°$이므로 $\angle A\neq\angle D$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다.

10 답 ③ 유형 06 + 유형 10

$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{ED}$이므로 $\angle ABE=\angle ECD=\angle a$라 하면

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB+(80°+\angle a)=180°$

$\therefore \angle DAB=100°-\angle a$

△ABP에서

$\angle APE=\angle a+(100°-\angle a)=100°$

11 답 ③ 유형 11

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

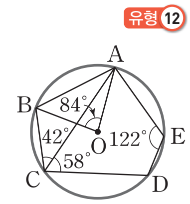
$\angle BOC=180°-2\times40°=100°$

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times100°=50°$

$\therefore \angle BAD=\angle BAC+\angle DAC=50°+28°=78°$

이때 $\angle x=\angle BAD$이므로 $\angle x=78°$

12 답 ① 유형 12



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle BCA=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times84°=42°$

□ACDE가 원 O에 내접하므로

$\angle ACD=180°-122°=58°$

$\therefore \angle BCD=\angle BCA+\angle ACD$
$=42°+58°=100°$

13 답 ② 유형 13

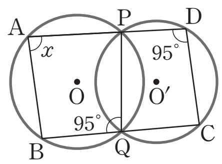
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle x+32^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle QDC=\angle ABC=\angle x$

$\triangle DCQ$에서 $\angle x+(\angle x+32^\circ)+38^\circ=180^\circ$

$2\angle x=110^\circ \quad \therefore \angle x=55^\circ$

14 답 ③ 유형 14



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면

$\square PQCD$가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQB=\angle PDC=95^\circ$

$\square ABQP$가 원 O에 내접하므로

$\angle x+\angle PQB=180^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

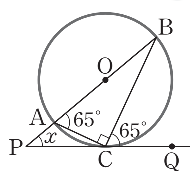
15 답 ② 유형 15

$\square ABCD$가 원에 내접하려면 $\angle BAD=\angle DCP=100^\circ$

$\angle BAC+30^\circ=100^\circ \quad \therefore \angle BAC=70^\circ$

$\triangle ABE$에서 $\angle x=35^\circ+70^\circ=105^\circ$

16 답 ① 유형 17



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\overrightarrow{PQ}$가 원 O의 접선이므로

$\angle BAC=\angle BCQ=65^\circ$

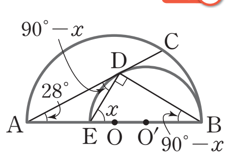
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ACB$에서 $\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$

따라서 $\triangle BPC$에서 $\angle x=65^\circ-25^\circ=40^\circ$

17 답 ④ 유형 17



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle EBD$에서 $\angle EDB=90^\circ$

$\therefore \angle DBE=90^\circ-\angle x$

$\overline{AC}$는 반원 O′의 접선이므로

$\angle ADE=\angle DBE=90^\circ-\angle x$

$\triangle AED$에서 $28^\circ+(90^\circ-\angle x)=\angle x$

$2\angle x=118^\circ \quad \therefore \angle x=59^\circ$

18 답 ③ 유형 18

$\triangle BED$에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

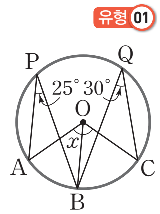
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\overline{BE}$가 원 O의 접선이므로 $\angle DFE=\angle BED=70^\circ$

$\triangle DEF$에서

$\angle x=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

19 답 110° 유형 01



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면

$\angle AOB=2\angle APB=2\times 25^\circ=50^\circ$

$\angle BOC=2\angle BQC=2\times 30^\circ=60^\circ$ …… ❶

$\therefore \angle x=\angle AOB+\angle BOC$

$=50^\circ+60^\circ=110^\circ$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle AOB$, $\angle BOC$의 크기 각각 구하기	2점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점

20 답 (1) 30° (2) 100° 유형 04 + 유형 06

(1) $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$ …… ❶

$\widehat{AD}=\widehat{DE}=\widehat{EB}$이므로

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$

$\therefore \angle x=90^\circ\times\frac{1}{3}=30^\circ$ …… ❷

(2) $\widehat{AC}:\widehat{BC}=5:4$이므로

$\angle CAB=90^\circ\times\frac{4}{9}=40^\circ$ …… ❸

$\angle ACE=2\times 30^\circ=60^\circ$이므로

$\triangle CAF$에서

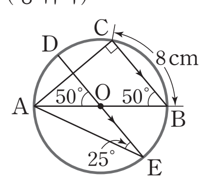
$\angle y=60^\circ+40^\circ=100^\circ$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ $\angle ACB$의 크기 구하기	1점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle CAB$의 크기 구하기	2점
❹ $\angle y$의 크기 구하기	1점

21 답 5 cm 유형 07

$\angle AOD=2\times 25^\circ=50^\circ$ …… ❶

$\overline{CB}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle ABC=\angle AOD=50^\circ$ (동위각)



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$

…… ❷

$\widehat{AD}:\widehat{BC}=\angle AED:\angle BAC$이므로

$\widehat{AD}:8=25^\circ:40^\circ$

$\therefore \widehat{AD}=5\,(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle AOD$의 크기 구하기	1점
❷ $\overline{AC}$를 그어 $\angle BAC$의 크기 구하기	3점
❸ $\widehat{AD}$의 길이 구하기	3점

22 답 110° 유형 10 + 유형 16

$\overline{PQ}$가 원 O의 접선이므로

$\angle DBA=\angle DAP=68^\circ$ …… ❶

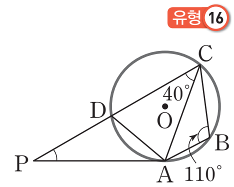
$\triangle DAB$에서 $\angle DAB=180^\circ-(42^\circ+68^\circ)=70^\circ$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로 $\angle DAB+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle DBA$의 크기 구하기	3점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	3점

23 답 30° 유형 16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle DAP=\angle DCA=40^\circ$ …… ❶

$\square DABC$가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$ …… ❷

$\triangle PAD$에서 $70° = \angle P + 40°$　　$\therefore \angle P = 30°$　　…… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle DAP$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle ADC$의 크기 구하기	3점
❸ $\angle P$의 크기 구하기	2점

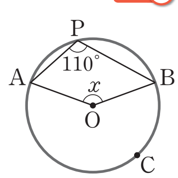
실전! 중단원 학교 시험 2회

52쪽~55쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ②	08 ④	09 ⑤	10 ①
11 ④	12 ②	13 ②	14 ③	15 ①, ④
16 ④	17 ②	18 ①	19 35°	20 22°
21 75°	22 70°			

23 (1) $\angle CEF = 45°$, $\angle CFE = 45°$　(2) 90°　(3) 56°

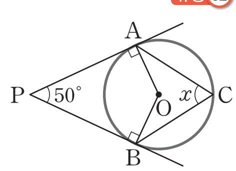
01 답 ②　유형 01



오른쪽 그림과 같이 $\overparen{APB}$ 위에 있지 않은 원 위의 한 점 C를 잡으면 $\overparen{ACB}$의 중심각의 크기는 $110° \times 2 = 220°$이므로

$\angle x = 360° - 220° = 140°$

02 답 ④　유형 02



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$는 각각 원 O의 접선이므로 $\angle OAP = \angle OBP = 90°$

$\angle AOB = 360° - (90° + 50° + 90°)$

$= 130°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$

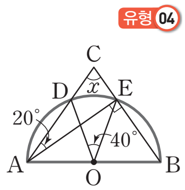
03 답 ③　유형 03

$\overparen{CD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle DBC = \angle DAC = 45°$

$\triangle PBC$에서 $\angle x + 45° = 100°$　　$\therefore \angle x = 55°$

04 답 ③　유형 04



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면

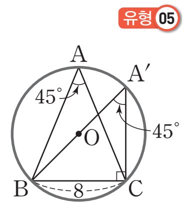
$\angle DAE = \frac{1}{2}\angle DOE$

$= \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle AEB = 90°$

$\triangle CAE$에서 $\angle x + 20° = 90°$　　$\therefore \angle x = 70°$

05 답 ②　유형 05



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle BCA' = 90°$

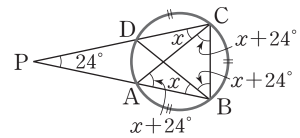
$\triangle A'BC$에서 $\angle A' = \angle A = 45°$이므로

$\overline{A'B} = \frac{8}{\sin 45°} = 8 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{A'B} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

06 답 ⑤　유형 06



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle CPA$에서

$\angle CAB = \angle x + 24°$

$\overparen{AB} = \overparen{BC} = \overparen{CD}$이므로

$\angle ACB = \angle CBD = \angle CAB = \angle x + 24°$

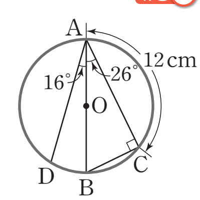
$\angle DBA = \angle DCA = \angle x$ ($\because \overparen{AD}$의 원주각)

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$3(\angle x + 24°) + \angle x = 180°$

$4\angle x + 72° = 180°$, $4\angle x = 108°$　　$\therefore \angle x = 27°$

07 답 ②　유형 07



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\angle ACB = 90°$이므로

$\angle ABC = 180° - (26° + 90°) = 64°$

$\angle DAB : \angle ABC = \overparen{BD} : \overparen{AC}$이므로

$16° : 64° = \overparen{BD} : 12$

$\therefore \overparen{BD} = 3$(cm)

08 답 ④　유형 08

$\overparen{BD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle DCB = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$

이때 $\overparen{AC} : \overparen{BD} = 7 : 3$이므로

$\angle ABC : 36° = 7 : 3$

$\therefore \angle ABC = 84°$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle x = 36° + 84° = 120°$

09 답 ⑤　유형 09

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle C = \angle B = 38°$

$\triangle CPA$에서

$\angle x = \angle P + \angle C = 47° + 38° = 85°$

10 답 ①　유형 10

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle B + \angle D = 180°$

$\angle B : \angle D = 4 : 5$이므로

$\angle D = 180° \times \frac{5}{9} = 100°$

11 답 ④　유형 11

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle CDE = \angle B = 75°$

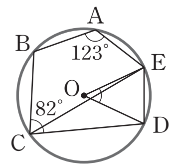
$\triangle CED$에서

$\angle x = 180° - (75° + 25°) = 80°$

$\angle y = \angle x = 80°$이므로

$\angle x + \angle y = 80° + 80° = 160°$

12 답 ② 유형 12



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

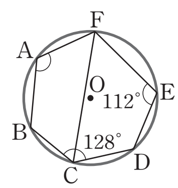
□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle BCE = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$

$\therefore \angle ECD = 82^\circ - 57^\circ = 25^\circ$

$\therefore \angle EOD = 2\angle ECD = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

13 답 ② 유형 12



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면

□FCDE가 원 O에 내접하므로

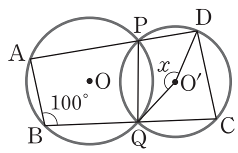
$\angle FCD = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$

$\therefore \angle BCF = 128^\circ - 68^\circ = 60^\circ$

□ABCF가 원 O에 내접하므로

$\angle FAB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

14 답 ③ 유형 14



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle QPD = \angle B = 100^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle C + \angle QPD = 180^\circ$에서

$\angle C = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$

15 답 ①, ④ 유형 15

① $\angle C = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$이므로

$\angle A + \angle C = 130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle BAD = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

즉, $\angle BAD = \angle BCQ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

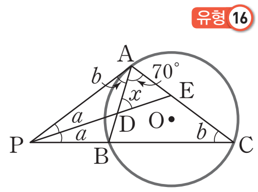
16 답 ④ 유형 16

$\overline{CP} = \overline{CB}$이므로 $\angle CBA = \angle P = 38^\circ$

$\overline{PC}$가 원의 접선이므로 $\angle PCA = \angle CBA = 38^\circ$

△CPA에서 $\angle x = \angle P + \angle PCA = 38^\circ + 38^\circ = 76^\circ$

17 답 ② 유형 16



오른쪽 그림과 같이

$\angle APE = \angle CPE = \angle a$

$\angle PAB = \angle C = \angle b$라 하면

△APD에서 $\angle ADE = \angle a + \angle b$

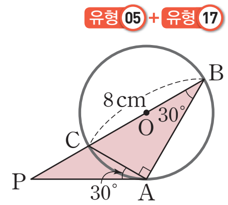
△PCE에서 $\angle AED = \angle a + \angle b$

즉, $\angle ADE = \angle AED = \angle x$

△ADE에서 $\angle DAE = 70^\circ$이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

18 답 ① 유형 05 + 유형 17



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BAC = 90^\circ$

$\overline{AB} = 8\cos 30^\circ$

$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CA} = 8\sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle CAP = \angle B = 30^\circ$

△BPA에서 $\angle CPA = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

즉, $\angle CPA = \angle CAP$이므로 △CPA는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CP} = \overline{CA} = 4\text{ cm}$

$\therefore \triangle BPA = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times \overline{BA} \times \sin B$

$= \frac{1}{2} \times (8+4) \times 4\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

19 답 35° 유형 07

$\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = \angle ACD : \angle BDC = 5 : 10$이므로

$\angle BDC = 2\angle x$ ······ ❶

△CDE에서

$\angle x + 2\angle x = 105^\circ$, $3\angle x = 105^\circ$

$\therefore \angle x = 35^\circ$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle BDC$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타내기	2점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점

20 답 22° 유형 06 + 유형 10

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD}$이므로 $\angle ACD = \angle ACB = 34^\circ$ ······ ❶

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

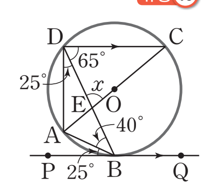
$\angle BAD + \angle DCB = 180^\circ$

$(90^\circ + \angle x) + (34^\circ + 34^\circ) = 180^\circ$이므로

$\angle x = 22^\circ$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle ACD$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	4점

21 답 75° 유형 16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\overline{PQ}$가 원 O의 접선이므로

$\angle ADB = \angle ABP = 25^\circ$ ······ ❶

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADC = 90^\circ$

$\therefore \angle BDC = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

이때 $\overline{DC} /\!/ \overline{PQ}$이므로

$\angle DBP = \angle CDB = 65^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DBA = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$ ······ ❷

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle DCA = \angle DBA = 40^\circ$

△CDE에서

$\angle x = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle ADB$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle DBA$의 크기 구하기	3점
❸ $\angle x$의 크기 구하기	2점

22 답 70° 유형 18

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC} = 2 : 3$이므로 $\angle ABC : 75^\circ = 2 : 3$

$\therefore \angle ABC = 50^\circ$ ······ ❶

$\overrightarrow{PA}$가 원 O의 접선이므로

$\angle TAC = \angle ABC = 50^\circ$ ······ ❷

$\therefore \angle PAB = 180^\circ - (75^\circ + 50^\circ) = 55^\circ$

이때 $\overline{PA} = \overline{PB}$이므로

$\angle x = 180^\circ - 2 \times 55^\circ = 70^\circ$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle ABC$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle TAC$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle x$의 크기 구하기	3점

23 답 (1) $\angle CEF = 45^\circ$, $\angle CFE = 45^\circ$ (2) 90° (3) 56° 유형 18

(1) $\overline{BC}$, $\overline{AC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle CEF = \angle CFE = \angle EDF = 45^\circ$ ······ ❶

(2) $\triangle CEF$에서 $\angle C = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$ ······ ❷

(3) $\triangle ABC$에서 $\angle A = 180^\circ - (34^\circ + 90^\circ) = 56^\circ$ ······ ❸

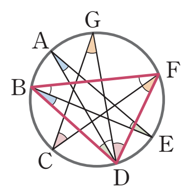
채점 기준	배점
❶ $\angle CEF$, $\angle CFE$의 크기 각각 구하기	4점
❷ $\angle C$의 크기 구하기	1점
❸ $\angle A$의 크기 구하기	1점

교과서 속 특이 문제

56쪽

01 답 180°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{DF}$를 그으면



$\angle DAE = \angle DBE$ ($\because \overset{\frown}{DE}$의 원주각)

$\angle FCG = \angle FDG$ ($\because \overset{\frown}{GF}$의 원주각)

$\angle AEB = \angle ADB$ ($\because \overset{\frown}{AB}$의 원주각)

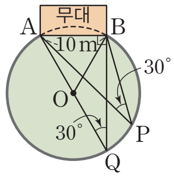
$\angle CFD = \angle CGD$ ($\because \overset{\frown}{CD}$의 원주각)

이므로 7개의 각의 크기의 합은 위의 그림과 같이 $\triangle BDF$의 세 내각의 크기의 합과 같다.

따라서 그림에 표시된 7개의 각의 크기의 합은 180°이다.

02 답 $\left(25\sqrt{3} + \dfrac{250}{3}\pi\right) \mathrm{m}^2$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{AO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 Q라 하면



$\angle ABQ = 90^\circ$, $\angle AQB = \angle APB = 30^\circ$

$\triangle AQB$에서

$\overline{AQ} = \dfrac{\overline{AB}}{\sin 30^\circ} = 10 \times 2 = 20\,(\mathrm{m})$

$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$이고 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로

$\triangle OAB$는 정삼각형이다.

따라서 무대를 제외한 공연장의 넓이는 한 변의 길이가 10 m인 정삼각형의 넓이와 반지름의 길이가 10 m, 중심각의 크기가 $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$인 부채꼴의 넓이의 합과 같으므로

$\dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60^\circ + \pi \times 10^2 \times \dfrac{300}{360} = 25\sqrt{3} + \dfrac{250}{3}\pi\,(\mathrm{m}^2)$

03 답 $9\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

□ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$에서

$\angle BAD + 120^\circ = 180^\circ \qquad \therefore \angle BAD = 60^\circ$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD}$이므로

$\angle ABD = \angle ADB = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$

따라서 $\triangle ABD$는 정삼각형이므로

$\triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ$

$= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

04 답 100°

두 점 A, D가 $\overline{BC}$에 대하여 같은 쪽에 있고,

$\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

또한 $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$이므로 $\overline{BC}$는 원의 지름이고, $\overline{BC}$의 중점 O는 원의 중심이다.

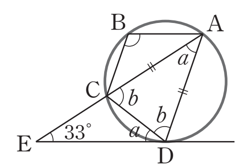
$\angle APD = 140^\circ$이므로 $\angle BPC = 140^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

$\triangle ABP$에서 $\angle ABP = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$

$\therefore \angle AOD = 2\angle ABD = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

05 답 109°

오른쪽 그림과 같이



$\angle CAD = \angle CDE = \angle a$,

$\angle ACD = \angle ADC = \angle b$라 하면

$\triangle ACD$에서

$\angle b = \dfrac{1}{2}(180^\circ - \angle a) = 90^\circ - \dfrac{1}{2}\angle a$ ······ ㉠

$\triangle CED$에서 $\angle b = 33^\circ + \angle a$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $90^\circ - \dfrac{1}{2}\angle a = 33^\circ + \angle a$

$\dfrac{3}{2}\angle a = 57^\circ \qquad \therefore \angle a = 38^\circ$

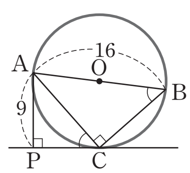
$\angle b = 90^\circ - \dfrac{1}{2} \times 38^\circ = 71^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$

06 답 $4\sqrt{7}$

직선 PC가 원 O의 접선이므로



$\angle ACP = \angle ABC$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB = 90^\circ$

따라서 $\triangle APC \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)

이므로

$\overline{AP} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$에서 $9 : \overline{AC} = \overline{AC} : 16$

$\overline{AC}^2 = 144 \qquad \therefore \overline{AC} = 12$ ($\because \overline{AC} > 0$)

$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}$

$= \sqrt{16^2 - 12^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$

1 대푯값과 산포도

개념 check

58쪽

1 답 (1) 평균 : 8, 중앙값 : 7, 최빈값 : 6
(2) 평균 : 3.5, 중앙값 : 3.5, 최빈값 : 2, 5
(3) 평균 : 8, 중앙값 : 8, 최빈값 : 8, 9

(1) $(\text{평균})=\dfrac{6+10+7+11+6}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
6, 6, 7, 10, 11
변량이 5개이므로 중앙값은 3번째 변량인 7이다.
또, 6이 2개, 7이 1개, 10이 1개, 11이 1개이므로 자료에서 가장 많이 나타난 값은 6이다. 따라서 최빈값은 6이다.

(2) $(\text{평균})=\dfrac{2+2+3+4+5+5}{6}=\dfrac{21}{6}=3.5$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 2, 3, 4, 5, 5
변량이 6개이므로 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균인
$\dfrac{3+4}{2}=3.5$
또, 2가 2개, 3이 1개, 4가 1개, 5가 2개이므로 자료에서 가장 많이 나타난 값은 2, 5이다. 따라서 최빈값은 2, 5이다.

(3) $(\text{평균})=\dfrac{8+9+12+9+5+8+7+6}{8}=\dfrac{64}{8}=8$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 12
변량이 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균인
$\dfrac{8+8}{2}=8$
또, 5가 1개, 6이 1개, 7이 1개, 8이 2개, 9가 2개, 12가 1개이므로 자료에서 가장 많이 나타난 값은 8, 9이다. 따라서 최빈값은 8, 9이다.

2 답 중앙값 : 77점, 최빈값 : 78점
변량이 10개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 5번째와 6번째 변량의 평균이다.
5번째 변량이 76점, 6번째 변량이 78점이므로 중앙값은
$\dfrac{76+78}{2}=77(\text{점})$
또, 78점인 학생이 2명으로 가장 많으므로 최빈값은 78점이다.

3 답 (1) 4 (2) 18회
(1) 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-6)+x+3+1+(-2)=0 \quad \therefore x=4$
(2) (B의 윗몸 일으키기 횟수)$=14+4=18$(회)

4 답 평균 : 92점, 표준편차 : $2\sqrt{2}$ 점
$(\text{평균})=\dfrac{96+88+92+90+94}{5}=\dfrac{460}{5}=92(\text{점})$
각 변량의 편차는 4점, -4점, 0점, -2점, 2점이므로
$(\text{분산})=\dfrac{4^2+(-4)^2+0^2+(-2)^2+2^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(점)

기출 유형

59쪽~65쪽

유형 01 평균

59쪽

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

참고 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있으며, 평균이 대푯값으로 가장 많이 사용된다.

01 답 ④
a, b, c의 평균이 8이므로
$\dfrac{a+b+c}{3}=8 \quad \therefore a+b+c=24$
따라서 9, a, b, c, 12의 평균은
$\dfrac{9+a+b+c+12}{5}=\dfrac{9+24+12}{5}=\dfrac{45}{5}=9$

02 답 80점
$(\text{평균})=\dfrac{60\times1+70\times2+80\times4+90\times2+100\times1}{10}$
$=\dfrac{800}{10}=80(\text{점})$

03 답 ②
평균이 41개이므로
$\dfrac{38+52+x+33+43}{5}=41,\ 166+x=205 \quad \therefore x=39$

04 답 ③
a, b, c, d의 평균이 8이므로
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=8 \quad \therefore a+b+c+d=32$
따라서 $2a-1$, $2b-1$, $2c-1$, $2d-1$의 평균은
$\dfrac{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)}{4}$
$=\dfrac{2(a+b+c+d)-4}{4}=\dfrac{2\times32-4}{4}=15$

참고 모든 변량을 똑같이 a배 하면 평균도 a배가 되고, 모든 변량에 똑같이 b를 더하거나 빼면 평균도 b만큼 커지거나 작아진다. 즉, 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 평균이 m일 때,
변량 ax_1+b, ax_2+b, $\cdots$, ax_n+b의 평균은 → $am+b$

유형 02 중앙값

59쪽

(1) 중앙값 : 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 가운데 위치한 값
(2) n개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 중앙값은
① n이 홀수이면 → $\dfrac{n+1}{2}$번째 값
② n이 짝수이면 → $\dfrac{n}{2}$번째와 $\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$번째 값의 평균

05 답 ②
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 3, 6, 7, 8, 11, 12(편)
변량이 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균인
$\frac{6+7}{2}=6.5$(편)

06 답 257.5 mm
변량이 24개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 12번째와 13번째 변량의 평균인
$\frac{255+260}{2}=257.5$(mm)

07 답 ②
변량이 6개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 3번째와 4번째 변량의 평균이다. 3번째 학생의 성적을 x점이라 하면
$\frac{x+18}{2}=17$　　$\therefore x=16$
그런데 이 모둠에 성적이 16점인 학생이 들어오면 7명의 성적을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 3번째 학생의 성적은 16점, 4번째 학생의 성적은 16점, 5번째 학생의 성적은 18점이 되어 중앙값은 4번째 학생의 성적인 16점이다.
따라서 중앙값은 처음보다 1점 감소한다.

유형 03 최빈값 60쪽

(1) 최빈값 : 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값
(2) 자료의 변량 중에서 도수가 가장 큰 값이 여러 개 있어도 그 값이 모두 최빈값이다. → 최빈값은 2개 이상일 수도 있다.

08 답 ②
필기구를 5개 가지고 있는 학생이 10명으로 가장 많으므로 최빈값은 5개이다.

09 답 37회
줄넘기 횟수가 37회인 학생이 3명으로 가장 많으므로 최빈값은 37회이다.

10 답 ④
A반의 최빈값은 도수가 2로 가장 많이 나타난 3회, B반의 최빈값은 도수가 3으로 가장 많이 나타난 2회이다.
즉, $a=3$, $b=2$이므로 $a+b=5$

유형 04 자료에서 대푯값 구하기 60쪽

평균	중앙값	최빈값
$\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$	변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 가운데 위치한 값	변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

(1) 자료의 값 중에서 매우 크거나 매우 작은 값, 즉 극단적인 값이 있는 경우에 대푯값은 평균보다 중앙값이 더 적절하다.
(2) 자료의 수가 많고, 자료에 같은 값이 여러 번 나타나는 경우에는 대푯값으로 최빈값을 많이 사용한다.

11 답 ④
$(\text{평균})=\frac{30+44+52+45+64+95+90}{7}=\frac{420}{7}=60(\text{분})$
$\therefore x=60$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
30, 44, 45, 52, 64, 90, 95(분)
변량이 7개이므로 중앙값은 4번째 변량인 52분이다.
$\therefore y=52$
$\therefore x-y=60-52=8$

12 답 ④
① $(\text{평균})=\frac{9+7+30+12+8+10+5+11}{8}=\frac{92}{8}=11.5$
② 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 30
변량이 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균인
$\frac{9+10}{2}=9.5$
③ 평균은 11.5, 중앙값은 9.5이므로 평균과 중앙값은 다르다.
⑤ 주어진 자료에서 30은 다른 변량에 비해 매우 크다. 이와 같이 극단적인 값이 있는 경우에 대푯값으로 평균은 적절하지 않다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

13 답 61
$(\text{평균})=\frac{2\times5+3\times2+4\times3+5\times3+6\times2}{15}$
$=\frac{55}{15}=\frac{11}{3}(\text{회})$
변량이 15개이므로 중앙값은 변량을 크기순으로 나열했을 때, 8번째 변량인 4회이다.
또, 턱걸이 횟수가 2회인 학생이 5명으로 가장 많으므로 최빈값은 2회이다.
즉, $a=\frac{11}{3}$, $b=4$, $c=2$이므로
$15a+b+c=55+4+2=61$

14 답 5
과녁에 활을 쏘아 얻은 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4(점)
변량이 11개이므로 중앙값은 6번째 변량인 3점이다.
또, 2점이 4번으로 가장 많으므로 최빈값은 2점이다.
즉, $a=3$, $b=2$이므로 $a+b=5$

15 답 중앙값
변량의 값이 모두 다르므로 최빈값은 대푯값으로 적절하지 않다.
이때 주어진 자료에서 120분은 다른 변량에 비해 매우 크다. 이와 같이 극단적인 값이 있는 경우에 평균은 전체 자료를 대표하는 값으로 적절하지 않다.
따라서 중앙값이 대푯값으로 가장 적절하다.

참고 $(\text{평균})=\frac{28+50+57+120+38+66+47}{7}=\frac{406}{7}$
$=58(\text{분})$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
28, 38, 47, 50, 57, 66, 120(분)
변량이 7개이므로 중앙값은 4번째 변량인 50분이다.

유형 05 대푯값이 주어졌을 때, 변량 구하기 61쪽

(1) 평균이 주어졌을 때 ➔ $(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$임을 이용한다.
(2) 중앙값이 주어졌을 때 ➔ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후, 변량 x가 몇 번째 위치에 놓이는지 파악한다.
(3) 최빈값이 주어졌을 때 ➔ 도수가 가장 큰 값이 최빈값이 될 경우를 생각한다.

16 답 ⑤
5회의 성적을 x점이라 하면
$\frac{80\times4+x}{5}=83$, $320+x=415$ $\quad\therefore x=95$
따라서 5회의 성적은 95점이다.

17 답 2
평균이 12분이므로
$\frac{8+9+a+b+11+16+20}{7}=12$
$a+b+64=84$ $\quad\therefore a+b=20$
변량이 7개이므로 중앙값은 4번째 변량인 b분이다.
이때 중앙값이 11분이므로 $b=11$
$\therefore a=20-11=9$
$\therefore b-a=11-9=2$

18 답 5
평균이 5이므로
$\frac{3+5+a+2+b+7+3+7+5}{9}=5$
$a+b+32=45$ $\quad\therefore a+b=13$
이때 최빈값이 5이므로 a, b의 값 중 하나는 반드시 5가 되어야 한다.
조건에서 $a<b$이므로 $a=5$, $b=8$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 8
변량이 9개이므로 중앙값은 5번째 변량인 5이다.

19 답 ⑤
3, 6, x의 중앙값이 6이므로 $x\ge6$ ······ ㉠
9, 13, x의 중앙값이 9이므로 $x\le9$ ······ ㉡
㉠, ㉡에서 $6\le x\le9$
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

20 답 32.5
변량이 10개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 5번째 변량과 6번째 변량의 평균이다.
중앙값이 14시간이므로
$\frac{(10+k)+15}{2}=14$, $k+25=28$ $\quad\therefore k=3$
$$(\text{평균})=\frac{5+5+13+13+13+15+22+22+25+32}{10}$$
$$=\frac{165}{10}=16.5(\text{시간})$$
또, 봉사 활동 시간이 13시간인 학생이 3명으로 가장 많으므로 최빈값은 13시간이다.
즉, $a=16.5$, $b=13$이므로
$a+b+k=16.5+13+3=32.5$

오답 피하기
줄기와 잎 그림에서 $1|k$는 $(10+k)$시간을 의미한다.

21 답 194
키가 185 cm와 194 cm인 선수가 각각 2명씩이고 최빈값은 한 개이므로 x의 값은 185 또는 194이어야 한다.
(i) $x=185$일 때, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
180, 182, 185, 185, 185, 192, 194, 194, 196, 200, 210, 221(cm)이고 중앙값은 6번째와 7번째 변량의 평균인
$\frac{192+194}{2}=193(\text{cm})$
이때 최빈값은 185 cm이므로 중앙값과 최빈값은 같지 않다.
(ii) $x=194$일 때, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
180, 182, 185, 185, 192, 194, 194, 194, 196, 200, 210, 221(cm)이고 중앙값은 6번째와 7번째 변량의 평균인
$\frac{194+194}{2}=194(\text{cm})$
이때 최빈값은 194 cm이므로 중앙값과 최빈값은 같다.
(i), (ii)에서 $x=194$

22 답 1
조건 ㈎에서 a를 제외한 5개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 9, 10, 14, 16
a를 포함한 6개의 변량의 중앙값이 12이므로 $a\ge14$
조건 ㈏에서 b를 제외한 4개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 8, 12, 14, a
b를 포함한 5개의 변량의 중앙값이 13이고 최빈값이 14이므로 a, b의 값 중 반드시 13과 14가 하나씩 있어야 한다.
이때 $a\ge14$이므로 $a=14$, $b=13$
$\therefore a-b=1$

유형 06 편차 62쪽

(1) (편차)=(변량)−(평균)
(2) 편차의 총합은 항상 0이다.
(3) 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균으로부터 멀리 떨어져 있다.

23 답 ⑤
호준이의 국어 성적의 편차를 x점이라 하면
편차의 총합은 항상 0이므로
$7+(-5)+(-4)+x+2+0+(-3)=0$ $\quad\therefore x=3$
$\therefore$ (호준이의 국어 성적)$=86+3=89$(점)

24 답 59
편차의 총합은 항상 0이므로
$(-3)+x+6+(-4)+(-1)+(-2)=0$ $\quad\therefore x=4$
몸무게가 56 kg인 A 학생의 편차가 −3 kg이므로
$(\text{평균})=56-(-3)=59(\text{kg})$

따라서 D 학생의 몸무게는

$59+(-4)=55(\mathrm{kg})$ $\therefore y=55$

$\therefore x+y=4+55=59$

25 답 20

평균이 4이므로

$\dfrac{1+3+7+x+y}{5}=4,\ x+y+11=20$

$\therefore x+y=9$ …… ㉠

x의 편차가 y의 편차보다 1만큼 작으므로

$x=y-1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4,\ y=5$

$\therefore xy=20$

26 답 ⑤

① 편차의 총합은 항상 0이므로

$3+(-2)+(-4)+1+x=0$ $\therefore x=2$

②, ③ (편차)=(변량)−(평균)이므로 학생 E의 점수는 평균 점수보다 높고, 편차가 가장 큰 학생 A의 점수가 가장 높다.

④ 학생 D의 편차는 양수이고 학생 B, C의 편차는 음수이므로 학생 D의 점수가 두 학생 B, C의 점수의 평균보다 높다.

⑤ 평균보다 점수가 높은 학생은 편차가 양수인 A, D, E의 3명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

유형 07 분산과 표준편차 62쪽

(1) $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

(2) $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}$

참고 자료에서 분산과 표준편차는 다음 순서로 구한다.

평균 → 편차 → $(\text{편차})^2$의 총합 → 분산 → 표준편차

27 답 ①

$(\text{평균})=\dfrac{31+42+24+26+22}{5}=\dfrac{145}{5}=29(\mathrm{m}^3)$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{2^2+13^2+(-5)^2+(-3)^2+(-7)^2}{5}$

$=\dfrac{256}{5}=51.2$

28 답 ③

편차의 총합은 항상 0이므로

$3+(-1)+0+x+(-3)=0$ $\therefore x=1$

$(\text{분산})=\dfrac{3^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-3)^2}{5}=\dfrac{20}{5}=4$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4}=2(\mathrm{cm})$

29 답 ⑤

평균이 9이므로

$\dfrac{4+8+11+9+x}{5}=9,\ 32+x=45$ $\therefore x=13$

각 변량의 편차는 $-5,\ -1,\ 2,\ 0,\ 4$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-5)^2+(-1)^2+2^2+0^2+4^2}{5}=\dfrac{46}{5}=9.2$

30 답 ③

① (평균)

$=\dfrac{(-4)+9+4+(-2)+8+7+0+(-1)+6}{9}$

$=\dfrac{27}{9}=3$

② (분산)

$=\dfrac{(-7)^2+6^2+1^2+(-5)^2+5^2+4^2+(-3)^2+(-4)^2+3^2}{9}$

$=\dfrac{186}{9}=\dfrac{62}{3}$

③ $(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{62}{3}}=\dfrac{\sqrt{186}}{3}$

④ (편차의 절댓값의 합)

$=|-7|+|6|+|1|+|-5|+|5|+|4|+|-3|$
$+|-4|+|3|$

$=38$

⑤ ②에서 (편차의 제곱의 합)=186

따라서 옳은 것은 ③이다.

31 답 33

4개의 변량 중 잘못 보지 않은 나머지 두 변량을 $a,\ b$라 하면 $a,\ b,\ 6,\ 1$의 평균이 5, 분산이 30이므로

$\dfrac{a+b+6+1}{4}=5,\ a+b+7=20$ $\therefore a+b=13$

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+1^2+(-4)^2}{4}=30$

$(a-5)^2+(b-5)^2+17=120$

$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2=103$

따라서 바르게 본 4개의 변량 $a,\ b,\ 5,\ 2$의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\dfrac{a+b+5+2}{4}=\dfrac{13+7}{4}=5$

$(\text{분산})=\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+0^2+(-3)^2}{4}$

$=\dfrac{103+9}{4}=28$

즉, $m=5,\ v=28$이므로

$m+v=33$

유형 08 평균과 분산을 이용하여 식의 값 구하기 63쪽

5개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 평균이 m이고, 분산이 v이면 다음과 같이 변형하여 식의 값을 구한다.

(1) $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=m$ → $a+b+c+d+e=5m$

(2) $\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2+(e-m)^2}{5}$

$=v$

→ $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-2m(a+b+c+d+e)+5m^2=5v$

32 답 ④

(분산)$=(2\sqrt{3})^2=12$이므로

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}=12$$

$\therefore (a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2=48$

33 답 ③

평균이 7이므로

$$\frac{5+8+x+y+6}{5}=7$$

$x+y+19=35 \qquad \therefore x+y=16 \qquad \cdots\cdots ㉠$

분산이 2이므로

$$\frac{(-2)^2+1^2+(x-7)^2+(y-7)^2+(-1)^2}{5}=2$$

$(x-7)^2+(y-7)^2+6=10$

$x^2+y^2-14(x+y)+104=10$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times16+104=10$

$\therefore x^2+y^2=130$

34 답 66

x, y, z의 평균이 8이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=8 \qquad \therefore x+y+z=24 \qquad \cdots\cdots ㉠$

분산이 2이므로

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3}=2$$

$(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2=6$

$x^2+y^2+z^2-16(x+y+z)+192=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-16\times24+192=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=198$

따라서 x^2, y^2, z^2의 평균은

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{198}{3}=66$$

35 답 ②

평균이 14회이므로

$$\frac{10+x+12+y+16}{5}=14$$

$x+y+38=70 \qquad \therefore x+y=32 \qquad \cdots\cdots ㉠$

(분산)$=(\sqrt{6.8})^2=6.8$이므로

$$\frac{(-4)^2+(x-14)^2+(-2)^2+(y-14)^2+2^2}{5}=6.8$$

$(x-14)^2+(y-14)^2+24=34$

$x^2+y^2-28(x+y)+416=34$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-28\times32+416=34$

$\therefore x^2+y^2=514$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로

$32^2=514+2xy$, $2xy=510 \qquad \therefore xy=255$

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$이므로

$(x-y)^2=32^2-4\times255$, $(x-y)^2=4$

이때 $x>y$이므로 $x-y=2$

유형 09 변화된 변량의 평균, 분산, 표준편차 64쪽

(1) 모든 변량에 일정한 수를 더하거나 빼어도 분산과 표준편차는 변하지 않는다.

(2) 모든 변량에 일정한 수를 곱하는 경우에는 곱한 수에 따라 다음과 같이 분산과 표준편차가 변한다.

n개의 변량	평균	분산	표준편차
$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$	m	s^2	s
$ax_1+b,\ ax_2+b,\ \cdots,\ ax_n+b$	$am+b$	a^2s^2	$\lvert a\rvert s$

36 답 ④

학생 8명의 미술 수행 평가 성적을 모두 3점씩 올려주면 평균은 3점 올라가고 표준편차는 변함없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

37 답 평균 : 85점, 분산 : 9

중간고사 4개 과목의 성적을 각각 a점, b점, c점, d점이라 하면 평균이 80점이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=80 \qquad \therefore a+b+c+d=320$

표준편차가 3점이므로

$$\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2}{4}=9$$

$(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2=36$

기말고사 4개 과목의 성적은 각각 $(a+5)$점, $(b+5)$점, $(c+5)$점, $(d+5)$점이므로

평균은

$$\frac{(a+5)+(b+5)+(c+5)+(d+5)}{4}$$

$$=\frac{a+b+c+d+20}{4}=\frac{320+20}{4}=85(\text{점})$$

분산은

$$\frac{(a+5-85)^2+(b+5-85)^2+(c+5-85)^2+(d+5-85)^2}{4}$$

$$=\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2}{4}=\frac{36}{4}=9$$

38 답 ③

x, y, z의 평균을 m, 분산을 s^2이라 하면

$$m=\frac{x+y+z}{3},\ s^2=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$$

ㄱ. $x+2$, $y+2$, $z+2$의 평균은

$$\frac{(x+2)+(y+2)+(z+2)}{3}=\frac{x+y+z+6}{3}=m+2$$

즉, x, y, z의 평균보다 2만큼 크다.

ㄴ. $x+2$, $y+2$, $z+2$의 분산은

$$\frac{(x+2-m-2)^2+(y+2-m-2)^2+(z+2-m-2)^2}{3}$$

$$=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}=s^2$$

즉, x, y, z의 분산과 같다.

ㄷ. $2x$, $2y$, $2z$의 평균은

$$\frac{2x+2y+2z}{3}=\frac{2(x+y+z)}{3}=2m$$

$2x$, $2y$, $2z$의 분산은

$$\frac{(2x-2m)^2+(2y-2m)^2+(2z-2m)^2}{3}$$

$$=\frac{4\{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2\}}{3}=4s^2$$

즉, x, y, z의 분산의 4배이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

39 답 18

a, b, c의 평균이 3이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=3 \qquad \therefore\ a+b+c=9$$

분산이 2이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=2$$

$$\therefore\ (a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=6$$

$3a$, $3b$, $3c$의 평균은

$$\frac{3a+3b+3c}{3}=\frac{3(a+b+c)}{3}=\frac{3\times 9}{3}=9$$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$의 분산은

$$\frac{(3a-9)^2+(3b-9)^2+(3c-9)^2}{3}$$

$$=\frac{9\{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2\}}{3}$$

$$=\frac{9\times 6}{3}=18$$

유형 10 평균이 같은 두 집단 전체의 평균과 표준편차 64쪽

평균이 같은 두 집단 A, B의 도수와 표준편차가 오른쪽 표와 같을 때,

	A	B
도수	a	b
표준편차	x	y

(두 집단 전체의 표준편차)

$$=\sqrt{\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}}=\sqrt{\frac{ax^2+by^2}{a+b}}$$

40 답 ②

민서네 반과 수아네 반의 영어 성적의 평균이 70점으로 같으므로 두 반을 합친 전체 학생의 평균도 70점이다.

민서네 반 20명의 분산이 25이므로

민서네 반의 (편차)^{2}의 총합은 $20\times 25=500$

수아네 반 20명의 분산이 9이므로

수아네 반의 (편차)^{2}의 총합은 $20\times 9=180$

따라서 두 반을 합친 전체 학생의 영어 성적의 분산은

$$\frac{500+180}{20+20}=\frac{680}{40}=17$$

41 답 $\sqrt{5}$점

남학생과 여학생의 과학 성적의 평균이 80점으로 같으므로 전체 학생의 과학 성적의 평균도 80점이다.

남학생 5명의 과학 성적의 표준편차가 $2\sqrt{2}$점이므로

남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $5\times(2\sqrt{2})^2=40$

여학생 15명의 과학 성적의 표준편차가 2점이므로

여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $15\times 2^2=60$

즉, 전체 학생의 과학 성적의 분산은

$$\frac{40+60}{5+15}=\frac{100}{20}=5$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{5}$점이다.

오답 피하기

표준편차를 구할 때, 단위를 확인한다.

42 답 7

남학생과 여학생의 수면 시간의 평균이 같으므로 전체 학생의 수면 시간의 평균도 같다.

남학생 6명의 수면 시간의 분산이 9이므로

남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $6\times 9=54$

여학생 4명의 수면 시간의 분산이 4이므로

여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times 4=16$

따라서 전체 학생 10명의 수면 시간의 분산은

$$\frac{54+16}{6+4}=\frac{70}{10}=7$$

43 답 $\sqrt{11}$

A 모둠과 B 모둠의 수학 성적의 평균이 같으므로 전체 학생의 수학 성적의 평균도 같다.

A 모둠 8명의 (편차)^{2}의 총합은 $8\times a^2=8a^2$

B 모둠 12명의 (편차)^{2}의 총합은 $12\times(\sqrt{6})^2=72$

A, B 두 모둠 전체의 수학 성적의 표준편차가 $2\sqrt{2}$점이므로

$$\frac{8a^2+72}{8+12}=(2\sqrt{2})^2,\ 8a^2+72=160$$

$$8a^2=88,\ a^2=11 \qquad \therefore\ a=\sqrt{11}\ (\because\ a>0)$$

유형 11 자료의 분석 65쪽

산포도가 작을수록 자료의 분포 상태가 고르고, 산포도가 클수록 자료의 분포 상태가 고르지 않다.

(1) 변량이 평균으로부터 멀리 흩어져 있다.
 ➜ 산포도가 크다.

(2) 변량이 평균 주위에 모여 있다.
 ➜ 산포도가 작다.

44 답 ④

① 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 4반이다.

② 2반과 5반은 평균은 같지만 표준편차가 다르므로 성적의 분포가 다르다.

④ 3반의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고르다.

③, ⑤ 각 반의 평균과 표준편차만으로는 정확한 변량을 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

45 답 C 학급

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 모여 있으므로 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 C 학급이다.

46 답 ④

표준편차가 작을수록 공부 시간이 규칙적이라 할 수 있으므로 표준편차가 가장 큰 D 학생의 공부 시간이 가장 불규칙하다.

47 답 ③

ㄱ. $(\text{A 모둠의 평균})=\dfrac{72+70+88+86+84}{5}$

$=\dfrac{400}{5}=80(\text{점})$

ㄴ. $(\text{B 모둠의 평균})=\dfrac{62+68+80+90+100}{5}$

$=\dfrac{400}{5}=80(\text{점})$

즉, B 모둠의 평균은 A 모둠의 평균과 같다.

ㄷ. $(\text{A 모둠의 분산})=\dfrac{(-8)^2+(-10)^2+8^2+6^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{280}{5}=56$

$(\text{B 모둠의 분산})=\dfrac{(-18)^2+(-12)^2+0^2+10^2+20^2}{5}$

$=\dfrac{968}{5}=193.6$

즉, B 모둠의 분산은 A 모둠의 분산보다 크다.

ㄹ. A 모둠의 분산이 B 모둠의 분산보다 작으므로 성적이 더 고르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

48 답 A 선수 : $\dfrac{2}{3}$점, B 선수 : $\dfrac{\sqrt{22}}{3}$점, A 선수

A, B 두 선수가 활을 쏜 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

	6점	7점	8점	9점	10점
A 선수(번)	0	2	5	2	0
B 선수(번)	2	2	2	0	3

$(\text{A 선수의 평균})=\dfrac{7\times2+8\times5+9\times2}{9}=\dfrac{72}{9}=8(\text{점})$

$(\text{A 선수의 분산})=\dfrac{(-1)^2\times2+0^2\times5+1^2\times2}{9}=\dfrac{4}{9}$

$\therefore (\text{A 선수의 표준편차})=\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{2}{3}(\text{점})$

$(\text{B 선수의 평균})=\dfrac{6\times2+7\times2+8\times2+10\times3}{9}=\dfrac{72}{9}=8(\text{점})$

$(\text{B 선수의 분산})=\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times2+2^2\times3}{9}$

$=\dfrac{22}{9}$

$\therefore (\text{B 선수의 표준편차})=\sqrt{\dfrac{22}{9}}=\dfrac{\sqrt{22}}{3}(\text{점})$

A, B 두 선수의 점수의 평균은 같고, A 선수의 점수의 표준편차가 B 선수의 점수의 표준편차보다 작으므로 A 선수의 점수가 더 고르다고 할 수 있다.

서술형

66쪽~67쪽

01 답 $\sqrt{29}$점

채점 기준 1 평균 구하기 ··· 1점

$(\text{평균})=\dfrac{14+12+5+9+2+18}{6}=\dfrac{60}{6}=10\ (\text{점})$

채점 기준 2 분산 구하기 ··· 2점

$(\text{분산})=\dfrac{4^2+2^2+(-5)^2+(-1)^2+(-8)^2+8^2}{6}=\dfrac{174}{6}$

$=29$

채점 기준 3 표준편차 구하기 ··· 1점

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{(\boxed{\text{분산}})}=\sqrt{29}\ (\text{점})$

01-1 답 $2\sqrt{5}$점

채점 기준 1 평균 구하기 ··· 1점

$(\text{평균})=\dfrac{17+5+18+19+14+14+18}{7}=\dfrac{105}{7}=15(\text{점})$

채점 기준 2 분산 구하기 ··· 2점

$(\text{분산})=\dfrac{2^2+(-10)^2+3^2+4^2+(-1)^2+(-1)^2+3^2}{7}$

$=\dfrac{140}{7}=20$

채점 기준 3 표준편차 구하기 ··· 1점

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{점})$

02 답 $\dfrac{41}{2}$

채점 기준 1 $x+y$의 값 구하기 ··· 1점

x, y, 3, 9의 평균이 6이므로

$\dfrac{x+y+\boxed{3}+\boxed{9}}{4}=6 \qquad \therefore x+y=12 \qquad \cdots\cdots ㉠$

채점 기준 2 x^2+y^2의 값 구하기 ··· 2점

분산이 6이므로

$\dfrac{(x-6)^2+(y-6)^2+(\boxed{-3})^2+\boxed{3}^2}{4}=6$

$x^2+y^2-\boxed{12}(x+y)+66=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=12\times12-66=78$

채점 기준 3 x, y, 2, 14의 평균 구하기 ··· 1점

x, y, 2, 14의 평균은

$\dfrac{x+y+2+14}{4}=\dfrac{\boxed{12}+16}{4}=7$

채점 기준 4 x, y, 2, 14의 분산 구하기 ··· 2점

따라서 분산은

$\dfrac{(x-7)^2+(y-7)^2+(\boxed{-5})^2+\boxed{7}^2}{4}$

$=\dfrac{x^2+y^2-\boxed{14}(x+y)+\boxed{172}}{4}$

$=\dfrac{78-14\times12+172}{4}=\dfrac{82}{4}=\dfrac{41}{2}$

02-1 답 $\dfrac{15}{2}$

채점 기준 1 $x+y$의 값 구하기 ··· 1점

x, y, 4, 6의 평균이 5이므로

$\dfrac{x+y+4+6}{4}=5 \qquad \therefore x+y=10 \qquad \cdots\cdots ㉠$

채점 기준 2 x^2+y^2의 값 구하기 … 2점

분산이 5이므로

$$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(-1)^2+1^2}{4}=5$$

$x^2+y^2-10(x+y)+52=20$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=10\times10-52+20=68$

채점 기준 3 x, y, 1, 5의 평균 구하기 … 1점

x, y, 1, 5의 평균은

$$\frac{x+y+1+5}{4}=\frac{10+6}{4}=\frac{16}{4}=4$$

채점 기준 4 x, y, 1, 5의 분산 구하기 … 2점

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(-3)^2+1^2}{4}$$

$$=\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4}$$

$$=\frac{68-8\times10+42}{4}$$

$$=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$$

03 답 21

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

23, 24, 26, 26, 26, 30, 32, 33, 34, 34, 39, 40, 40, 43, 45, 49, 56, 59, 62, 62, 63 ,66, 66, 77, 83, 85, 89, 94, 98, 99(개) …… ❶

변량이 30개이므로 중앙값은 15번째와 16번째 변량의 평균인

$\frac{45+49}{2}=47$(개) $\therefore a=47$ …… ❷

또, 맞힌 문제의 개수가 26개인 학생이 3명으로 가장 많으므로 최빈값은 26개이다. $\therefore b=26$ …… ❸

$\therefore a-b=21$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하기	1점
❷ a의 값 구하기	2점
❸ b의 값 구하기	2점
❹ $a-b$의 값 구하기	1점

04 답 $\frac{18}{5}$

5개의 자연수를 a, b, c, d, e라 하자. (단, $a\le b\le c\le d\le e$)

중앙값이 6이므로 $c=6$

최빈값이 4이므로 $a=b=4$

평균이 6이므로 $\frac{4+4+6+d+e}{5}=6$

$14+d+e=30$ $\therefore d+e=16$

이때 $6\le d\le e$이므로 가능한 d, e의 값은

$d=6$, $e=10$ 또는 $d=7$, $e=9$ 또는 $d=8$, $e=8$

그러나 $d=6$, $e=10$ 또는 $d=8$, $e=8$인 경우 최빈값이 4라는 조건을 만족시키지 않으므로 $d=7$, $e=9$

따라서 5개의 자연수는 4, 4, 6, 7, 9이다. …… ❶

5개의 자연수의 평균이 6이므로

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+(-2)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=\frac{18}{5}$$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 5개의 자연수 구하기	5점
❷ 분산 구하기	2점

05 답 $\frac{\sqrt{210}}{3}$명

$$(\text{평균})=\frac{36+37+33+44+45+33}{6}=\frac{228}{6}=38(\text{명})$$ …… ❶

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+(-1)^2+(-5)^2+6^2+7^2+(-5)^2}{6}$$

$$=\frac{140}{6}=\frac{70}{3}$$ …… ❷

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{\frac{70}{3}}=\frac{\sqrt{210}}{3}(\text{명})$$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 평균 구하기	2점
❷ 분산 구하기	2점
❸ 표준편차 구하기	2점

06 답 $\sqrt{7}$회

처음 학생 6명의 팔굽혀펴기 기록의 평균이 13회이고 분산이 $2^2=4$이므로

6명의 기록의 총합은 $6\times13=78$(회)

(편차)^{2}의 총합은 $6\times4=24$ …… ❶

새로 온 2명을 포함한 8명의 기록의 평균은

$\frac{78+9+17}{8}=\frac{104}{8}=13$(회) …… ❷

평균은 변하지 않았으므로 (편차)^{2}의 총합은

$24+(-4)^2+4^2=56$ …… ❸

따라서 전체 학생 8명의 팔굽혀펴기 기록의 분산은 $\frac{56}{8}=7$이므로 표준편차는 $\sqrt{7}$회이다. …… ❹

채점 기준	배점
❶ 처음 6명의 기록의 총합과 (편차)^{2}의 총합 각각 구하기	2점
❷ 전체 학생 8명의 팔굽혀펴기 기록의 평균 구하기	1점
❸ 전체 학생 8명의 팔굽혀펴기 기록의 (편차)^{2}의 총합 구하기	2점
❹ 전체 학생 8명의 팔굽혀펴기 기록의 표준편차 구하기	1점

07 답 평균 : 21, 분산 : 8

a, b, c의 평균이 8이므로

$\frac{a+b+c}{3}=8$ $\therefore a+b+c=24$ …… ❶

분산이 2이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=2$$

$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2=6$ …… ❷

$2a+5$, $2b+5$, $2c+5$의 평균은

$$\frac{(2a+5)+(2b+5)+(2c+5)}{3}$$

$$=\frac{2(a+b+c)+15}{3}=\frac{2\times24+15}{3}=\frac{63}{3}=21$$ …… ❸

분산은

$$\frac{(2a+5-21)^2+(2b+5-21)^2+(2c+5-21)^2}{3}$$
$$=\frac{(2a-16)^2+(2b-16)^2+(2c-16)^2}{3}$$
$$=\frac{4\{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2\}}{3}$$
$$=\frac{4}{3}\times 6=8 \quad \cdots\cdots ❹$$

채점 기준	배점
❶ $a+b+c$의 값 구하기	1점
❷ $(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2$의 값 구하기	2점
❸ $2a+5$, $2b+5$, $2c+5$의 평균 구하기	1점
❹ $2a+5$, $2b+5$, $2c+5$의 분산 구하기	2점

08 답 3점

남학생과 여학생의 시험 점수의 평균이 같으므로 전체 학생의 시험 점수의 평균도 같다.
남학생 3명의 쪽지 시험 점수의 분산은 $(\sqrt{5})^2=5$이므로
남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $3\times 5=15$ ······ ❶
여학생 4명의 쪽지 시험 점수의 분산은 $(2\sqrt{3})^2=12$이므로
여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times 12=48$ ······ ❷
즉, 전체 학생 7명의 시험 점수의 분산은

$$\frac{15+48}{3+4}=\frac{63}{7}=9$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{9}=3$(점) ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 남학생의 (편차)^{2}의 총합 구하기	2점
❷ 여학생의 (편차)^{2}의 총합 구하기	2점
❸ 전체 학생 7명의 표준편차 구하기	2점

실전 중단원 학교 시험 1회

68쪽~71쪽

01 ③	02 ④	03 ⑤	04 ④	05 ③
06 ①	07 ②	08 ④	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ③	13 ①	14 ⑤	15 ①
16 ②	17 ②	18 ④	19 12.6점	20 4.5
21 7	22 75	23 $\sqrt{11}$		

01 답 ③ 유형 01

a, b, c의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8 \quad \therefore a+b+c=24$$

따라서 a, b, c, 4, 7의 평균은

$$\frac{a+b+c+4+7}{5}=\frac{24+4+7}{5}=\frac{35}{5}=7$$

02 답 ④ 유형 02

변량이 24개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 12번째와 13번째 변량의 평균인

$$\frac{174+175}{2}=174.5(\text{cm})$$

03 답 ⑤ 유형 02+유형 03

ㄱ. 변량의 개수가 짝수인 경우 중앙값은 가운데 위치한 두 값의 평균이므로 자료의 변량 중 하나가 아닐 수도 있다.
ㄴ. 최빈값은 자료에 따라 2개 이상일 수도 있다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

04 답 ④ 유형 03

두 선수 모두 총 20개의 점수를 받았으므로
$2+4+x+6+1=20$에서 $x+13=20$ $\quad\therefore x=7$
$5+y+6+3+2=20$에서 $y+16=20$ $\quad\therefore y=4$
즉, A 선수의 최빈값은 9점, B 선수의 최빈값은 9점이므로
$a=9$, $b=9$
$\therefore a+b=18$

05 답 ③ 유형 05

평균이 6이므로

$$\frac{3+a+4+7+b+10+9}{7}=6$$

$a+b+33=42$ $\quad\therefore a+b=9$
최빈값이 4이므로 a, b 중 하나는 4, 하나는 5이다.
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3, 4, 4, 5, 7, 9, 10
따라서 중앙값은 4번째 변량인 5이다.

06 답 ① 유형 05

A, B, C, D, E의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg, e kg이라 하자.
A, B, C, D, E의 몸무게의 평균이 78 kg이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=78 \quad \therefore a+b+c+d+e=390 \quad \cdots\cdots ㉠$$

F의 몸무게가 83 kg이고, A, B, C, D, F의 몸무게의 평균이 79 kg이므로

$$\frac{a+b+c+d+83}{5}=79 \quad \therefore a+b+c+d=312 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $312+e=390$ $\quad\therefore e=78$
이때 A, B, C, D, E의 몸무게의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 3번째 변량이다. 중앙값이 77 kg이므로 학생 E는 크기순으로 나열했을 때 4번째 또는 5번째이다. 학생 F의 몸무게가 학생 E의 몸무게보다 크므로 E 대신 F를 포함한 A, B, C, D, F의 몸무게의 중앙값은 77 kg으로 변하지 않는다.

07 답 ② 유형 06

$$(\text{평균})=\frac{29+25+30+28+29+27}{6}=\frac{168}{6}=28(\text{살})$$

따라서 회원의 나이의 편차는 각각
1살, -3살, 2살, 0살, 1살, -1살이므로
편차가 아닌 것은 ②이다.

08 답 ④ 유형 06

① 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-13)+x+8+4+7=0$ $\quad\therefore x=-6$

② 평균이 345점이므로 세 번째 경기의 점수는 $345+8=353$(점)
③ 평균보다 점수가 높은 경기는 세 번째, 네 번째, 다섯 번째 경기이다.
④ 첫 번째 경기의 편차가 -13점으로 가장 작으므로 첫 번째 경기의 점수가 가장 낮다.
⑤ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 첫 번째, 두 번째, 네 번째, 다섯 번째, 세 번째 경기이므로 중앙값은 3번째 변량인 네 번째 경기의 점수이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

09 답 ⑤ 유형 07

$$(\text{평균})=\frac{15+7+4+8+6}{5}=\frac{40}{5}=8(\text{분})$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{7^2+(-1)^2+(-4)^2+0^2+(-2)^2}{5}=\frac{70}{5}=14$$

10 답 ③ 유형 07

표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 A팀과 C팀의 표준편차는 같고, B팀의 표준편차는 A팀과 C팀의 표준편차보다 작다.
$\therefore b<a=c$

참고 $(\text{A팀의 평균})=\frac{4+6+8}{3}=6(\text{점})$

$(\text{A팀의 분산})=\frac{(-2)^2+0^2+2^2}{3}=\frac{8}{3}$

$\therefore (\text{A팀의 표준편차})=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}(\text{점})$

$(\text{B팀의 평균})=\frac{2+3+4}{3}=3(\text{점})$

$(\text{B팀의 분산})=\frac{(-1)^2+0^2+1^2}{3}=\frac{2}{3}$

$\therefore (\text{B팀의 표준편차})=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}(\text{점})$

$(\text{C팀의 평균})=\frac{0+2+4}{3}=2(\text{점})$

$(\text{C팀의 분산})=\frac{(-2)^2+0^2+2^2}{3}=\frac{8}{3}$

$\therefore (\text{C팀의 표준편차})=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}(\text{점})$

11 답 ④ 유형 08

평균이 10이므로

$\frac{9+12+15+a+b}{5}=10 \qquad \therefore a+b=14 \qquad \cdots\cdots ㉠$

분산이 10이므로

$\frac{(-1)^2+2^2+5^2+(a-10)^2+(b-10)^2}{5}=10$

$a^2+b^2-20(a+b)+230=50$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-20\times14+230=50 \qquad \therefore a^2+b^2=100$

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$14^2=100+2ab,\ 2ab=96 \qquad \therefore ab=48$

12 답 ③ 유형 08

직육면체에는 길이가 같은 모서리가 각각 4개씩 있다.

평균이 3이므로 $\frac{4x+4y+20}{12}=3,\ 4x+4y+20=36$

$4(x+y)=16 \qquad \therefore x+y=4 \qquad \cdots\cdots ㉠$

분산이 $\frac{8}{3}$이므로

$\frac{(x-3)^2\times4+(y-3)^2\times4+2^2\times4}{12}=\frac{8}{3}$

$4x^2+4y^2-24(x+y)+88=32$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$4(x^2+y^2)-24\times4+88=32$

$4(x^2+y^2)=40 \qquad \therefore x^2+y^2=10$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로

$4^2=10+2xy,\ 2xy=6 \qquad \therefore xy=3$

13 답 ① 유형 08

지필 평가의 평균과 분산을 각각 m_1, $s_1{}^2$이라 하면

$m_1=\frac{a\times2+2a\times2+4a\times1}{5}=\frac{10a}{5}=2a(\text{점})$

$s_1{}^2=\frac{(a-2a)^2\times2+(2a-2a)^2\times2+(4a-2a)^2\times1}{5}$

$=\frac{6}{5}a^2$

수행 평가의 평균과 분산을 각각 m_2, $s_2{}^2$이라 하면

$m_2=\frac{b\times1+2b\times3+3b\times1}{5}=\frac{10b}{5}=2b(\text{점})$

$s_2{}^2=\frac{(b-2b)^2\times1+(2b-2b)^2\times3+(3b-2b)^2\times1}{5}=\frac{2}{5}b^2$

이때 $\frac{6}{5}a^2=3\times\frac{2}{5}b^2$이므로 $a^2=b^2$

a, b는 자연수이므로 $\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}=1$

14 답 ⑤ 유형 09

중간고사 6개 과목의 성적을 각각 a점, b점, c점, d점, e점, f점이라 하면

평균이 75점이므로

$\frac{a+b+c+d+e+f}{6}=75 \qquad \therefore a+b+c+d+e+f=450$

표준편차가 5점이므로 분산은 $5^2=25$

$\frac{(a-75)^2+(b-75)^2+\cdots+(f-75)^2}{6}=25$

$\therefore (a-75)^2+(b-75)^2+\cdots+(f-75)^2=150$

기말고사 6개 과목의 성적은 각각 $(a+5)$점, $(b+5)$점, $(c+5)$점, $(d+5)$점, $(e+5)$점, $(f+5)$점이므로

평균은

$\frac{(a+5)+(b+5)+(c+5)+(d+5)+(e+5)+(f+5)}{6}$

$=\frac{a+b+c+d+e+f+30}{6}$

$=\frac{450+30}{6}=80(\text{점})$

분산은

$\frac{(a+5-80)^2+(b+5-80)^2+\cdots+(f+5-80)^2}{6}$

$=\frac{(a-75)^2+(b-75)^2+\cdots+(f-75)^2}{6}=\frac{150}{6}=25$

15 답 ① 유형 10

남학생과 여학생의 수학 시험 성적의 평균이 70점으로 같으므로 전체 학생의 수학 시험 성적의 평균도 70점이다.
남학생 16명의 성적의 표준편차가 8점이므로
남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $16\times8^2=1024$
여학생 24명의 성적의 표준편차가 3점이므로
여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $24\times3^2=216$
따라서 전체 학생의 수학 시험 성적의 분산은

$$\frac{1024+216}{16+24}=\frac{1240}{40}=31$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{31}$점이다.

16 답 ② 유형 10

5개의 변량을 a, b, c, d, e라 하면 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=6 \qquad \therefore a+b+c+d+e=30$$

표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}=8$$

$$\therefore (a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2=40$$

8개의 변량 a, b, c, d, e, 2, 6, 10에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{a+b+c+d+e+2+6+10}{8}=\frac{30+18}{8}=\frac{48}{8}=6$$

$$(\text{분산})=\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+\cdots+(e-6)^2+(-4)^2+0^2+4^2}{8}$$

$$=\frac{40+16+16}{8}=\frac{72}{8}=9$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{9}=3$$

17 답 ② 유형 11

①, ④ 각 학급의 평균과 표준편차만으로는 정확한 변량을 알 수 없다.
② 4반의 표준편차가 3반의 표준편차보다 작으므로 4반의 국어 성적이 3반의 국어 성적보다 고르다.
③ 4반의 표준편차가 가장 작으므로 국어 성적이 가장 고른 반은 4반이다.
⑤ 편차의 총합은 항상 0이다.
따라서 옳은 것은 ②이다.

18 답 ④ 유형 11

ㄱ. 두 팀 모두 자유투 성공 횟수의 평균이 12회이므로

$$\frac{14+11+a+10+12}{5}=12,\ a+47=60 \qquad \therefore a=13$$

$$\frac{9+b+16+13+8}{5}=12,\ b+46=60 \qquad \therefore b=14$$

즉, b의 값이 a의 값보다 크다.

ㄴ. A팀의 자유투 성공 횟수의 분산은

$$\frac{2^2+(-1)^2+1^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{10}{5}=2$$

ㄷ. B팀의 자유투 성공 횟수의 분산은

$$\frac{(-3)^2+2^2+4^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{46}{5}$$

즉, 표준편차는 $\sqrt{\frac{46}{5}}$회이다.

ㄹ. B팀의 표준편차가 A팀의 표준편차보다 크므로 자유투 성공 횟수의 기복이 더 심한 팀은 B팀이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

19 답 12.6점 유형 01

전체 학생 수가 20이므로

$2+5+4+x+3=20 \qquad \therefore x=6$ …… ❶

따라서 영어 듣기평가 성적의 평균은

$$\frac{4\times2+8\times5+12\times4+16\times6+20\times3}{20}$$

$=\frac{252}{20}=12.6$(점) …… ❷

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	2점
❷ 영어 듣기평가 성적의 평균 구하기	2점

20 답 4.5 유형 05

평균이 5이므로

$$\frac{1+x+3+8+9+5}{6}=5$$

$x+26=30 \qquad \therefore x=4$ …… ❶

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 5, 8, 9 …… ❷

따라서 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균인

$\frac{4+5}{2}=4.5$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	2점
❷ 주어진 변량을 크기순으로 나열하기	2점
❸ 중앙값 구하기	2점

21 답 7 유형 07

4개의 변량의 평균은

$\frac{1+(a-2)+a+(2a-3)}{4}=\frac{4a-4}{4}=a-1$ …… ❶

분산이 13이므로

$\frac{(2-a)^2+(-1)^2+1^2+(a-2)^2}{4}=13$ …… ❷

$$\frac{2(a-2)^2+2}{4}=13,\ \frac{a^2-4a+5}{2}=13$$

$a^2-4a+5=26,\ a^2-4a-21=0$

$(a+3)(a-7)=0 \qquad \therefore a=-3$ 또는 $a=7$

이때 $a>0$이므로 $a=7$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 평균 구하기	2점
❷ 분산을 식으로 나타내기	2점
❸ a의 값 구하기	2점

22 답 75 유형 08

a, b, c의 평균이 7이므로

$\frac{a+b+c}{3}=7 \qquad \therefore a+b+c=21$ …… ㉠ …… ❶

표준편차가 3이므로 분산은 $3^2=9$

$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=9$

$(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=27$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147=27$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-14\times21+147=27$

$\therefore a^2+b^2+c^2=174$ ...... ❷

$\therefore f(3)=(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2$

$=a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27$

$=174-6\times21+27=75$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ $a+b+c$의 값 구하기	2점
❷ $a^2+b^2+c^2$의 값 구하기	3점
❸ $f(3)$의 값 구하기	2점

23 답 $\sqrt{11}$ 유형 10

a, b의 평균이 5이므로

$\frac{a+b}{2}=5$ $\therefore a+b=10$ ...... ㉠

a, b의 분산이 16이므로

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2}{2}=16$

$a^2+b^2-10(a+b)+50=32$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-10\times10+50=32$ $\therefore a^2+b^2=82$ ...... ❶

c, d의 평균이 3이므로

$\frac{c+d}{2}=3$ $\therefore c+d=6$ ...... ㉡

c, d의 분산이 4이므로

$\frac{(c-3)^2+(d-3)^2}{2}=4$

$c^2+d^2-6(c+d)+18=8$

위의 식에 ㉡을 대입하면

$c^2+d^2-6\times6+18=8$ $\therefore c^2+d^2=26$ ...... ❷

a, b, c, d의 평균은

$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{10+6}{4}=\frac{16}{4}=4$ ...... ❸

a, b, c, d의 분산은

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-8(a+b+c+d)+64}{4}$

$=\frac{82+26-8\times(10+6)+64}{4}=\frac{44}{4}=11$

따라서 표준편차는 $\sqrt{11}$이다. ...... ❹

채점 기준	배점
❶ $a+b$, a^2+b^2의 값 각각 구하기	2점
❷ $c+d$, c^2+d^2의 값 각각 구하기	2점
❸ a, b, c, d의 평균 구하기	1점
❹ a, b, c, d의 표준편차 구하기	2점

실전! 중단원 학교 시험 2회

72쪽~75쪽

01 ④	02 ③	03 ②	04 ③	05 ③, ④
06 ①	07 ③	08 ⑤	09 ④	10 ⑤
11 ①	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ③
16 ②	17 ④	18 ③	19 6	20 $2\sqrt{3}$
21 13	22 28	23 -12		

01 답 ④ 유형 01

$(\text{평균})=\frac{1+3+2+2+1+4+5}{7}=\frac{18}{7}$(시간)

02 답 ③ 유형 01

x, y, z의 평균이 7이므로 $\frac{x+y+z}{3}=7$ $\therefore x+y+z=21$

따라서 $2x$, $2y$, $2z$, 10, 8의 평균은

$\frac{2x+2y+2z+10+8}{5}=\frac{2(x+y+z)+18}{5}$

$=\frac{2\times21+18}{5}=\frac{60}{5}=12$

03 답 ② 유형 02

변량이 7개이므로 중앙값은 4번째 학생의 몸무게이다.

즉, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 4번째 학생의 몸무게는 71 kg이다.

이때 몸무게가 77 kg인 학생을 추가하면 변량이 8개가 되므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 4번째와 5번째 학생의 몸무게의 평균이다.

5번째 학생의 몸무게가 74 kg이므로 중앙값은

$\frac{71+74}{2}=72.5(\text{kg})$

04 답 ③ 유형 02

x권을 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 9, 10, 10, 11, 13, 14(권)

변량이 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균이다. 이때 중앙값이 10권이므로 $0\le x\le10$

따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 값은 0이고 가장 큰 값은 10이므로 그 합은 $0+10=10$

05 답 ③, ④ 유형 04

① $(\text{자료 A의 평균})=\frac{17+18+19+20+21+22+23}{7}=20$

중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 4번째 변량인 20이므로 평균과 중앙값은 같다.

② 자료 B의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 4번째 변량인 18이다. 또, 18이 2번으로 가장 많으므로 최빈값은 18이다. 즉, 중앙값과 최빈값은 같다.

③ 자료 C의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 4번째 변량인 20이다.

④ 자료 A는 변량의 값이 모두 다르므로 최빈값은 대푯값으로 적절하지 않다. 자료에 극단적인 값이 없으므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 가장 적절하다.

⑤ 자료 C는 극단적인 값인 1이 있으므로 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 가장 적절하다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

06 답 ① 유형 05

5회의 성적을 x점이라 하면

$\dfrac{89+93+90+97+x}{5}=92$, $369+x=460$ $\quad\therefore x=91$

따라서 5회의 성적은 91점이다.

07 답 ③ 유형 05

x를 제외한 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
16, 18, 20, 20, 22, 22, 24
이때 최빈값이 1개이므로 $x=20$ 또는 $x=22$이다.

(i) $x=20$일 때,
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
16, 18, 20, 20, 20, 22, 22, 24
중앙값은 4번째 변량과 5번째 변량의 평균인 $\dfrac{20+20}{2}=20$

(ii) $x=22$일 때,
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
16, 18, 20, 20, 22, 22, 22, 24
중앙값은 4번째 변량과 5번째 변량의 평균인 $\dfrac{20+22}{2}=21$
이때 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 $x=20$

08 답 ⑤ 유형 06

편차의 총합은 항상 0이므로
$(-3.2)+a+0.8+b+(-0.2)=0$
$\therefore a+b=2.6$

09 답 ④ 유형 06

수요일에 판매한 음료수 판매량의 편차를 x개라 하면
편차의 총합은 항상 0이므로
$(-2)+(-10)+x+(-4)+5+10+9=0$ $\quad\therefore x=-8$
따라서 수요일에 판매한 음료수는
$37+(-8)=29$(개)

10 답 ⑤ 유형 07

평균이 7이므로

$\dfrac{3+8+10+x+5}{5}=7$, $26+x=35$ $\quad\therefore x=9$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{(-4)^2+1^2+3^2+2^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{34}{5}=6.8$

11 답 ① 유형 07

도운이의 과학 성적을 x점이라 하고 각 학생의 과학 성적을 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
성적(점)	$x-6$	$x+7$	$x-2$	$x+5$	$x+1$

5명의 과학 성적의 평균은

$\dfrac{(x-6)+(x+7)+(x-2)+(x+5)+(x+1)}{5}$

$=\dfrac{5x+5}{5}=x+1$(점)

각 학생의 과학 성적의 편차를 표로 나타내면 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-7	6	-3	4	0

5명의 과학 성적의 분산은

$\dfrac{(-7)^2+6^2+(-3)^2+4^2+0^2}{5}=\dfrac{110}{5}=22$

따라서 표준편차는 $\sqrt{22}$점이다.

12 답 ① 유형 08

8개의 정사각형의 한 변의 길이를 각각 x_1 cm, x_2 cm, $\cdots$, x_8 cm라 하면 8개의 정사각형의 둘레의 길이의 합이 160 cm이므로 $4(x_1+x_2+\cdots+x_8)=160$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_8=40$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

각 정사각형의 한 변의 길이의 평균은

$\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_8}{8}=\dfrac{40}{8}=5$ (cm)

표준편차가 $\sqrt{19}$ cm이므로

$\dfrac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+\cdots+(x_8-5)^2}{8}=19$

$x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2-10(x_1+x_2+\cdots+x_8)+200=152$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2-10\times40+200=152$

$\therefore x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2=352$

따라서 8개의 정사각형의 넓이의 평균은

$\dfrac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2}{8}=\dfrac{352}{8}=44(\text{cm}^2)$

13 답 ⑤ 유형 08

평균이 7이므로

$\dfrac{x+y+9+10}{4}=7$ $\quad\therefore x+y=9$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

분산이 7.5이므로

$\dfrac{(x-7)^2+(y-7)^2+2^2+3^2}{4}=7.5$

$x^2+y^2-14(x+y)+111=30$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times9+111=30$

$\therefore x^2+y^2=45$

14 답 ⑤ 유형 09

a, b, c, d, e의 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=3$

$\therefore a+b+c+d+e=15$

표준편차가 3이므로 분산은 $3^2=9$

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2+(e-3)^2}{5}=9$

$\therefore (a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2+(e-3)^2=45$

$2a+1$, $2b+1$, $2c+1$, $2d+1$, $2e+1$의 평균은

$\dfrac{(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)+(2d+1)+(2e+1)}{5}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d+e)+5}{5}=\dfrac{2\times15+5}{5}=\dfrac{35}{5}=7$

분산은

$$\frac{1}{5}\{(2a+1-7)^2+(2b+1-7)^2+(2c+1-7)^2+(2d+1-7)^2+(2e+1-7)^2\}$$

$$=\frac{4\{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2+(e-3)^2\}}{5}$$

$$=\frac{4\times 45}{5}=36$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{36}=6$

15 답 ③ 유형09

x, y, z의 평균을 m, 분산을 s^2, 표준편차를 s라 하면

$$m=\frac{x+y+z}{3},\ s^2=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$$

ㄱ. $3x$, $3y$, $3z$의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=x+y+z=3m$$

이므로 x, y, z의 평균의 3배이다.

ㄴ. $x+1$, $y+2$, $z+3$의 평균은

$$\frac{(x+1)+(y+2)+(z+3)}{3}=\frac{(x+y+z)+6}{3}=m+2$$

이므로 x, y, z의 평균보다 2만큼 크다.

ㄷ. $x-1$, $y-1$, $z-1$의 평균은

$$\frac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}=\frac{(x+y+z)-3}{3}=m-1$$

$x-1$, $y-1$, $z-1$의 분산은

$$\frac{(x-1-m+1)^2+(y-1-m+1)^2+(z-1-m+1)^2}{3}$$

$$=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}=s^2$$

이므로 x, y, z의 분산과 같다.

ㄹ. $2x$, $2y$, $2z$의 평균은

$$\frac{2x+2y+2z}{3}=\frac{2(x+y+z)}{3}=2m$$

$2x$, $2y$, $2z$의 표준편차는

$$\sqrt{\frac{(2x-2m)^2+(2y-2m)^2+(2z-2m)^2}{3}}$$

$$=\sqrt{\frac{4\{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2\}}{3}}$$

$$=\sqrt{4s^2}=2s$$

이므로 x, y, z의 표준편차의 2배이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ의 2개이다.

16 답 ② 유형10

A반 학생의 수를 x명, B반 학생의 수를 y명이라 하자.

전체 학생이 20명이므로 $x+y=20$ …… ㉠

전체 학생의 통학 시간의 평균이 10분이므로

$$\frac{7x+12y}{20}=10 \qquad \therefore 7x+12y=200 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=8$, $y=12$

A반 학생들의 통학 시간을 x_1분, x_2분, …, x_8분이라 하면 평균이 7분이므로

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8}{8}=7 \qquad \therefore x_1+x_2+\cdots+x_8=56$$

분산이 10이므로

$$\frac{(x_1-7)^2+(x_2-7)^2+\cdots+(x_8-7)^2}{8}=10$$

$$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_8^2-14(x_1+x_2+\cdots+x_8)+392=80$$

$$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_8^2-14\times 56+392=80$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2+\cdots+x_8^2=472$$

B반 학생들의 통학 시간을 y_1분, y_2분, …, y_{12}분이라 하면 평균이 12분이므로

$$\frac{y_1+y_2+\cdots+y_{12}}{12}=12$$

$$\therefore y_1+y_2+\cdots+y_{12}=144$$

분산이 5이므로

$$\frac{(y_1-12)^2+(y_2-12)^2+\cdots+(y_{12}-12)^2}{12}=5$$

$$y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{12}^2-24(y_1+y_2+\cdots+y_{12})+144\times 12=60$$

$$y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{12}^2-24\times 144+1728=60$$

$$\therefore y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{12}^2=1788$$

이때 전체 학생의 통학 시간의 평균은 10분이므로 분산은

$$\frac{(x_1-10)^2+\cdots+(x_8-10)^2+(y_1-10)^2+\cdots+(y_{12}-10)^2}{20}$$

$$=\frac{1}{20}\{(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_8^2+y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{12}^2)-20(x_1+\cdots+x_8+y_1+\cdots+y_{12})+2000\}$$

$$=\frac{1}{20}\{(472+1788)-20\times(56+144)+2000\}$$

$$=\frac{1}{20}\times 260=13$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{13}$분이다.

17 답 ④ 유형07+유형11

주어진 보기의 자료의 평균은 모두 5로 같다. 변량이 가장 고르지 않은 것은 평균 5로부터 흩어진 정도가 가장 심한 ④이다.

참고 각 변량의 분산은 다음과 같다.

① (분산)$=\frac{0^2+0^2+0^2+0^2+0^2+0^2}{6}=0$

② (분산)$=\frac{(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2}{6}=1$

③ (분산)$=\frac{(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2+0^2+0^2}{6}=\frac{2}{3}$

④ (분산)$=\frac{(-2)^2+2^2+(-2)^2+2^2+(-2)^2+2^2}{6}=4$

⑤ (분산)$=\frac{(-2)^2+2^2+(-1)^2+1^2+0^2+0^2}{6}=\frac{5}{3}$

18 답 ③ 유형11

ㄱ. 2반의 성적의 표준편차가 3반의 성적의 표준편차보다 작으므로 2반의 성적은 3반의 성적에 비해 고르다.

ㄴ. 4반의 성적의 표준편차가 1반의 성적의 표준편차보다 크므로 4반 학생들의 성적은 1반 학생들의 성적보다 더 넓게 퍼져 있다.

ㄷ. 각 반의 평균과 표준편차만으로는 정확한 변량을 알 수 없으므로 성적이 가장 우수한 학생의 반은 알 수 없다.

ㄹ. 편차의 총합은 항상 0이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

19 답 6 유형01+유형02+유형03

$$(\text{평균})=\frac{6+1+(-3)+9+1+3+8+1+(-1)+5}{10}$$
$$=\frac{30}{10}=3$$

$\therefore a=3$ ...... ❶

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$-3, -1, 1, 1, 1, 3, 5, 6, 8, 9$

중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균이므로

$\frac{1+3}{2}=2 \quad \therefore b=2$ ...... ❷

1이 3번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 1이다.

$\therefore c=1$ ...... ❸

$\therefore a+b+c=3+2+1=6$ ...... ❹

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	1점
❷ b의 값 구하기	1점
❸ c의 값 구하기	1점
❹ $a+b+c$의 값 구하기	1점

20 답 $2\sqrt{3}$ 유형07

$x_1+x_2+\cdots+x_7=14$이므로

주어진 변량의 평균은

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_7}{7}=\frac{14}{7}=2$ ...... ❶

또, $x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_7{}^2=112$이므로

주어진 변량의 분산은

$$\frac{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+\cdots+(x_7-2)^2}{7}$$
$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_7{}^2-4(x_1+x_2+\cdots+x_7)+28}{7}$$
$$=\frac{112-4\times14+28}{7}=\frac{84}{7}=12$$ ...... ❷

따라서 표준편차는 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 변량의 평균 구하기	2점
❷ 주어진 변량의 분산 구하기	2점
❸ 주어진 변량의 표준편차 구하기	2점

21 답 13 유형07

바르게 본 나머지 두 변량을 a, b라 하면

a, b, 3, 8의 평균이 7이므로

$\frac{a+b+3+8}{4}=7 \quad \therefore a+b=17$ ...... ❶

분산이 10이므로

$$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(-4)^2+1^2}{4}=10$$

$(a-7)^2+(b-7)^2+17=40$

$\therefore (a-7)^2+(b-7)^2=23$ ...... ❷

a, b, 2, 9의 평균은

$\frac{a+b+2+9}{4}=\frac{17+11}{4}=\frac{28}{4}=7$ ...... ❸

분산은

$$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(-5)^2+2^2}{4}=\frac{23+29}{4}$$
$$=\frac{52}{4}=13$$ ...... ❹

채점 기준	배점
❶ $a+b$의 값 구하기	1점
❷ $(a-7)^2+(b-7)^2$의 값 구하기	2점
❸ 바르게 보고 계산한 평균 구하기	2점
❹ 바르게 보고 계산한 분산 구하기	2점

22 답 28 유형05+유형07

조건 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔으므로 9개의 변량을 1, 2, 3, 4, 5, 6, a, b, c라 하자.

(단, a, b, c는 $a\le b\le c$인 1 이상 6 이하의 자연수)

조건 (나)에서 평균이 3이므로

$\frac{1+2+3+4+5+6+a+b+c}{9}=3$

$a+b+c+21=27 \quad \therefore a+b+c=6$

a, b, c는 $a\le b\le c$인 1 이상 6 이하의 자연수이므로

가능한 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)는

$(1, 1, 4)$, $(1, 2, 3)$, $(2, 2, 2)$이다.

이 중에서 최빈값이 1개이고, 중앙값이 3이 되는 경우는

$(1, 1, 4)$이다.

따라서 변량은 1, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6이므로 ...... ❶

$$V=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2+0^2+1^2\times2+2^2+3^2}{9}$$
$$=\frac{28}{9}$$ ...... ❷

$\therefore 9V=9\times\frac{28}{9}=28$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ 9개의 변량 구하기	4점
❷ V의 값 구하기	2점
❸ $9V$의 값 구하기	1점

23 답 -12 유형08

편차의 총합은 항상 0이므로

$0+(-1)+a+(-3)+b+5=0$

$\therefore a+b=-1$ ...... ❶

분산이 10이므로

$\frac{0^2+(-1)^2+a^2+(-3)^2+b^2+5^2}{6}=10$

$a^2+b^2+35=60 \quad \therefore a^2+b^2=25$ ...... ❷

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$(-1)^2=25+2ab$, $2ab=-24$

$\therefore ab=-12$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ $a+b$의 값 구하기	2점
❷ a^2+b^2의 값 구하기	2점
❸ ab의 값 구하기	2점

교과서 속 특이 문제

76쪽

01 답 ㄷ

A 동아리 학생들의 봉사활동 시간을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5(시간)

B 동아리 학생들의 봉사활동 시간을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 4(시간)

C 동아리 학생들의 봉사활동 시간을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5(시간)

ㄱ. 변량이 11개이므로 A, B, C 세 동아리 학생들의 봉사활동 시간의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 6번째 변량이다. 즉, 각각 3시간, 3시간, 4시간이다.

ㄴ. A, B, C 세 동아리 학생들의 봉사활동 시간의 최빈값은 각각 3시간, 4시간, 4시간이다.

ㄷ. 봉사활동 시간이 가장 고른 동아리는 C이다.

ㄹ. (A 동아리 학생들의 봉사활동 시간의 평균)

$=\frac{1+2+2+2+3+3+3+3+4+4+5}{11}=\frac{32}{11}$(시간)

(B 동아리 학생들의 봉사활동 시간의 평균)

$=\frac{1+1+1+2+2+3+4+4+4+4+4}{11}=\frac{30}{11}$(시간)

(C 동아리 학생들의 봉사활동 시간의 평균)

$=\frac{2+3+3+3+4+4+4+4+5+5+5}{11}=\frac{42}{11}$(시간)

즉, 봉사활동 시간의 평균이 가장 큰 동아리는 C이다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

02 답 $\frac{81}{4}$, 54

4, 5, x, y의 평균과 4, 5, x의 평균이 같으므로

$\frac{4+5+x+y}{4}=\frac{4+5+x}{3}$

$27+3x+3y=36+4x$

$\therefore -x+3y=9$ ……㉠

x, y, 6의 최빈값이 될 수 있는 것은 $x(=y)$ 또는 6이다.

(i) 최빈값이 $x=y$일 때,

$y=x$를 ㉠에 대입하면

$-x+3x=9$, $2x=9$ $\therefore x=\frac{9}{2}$, $y=\frac{9}{2}$

4, 5, x, y의 평균은

$\frac{4+5+x+y}{4}=\frac{4+5+\frac{9}{2}+\frac{9}{2}}{4}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$

4, 5, x의 평균은

$\frac{4+5+x}{3}=\frac{4+5+\frac{9}{2}}{3}=\frac{\frac{27}{2}}{3}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$

x, y, 6의 최빈값은 $\frac{9}{2}$이므로 문제의 조건을 만족시킨다.

$\therefore xy=\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}=\frac{81}{4}$

(ii) 최빈값이 6일 때,

$\frac{4+5+x+y}{4}=\frac{4+5+x}{3}=6$이므로

$\frac{4+5+x}{3}=6$에서

$x+9=18$ $\therefore x=9$

$\frac{4+5+9+y}{4}=6$에서

$y+18=24$ $\therefore y=6$

x, y, 6의 최빈값이 6이므로 문제의 조건을 만족시킨다.

$\therefore xy=9\times6=54$

(i), (ii)에서 가능한 xy의 값은 $\frac{81}{4}$, 54이다.

03 답 (1) 22 cm (2) $\sqrt{77}$ cm

(1) 4명의 학생의 키의 평균을 x cm라 하면 진석이의 키는 $(x+13)$ cm, 지우의 키는 $(x-7)$ cm, 태형이의 키는 $(x+3)$ cm이다.

진석이의 편차는 13 cm, 지우의 편차는 -7 cm, 태형이의 편차는 3 cm이고 편차의 총합은 항상 0이므로 소민이의 편차를 a cm라 하면

$13+(-7)+3+a=0$ $\therefore a=-9$

즉, 소민이의 키는 $(x-9)$ cm이다.

따라서 키가 가장 큰 진석이는 평균보다 13 cm 크고, 키가 가장 작은 소민이는 평균보다 9 cm 작으므로 두 사람의 키의 차이는 $13-(-9)=22$(cm)

(2) 편차가 각각 13 cm, -7 cm, 3 cm, -9 cm이므로

(분산)$=\frac{13^2+(-7)^2+3^2+(-9)^2}{4}=\frac{308}{4}=77$

따라서 표준편차는 $\sqrt{77}$ cm이다.

04 답 최댓값 : 26, 최솟값 : 23

7개의 자연수를 a, b, c, d, e, f, g라 하자.

(단, $a\le b\le c\le d\le e\le f\le g$)

중앙값이 5이므로 $d=5$

최빈값이 6이므로 $e=f=6$ 또는 $e=f=g=6$

(i) $e=f=6$일 때

7개의 자연수의 평균이 7이므로

$\frac{a+b+c+5+6+6+g}{7}=7$

$a+b+c+g+17=49$

$\therefore a+b+c+g=32$

이때 7개의 자연수의 최빈값이 6이므로 $a<b<c<5$

따라서 g의 최댓값은 $a=1$, $b=2$, $c=3$일 때,

$g=32-(1+2+3)=26$

g의 최솟값은 $a=2$, $b=3$, $c=4$일 때,

$g=32-(2+3+4)=23$

(ii) $e=f=g=6$일 때

7개의 자연수의 평균이 7이므로

$\frac{a+b+c+5+6+6+6}{7}=7$

$a+b+c+23=49$

$\therefore a+b+c=26$

이때 a, b, c는 5 이하의 자연수이므로 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 g의 최댓값은 26이고, 최솟값은 23이다.

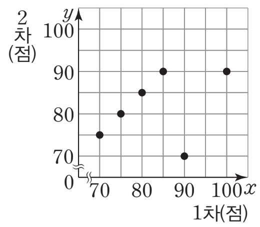
2 상관관계

VII. 통계

개념 check

78쪽

1 답



2 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

(1) ㄱ은 음의 상관관계가 있다. (2) ㄴ은 양의 상관관계가 있다.

기출 유형

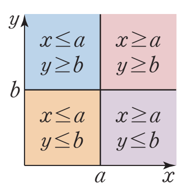
79쪽~84쪽

유형 01 산점도의 이해 (1)

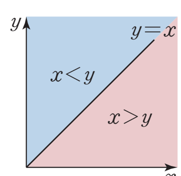
79쪽

x, y에 대한 산점도를 주어진 조건에 따라 분석할 때는 기준이 되는 보조선을 이용한다.

(1) 이상, 이하의 문제는 오른쪽 그림과 같이 x축, y축에 평행한 직선을 그어 해당하는 부분에 속한 점을 찾는다.
이때 이상, 이하는 경계의 값을 포함하고 초과, 미만은 경계의 값을 포함하지 않는다.

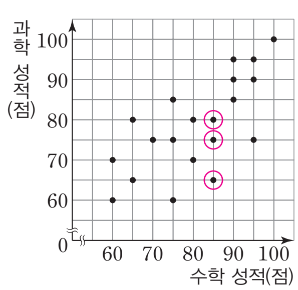


(2) 두 변량의 비교에 대한 문제는 직선 $y=x$를 그어 본다.
① x가 y보다 크다. ➜ 빨간색 부분(경계선 제외)에 속한 점을 찾는다.
② x와 y가 같다. ➜ 직선 $y=x$ 위의 점을 찾는다.
③ x가 y보다 작다. ➜ 파란색 부분(경계선 제외)에 속한 점을 찾는다.



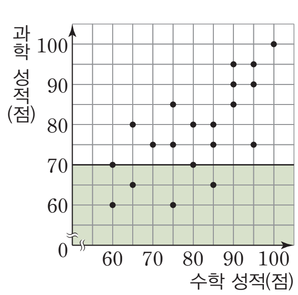
01 답 3명

수학 성적이 85점인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 점이다. 따라서 수학 성적이 85점인 학생은 3명이다.



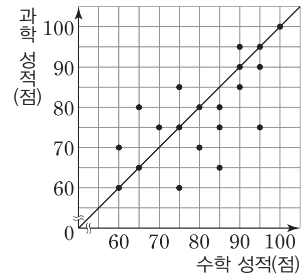
02 답 6명

과학 성적이 70점 이하인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 과학 성적이 70점 이하인 학생은 6명이다.



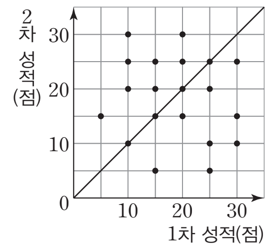
03 답 7명

수학 성적과 과학 성적이 같은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선 위의 점이다. 따라서 수학 성적과 과학 성적이 같은 학생은 7명이다.



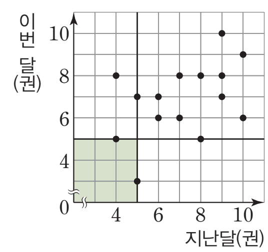
04 답 ⑤

③ 1차 성적과 2차 성적이 같은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선 위의 점이므로 1차 성적과 2차 성적이 같은 학생은 4명이다.
⑤ 1차 성적이 30점인 학생은 3명이고, 2차 성적이 30점인 학생은 2명이다. 즉, 30점을 받은 학생은 1차가 더 많다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



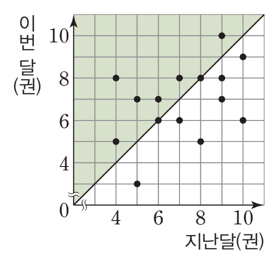
05 답 ③

지난달과 이번 달 모두 책을 5권 이하로 읽은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 지난달과 이번 달 모두 책을 5권 이하로 읽은 학생은 2명이다.

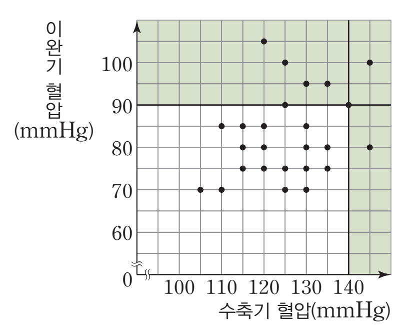


06 답 ②

지난달보다 이번 달에 책을 더 많이 읽은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 따라서 지난달보다 이번 달에 책을 더 많이 읽은 학생은 6명이다.



07 답 32 %

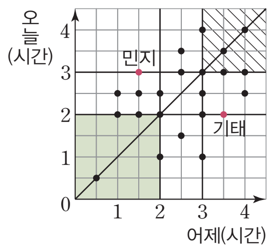


고혈압으로 진단받는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 고혈압으로 진단받는 학생은 8명이고, 전체 학생 수가 25명이므로 전체 학생의

$\frac{8}{25}\times 100=32\ (\%)$

08 답 ④

① 오늘 휴대폰 사용 시간의 최빈값은 2시간, 2시간 반, 3시간이다.



② 기태를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽에 있으므로 어제 휴대폰 사용 시간이 오늘 휴대폰 사용 시간보다 많다.

③ 민지의 어제와 오늘 휴대폰 사용 시간은 각각 1시간 반, 3시간이므로 그 평균은 $\frac{1.5+3}{2}=2.25$(시간)

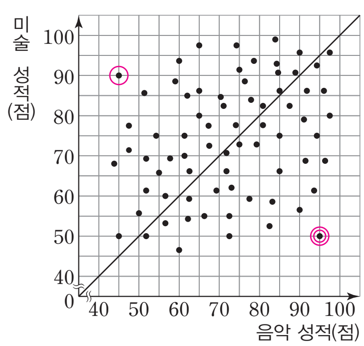
즉, 2시간 15분이다.

④ 어제와 오늘 모두 휴대폰을 2시간 이하로 사용한 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 어제와 오늘 모두 휴대폰을 2시간 이하로 사용한 학생은 5명이다.

⑤ 어제와 오늘 모두 휴대폰을 3시간 넘게 사용한 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 제외)에 속한다. 즉, 어제와 오늘 모두 휴대폰을 3시간 넘게 사용한 학생은 2명이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

09 답 140점



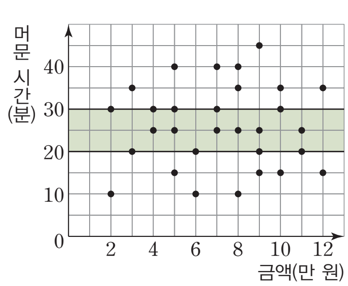
음악 성적에 비해 미술 성적이 가장 높은 학생을 나타내는 점은 위 그림의 대각선의 위쪽에서 대각선으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 것이므로 ○ 표시한 점이다. 즉, 그 학생의 음악 성적은 45점이다.

또, 음악 성적에 비해 미술 성적이 가장 낮은 학생을 나타내는 점은 위 그림의 대각선의 아래쪽에서 대각선으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 것이므로 ◎ 표시한 점이다. 즉, 그 학생의 음악 성적은 95점이다. 따라서 두 학생의 음악 성적의 합은

$45+95=140$(점)

10 답 ④

마트에 20분 이상 30분 이하의 시간 동안 머문 고객들을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



따라서 이 고객들이 마트에서 사용한 금액의 합은

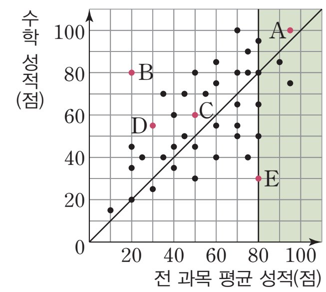
$2+3+4\times2+5\times2+6+7\times2+8+9\times2+10+11\times2$

$=2+3+8+10+6+14+8+18+10+22$

$=101$(만 원)

11 답 ③

① 오른쪽 그림에서 대각선 주위에 점들이 많이 분포되어 있으므로 전 과목 평균 성적이 높은 학생은 대체로 수학 성적도 높다.



② 전 과목 평균 성적이 80점 이상인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 전 과목 평균 성적이 80점 이상인 학생은 8명이고 전체 학생 수가 40명이므로 전체의

$\frac{8}{40}\times100=20(\%)$

③ 학생 C는 학생 D보다 전 과목 평균 성적과 수학 성적이 모두 높다.

④ 전 과목 평균 성적에 비해 수학 성적이 가장 높은 학생을 나타내는 점은 위 그림의 대각선의 위쪽에서 대각선으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 B이다.

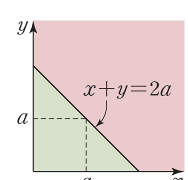
⑤ 전 과목 평균 성적에 비해 수학 성적이 가장 낮은 학생을 나타내는 점은 위 그림의 대각선의 아래쪽에서 대각선으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 E이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

유형 02 산점도의 이해 (2) 81쪽

두 변량의 합 또는 평균, 두 변량의 차에 대한 문제는 다음과 같이 보조선을 그어 본다.

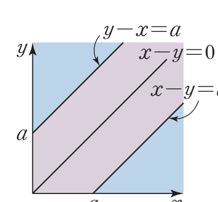
(1) 합 또는 평균에 대한 문제



① 두 변량의 합이 $2a$ 이상이다.
➔ 두 변량의 평균이 a 이상이다.
➔ 빨간색 부분(경계선 포함)에 속한 점을 찾는다.

② 두 변량의 합이 $2a$ 이하이다.
➔ 두 변량의 평균이 a 이하이다.
➔ 초록색 부분(경계선 포함)에 속한 점을 찾는다.

(2) 차에 대한 문제

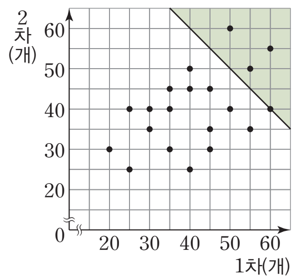


① 두 변량의 차가 a 이상이다.
➔ 파란색 부분(경계선 포함)에 속한 점을 찾는다.

② 두 변량의 차가 a 이하이다.
➔ 보라색 부분(경계선 포함)에 속한 점을 찾는다.

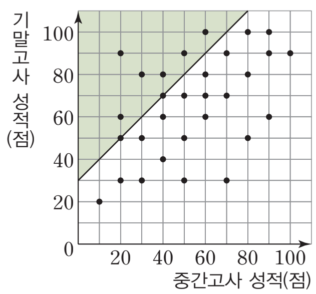
12 답 4명

수행 평가 성적이 만점인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 체육 수행 평가 성적이 만점인 학생은 4명이다.



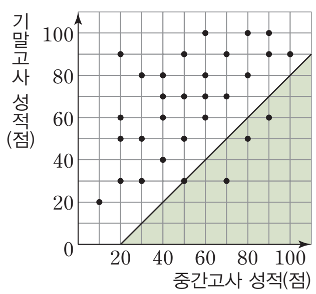
13 답 8개

중간고사 성적보다 기말고사 성적이 30점 이상 상승한 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 기말고사 성적이 30점 이상 상승한 학생은 8명이므로 준비해야 하는 선물은 8개이다.



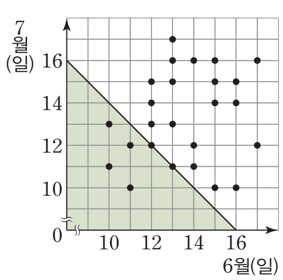
14 답 4명

중간고사 성적보다 기말고사 성적이 20점 이상 하락한 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 기말고사 성적이 20점 이상 하락한 학생은 4명이므로 보충수업에 참여해야 하는 학생은 4명이다.



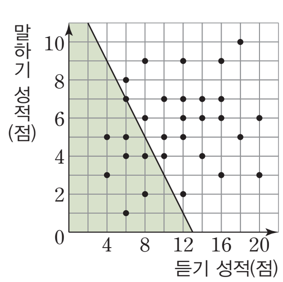
15 답 ②

두 달 동안 비가 온 일수의 평균이 12일 이하인 도시를 나타내는 점은 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 두 달 동안 비가 온 일수의 평균이 12일 이하인 도시는 6군데이다.



16 답 ④

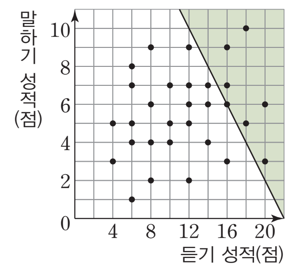
듣기 성적과 말하기 성적의 합이 13점 이하인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 듣기 성적과 말하기 성적의 합이 13점 이하인 학생은 8명이다.



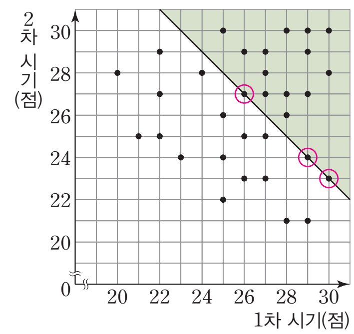
참고 주어진 산점도에서 듣기 성적과 말하기 성적의 합이 13점인 점을 연결한 직선을 그어 본다.

17 답 ③

듣기 성적과 말하기 성적의 평균이 11점 이상인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 듣기 성적과 말하기 성적의 평균이 11점 이상인 학생은 7명이다.



18 답 53점

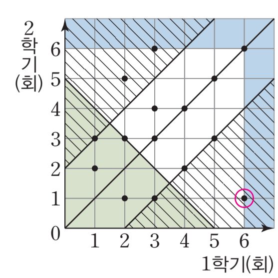


상위 50 %에 해당하는 학생은 $32\times\frac{50}{100}=16$(명)이므로 상위 16명이 다음 라운드에 진출한다.
1차와 2차 시기 점수를 합하여 점수가 높은 순서대로 16명을 뽑으므로 다음 라운드에 진출하는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 이 중에서 최저 점수를 받은 학생들을 나타내는 점은 ○ 표시한 점이므로 그 학생들의 최저 점수는 모두 $26+27=53$(점)으로 같다.
따라서 다음 라운드에 진출하기 위한 최저 점수는 53점이다.

19 답 ④, ⑤

① 1학기보다 2학기에 더 많이 지각한 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 속한다. 즉, 1학기보다 2학기에 더 많이 지각한 학생은 6명이고 전체 학생 수가 15명이므로 전체의

$\frac{6}{15}\times100=40$ (%)



② 1학기와 2학기의 지각 횟수의 차이가 가장 큰 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있는 것이므로 ○ 표시한 점이다.
즉, 지각 횟수의 차는 $6-1=5$(회)

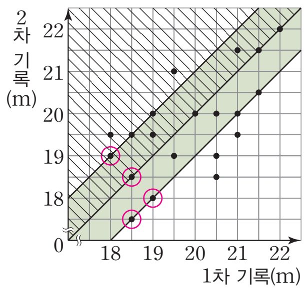
③ 1학기와 2학기의 지각 횟수의 합이 5회 이하인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 초록색으로 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 1학기와 2학기의 지각 횟수의 합이 5회 이하인 학생은 5명이다.

④ 1학기와 2학기의 지각 횟수의 차가 2회 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 1학기와 2학기의 지각 횟수의 차가 2회 이상인 학생은 7명이다.

⑤ 1학기와 2학기 중 적어도 한 학기에 지각을 6회 이상 한 학생을 나타내는 점은 앞의 그림에서 파란색으로 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 1학기와 2학기 중 적어도 한 학기에 지각을 6회 이상 한 학생은 3명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

20 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ



ㄱ. 1차 기록과 2차 기록이 같은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선 위의 점이다. 즉, 1차 기록과 2차 기록이 같은 학생은 4명이다.

ㄴ. 1차 기록과 2차 기록의 차가 1 m 미만인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 즉, 1차 기록과 2차 기록의 차가 1 m 미만인 학생은 8명이므로 전체의

$\frac{8}{20}\times100=40\,(\%)$

ㄷ. 2차 기록이 1차 기록보다 향상된 학생들을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 제외)에 속한다.

즉, 이 학생들의 2차 기록의 평균은

$\frac{19+19.5\times3+20+21+21.5}{7}=\frac{140}{7}=20(\mathrm{m})$

ㄹ. 하위 20 %에 해당하는 학생은 $20\times\frac{20}{100}=4$(명)

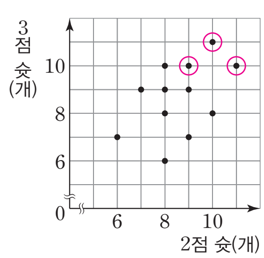
즉, 하위 20 %에 해당하는 학생 4명을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다. 따라서 이 학생들의 1차 기록의 평균은

$\frac{18+18.5\times2+19}{4}=\frac{74}{4}=18.5\,(\mathrm{m})$

ㅁ. 위의 그림에서 대각선 주위에 점들이 많이 분포되어 있으므로 1차 기록이 높은 학생이 대체로 2차 기록도 높다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

21 답 51점



득점이 가장 높은 회원 3명을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 점이다.

득점이 가장 높은 회원 3명의 슛의 개수를 순서쌍 (2점 슛의 개수, 3점 슛의 개수)로 나타내면 (9, 10), (10, 11), (11, 10)이다.

따라서 3명의 득점의 평균은

$\frac{(2\times9+3\times10)+(2\times10+3\times11)+(2\times11+3\times10)}{3}$

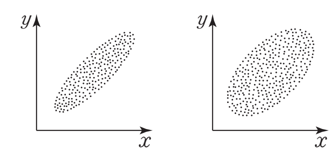
$=\frac{153}{3}=51$(점)

참고 (회원의 득점)$=2\times$(성공한 2점 슛의 개수) $+3\times$(성공한 3점 슛의 개수)

유형 03 상관관계 83쪽

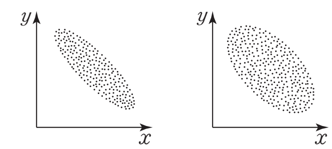
두 변량 x, y 중 한 쪽의 값이 증가함에 따라 다른 한 쪽의 값이 대체로 증가 또는 감소할 때, x와 y 사이에 상관관계가 있다고 한다.

(1) 양의 상관관계 : x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하는 경향이 있는 관계



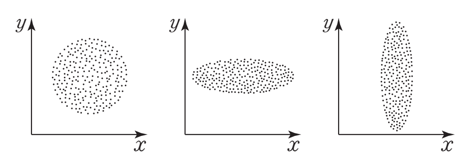
[강한 경우] [약한 경우]

(2) 음의 상관관계 : x의 값이 증가함에 따라 y의 값은 대체로 감소하는 경향이 있는 관계



[강한 경우] [약한 경우]

(3) 상관관계가 없다 : x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않은 관계



22 답 ⑤

⑤ 강한 상관관계일수록 변량의 점들이 한 직선을 중심으로 가까이 모여 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

23 답 ④

④ ㄹ보다 ㄷ이 더 강한 상관관계를 나타낸다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

24 답 ①, ③

주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.

①, ③ 양의 상관관계

②, ④ 음의 상관관계

⑤ 상관관계가 없다.

따라서 두 변량 x, y에 대한 산점도가 주어진 그림과 같이 나타나는 것은 ①, ③이다.

25 답 ④

겨울철 기온이 낮을수록 핫팩 판매량은 대체로 증가하므로 두 변량 x, y 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 ④이다.

26 답 ㄷ

ㄱ, ㅁ. 양의 상관관계

ㄴ, ㄹ. 상관관계가 없다.

ㄷ. 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이에 음의 상관관계가 있는 것은 ㄷ이다.

27 답 ②

①, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

② 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ② 이다.

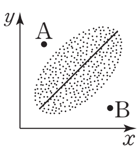
유형 04 상관관계의 분석 84쪽

(1) 산점도의 점들이 대체로 한 직선 주위에 있을 수 있는 직선을 그려 양의 상관관계와 음의 상관관계를 구분한다.

(2) 오른쪽 산점도에서

① A는 x의 값에 비해 y의 값이 크다.

② B는 y의 값에 비해 x의 값이 크다.

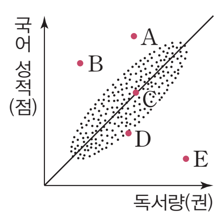


28 답 B

해발 고도와 기온이 모두 높은 도시는 B이다.

29 답 ④

① 독서량이 많은 학생들이 대체로 국어 성적이 높으므로 독서량과 국어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.



② A, B, C, D, E 중 A가 가장 위쪽에 있으므로 A의 국어 성적이 가장 좋다.

③ A, B, C, D, E 중 E가 가장 오른쪽에 있으므로 E의 독서량이 가장 많다.

④ 독서량에 비해 국어 성적이 가장 좋은 학생은 위의 산점도의 대각선 위쪽에서 대각선으로부터 가장 많이 떨어진 B이다.

⑤ E는 독서량이 많으나 국어 성적이 낮으므로 독서량에 비해 국어 성적이 좋지 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

30 답 ⑤

① 몸무게가 가장 적게 나가는 학생은 C이다.

② 키에 비해 몸무게가 가장 적게 나가는 학생은 C이다.

③ 키에 비해 몸무게가 가장 많이 나가는 학생은 A이므로 비만도가 가장 높을 것으로 예상되는 학생은 A이다.

④ A와 B, C와 D는 키가 각각 비슷하다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

31 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. A는 생활비와 저축액이 각각 가장 많으므로 수입이 가장 많은 가구는 A이다.

ㄴ. 생활비에 비해 저축을 가장 적게 하는 가구는 D이다.

ㄷ. C는 생활비보다 저축액이 더 많으므로 수입을 저축에 더 많이 사용하는 편이다.

ㄹ. 생활비와 저축액의 차이가 가장 적은 가구는 E이다.

ㅁ. E는 생활비와 저축액이 모두 적은 편이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

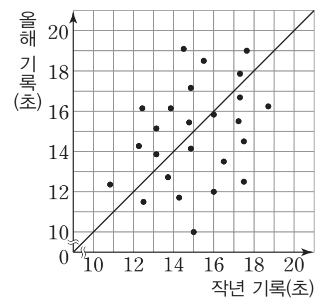
서술형

85쪽~87쪽

01 답 41

채점 기준 1 a의 값 구하기 … 3점

작년과 비교하여 올해 기록이 더 느려진 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽(경계선 제외)에 속한다. 따라서 작년 기록보다 올해 기록이 더 느려진 학생은 12명이므로 전체의

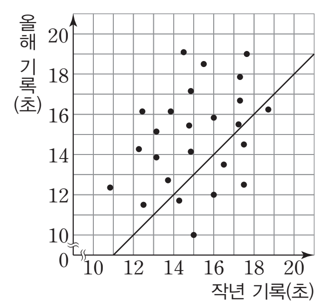


$\dfrac{12}{25}\times 100=48\,(\%)$

$\therefore a=48$

채점 기준 2 b의 값 구하기 … 2점

작년 기록보다 올해 기록이 2초 이상 빨라진 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 기준선의 아래쪽(경계선 포함)에 속한다. 따라서 작년 기록보다 올해 기록이 2초 이상 빨라진 학생은 7명이므로 $b=7$



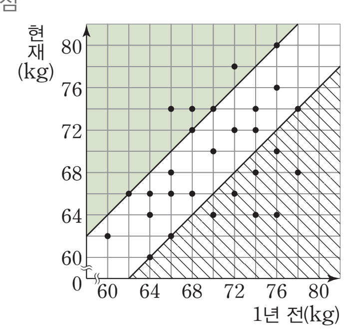
채점 기준 3 $a-b$의 값 구하기 … 1점

$\therefore a-b=48-7=41$

01-1 답 35

채점 기준 1 a의 값 구하기 … 3점

1년 전과 비교하여 현재 몸무게가 4 kg 이상 늘어난 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 1년 전과 비교하여 현재 몸무게가 4 kg 이상 늘어난 학생은 7명이므로 전체의



$\dfrac{7}{28}\times 100=25\,(\%)\qquad \therefore a=25$

채점 기준 2 b의 값 구하기 … 2점

1년 전과 비교하여 현재 몸무게가 4 kg 이상 줄어든 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 1년 전과 비교하여 현재 몸무게가 4 kg 이상 줄어든 학생은 10명이므로 $b=10$

채점 기준 3 $a+b$의 값 구하기 … 1점

$\therefore a+b=25+10=35$

01-2 답 4명

성종이가 1차, 2차 예선에서 맞힌 문제 수를 각각 x개, y개라 하면 1차 예선에서 맞힌 문제 수의 평균이 6개이므로

$\dfrac{3+4+4+5+5+7+8+8+10+x}{10}=6$

$\dfrac{54+x}{10}=6,\ 54+x=60\qquad \therefore\ x=6$ ……❶

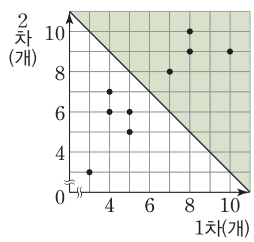
2차 예선에서 맞힌 문제 수의 평균이 7개이므로

$\dfrac{3+5+6+6+7+8+9+9+10+y}{10}=7$

$\dfrac{63+y}{10}=7,\ 63+y=70\qquad \therefore\ y=7$ ……❷

즉, 성종이는 1차, 2차 예선을 합쳐 13문제를 맞혔다.

이때 1차, 2차 예선에서 맞힌 문제 수가 13개보다 많은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.



따라서 1차, 2차 예선을 합쳐 성종이보다 많은 문제를 맞힌 학생은 4명이다. ……❸

채점 기준	배점
❶ 성종이가 1차 예선에서 맞힌 문제 수 구하기	2점
❷ 성종이가 2차 예선에서 맞힌 문제 수 구하기	2점
❸ 1차, 2차 예선을 합쳐 성종이보다 많은 문제를 맞힌 학생은 모두 몇 명인지 구하기	3점

02 답 $a=72.5,\ b=90$

전체 학생이 30명이므로 국어 성적의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 15번째와 16번째 변량의 평균이다.

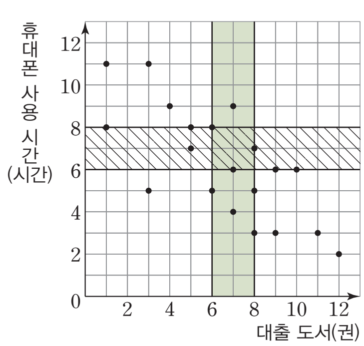
15번째와 16번째의 국어 성적이 각각 70점, 75점이므로 그 평균은

$\dfrac{70+75}{2}=72.5$(점) $\qquad \therefore\ a=72.5$ ……❶

영어 성적의 최빈값은 90점이므로 $b=90$ ……❷

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	3점
❷ b의 값 구하기	1점

03 답 $\dfrac{49}{4}$



대출한 책의 권수가 6권 이상 8권 이하인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 해당 학생들의 휴대폰 사용 시간의 평균은

$\dfrac{3+4+5+5+6+7+8+9}{8}=\dfrac{47}{8}$(시간)

$\therefore\ a=\dfrac{47}{8}$ ……❶

휴대폰 사용 시간이 6시간 이상 8시간 이하인 학생을 나타내는 점은 앞의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.

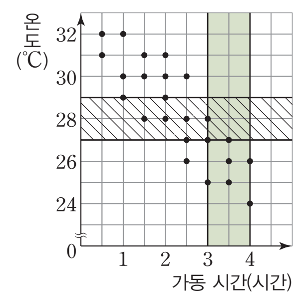
즉, 해당 학생들이 대출한 책의 권수의 평균은

$\dfrac{1+5+5+6+7+8+9+10}{8}=\dfrac{51}{8}$(권) $\qquad \therefore\ b=\dfrac{51}{8}$ ……❷

$\therefore\ a+b=\dfrac{47}{8}+\dfrac{51}{8}=\dfrac{98}{8}=\dfrac{49}{4}$ ……❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	3점
❷ b의 값 구하기	3점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

04 답 (1) 26 ℃ (2) 2시간 20분



(1) 에어컨 가동 시간이 3시간 이상 4시간 이하인 교실을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 해당 교실의 평균 온도는

$\dfrac{24+25+25+26+26+27+27+28}{8}=\dfrac{208}{8}=26$ (℃) ……❶

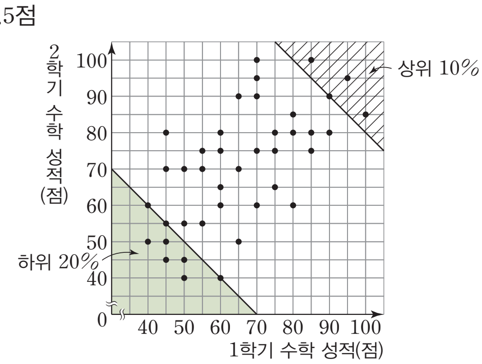
(2) 교실 온도가 27 ℃ 이상 29 ℃ 이하인 교실을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 해당 교실의 평균 에어컨 가동 시간은

$\dfrac{1+1.5+2+2+2.5+2.5+3+3+3.5}{9}=\dfrac{21}{9}=\dfrac{7}{3}$(시간)

즉, 2시간 20분이다. ……❷

채점 기준	배점
❶ 에어컨 가동 시간이 3시간 이상 4시간 이하인 교실의 평균 온도 구하기	3점
❷ 교실 온도가 27 ℃ 이상 29 ℃ 이하인 교실의 평균 에어컨 가동 시간 구하기	3점

05 답 62.5점



전체 학생이 40명이므로

하위 20 %에 속하는 학생은 $40\times\dfrac{20}{100}=8$(명)이고

상위 10 %에 속하는 학생은 $40\times\frac{10}{100}=4$(명)이다.

즉, 하위 20 %와 상위 10 %에 속하는 학생들을 나타내는 점은 앞의 그림에서 각각 색칠한 부분(경계선 포함)과 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.

하위 20 %에 속하는 학생들의 점수를 순서쌍 (1학기 성적, 2학기 성적)으로 나타내면 (40, 50), (45, 45), (50, 40), (45, 50), (50, 45), (40, 60), (45, 55), (60, 40)이고 …… ❶

상위 10 %에 속하는 학생들의 점수를 순서쌍 (1학기 성적, 2학기 성적)으로 나타내면 (90, 90), (85, 100), (100, 85), (95, 95)이다. …… ❷

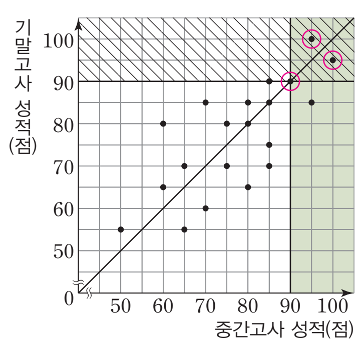
따라서 수준별 수업에 참여하는 전체 학생들의 1, 2학기 수학 성적의 평균은

$$\frac{45+45+45+47.5+47.5+50+50+50+90+92.5+92.5+95}{12}$$

$$=\frac{750}{12}=62.5(\text{점})$$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 하위 20 %에 속하는 학생들의 점수 알기	2점
❷ 상위 10 %에 속하는 학생들의 점수 알기	2점
❸ 수준별 수업에 참여하는 전체 학생들의 1, 2학기 수학 성적의 평균 구하기	3점

06 답 (1) 45 % (2) 92.5점 (3) 95점



(1) 중간고사에 비해 기말고사 사회 성적이 향상된 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선의 위쪽(경계선 제외)에 속한다. 즉, 9명이므로 전체의

$\frac{9}{20}\times100=45$ (%) …… ❶

(2) 중간고사 사회 성적이 90점 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 이 학생들의 기말고사 사회 성적의 평균은

$\frac{85+90+95+100}{4}=\frac{370}{4}=92.5$ (점) …… ❷

(3) 상위 20 % 이내에 드는 학생은 $20\times\frac{20}{100}=4$(명)이다.

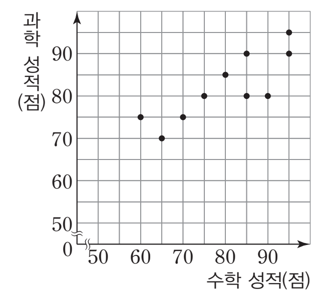
중간고사 성적이 상위 20 % 이내에 드는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
또, 기말고사 성적이 상위 20 % 이내에 드는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.
즉, 중간고사와 기말고사 성적이 모두 상위 20 % 이내에 드는 학생을 나타내는 점은 앞의 그림에서 ○ 표시한 점이다.
따라서 이 학생들의 중간고사와 기말고사의 사회 성적의 평균은

$\frac{90+97.5+97.5}{3}=\frac{285}{3}=95$(점) …… ❸

채점 기준	배점
❶ 중간고사에 비해 기말고사 성적이 향상된 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	2점
❷ 중간고사 사회 성적이 90점 이상인 학생들의 기말고사 사회 성적의 평균 구하기	2점
❸ 성적이 모두 상위 20 % 이내에 드는 학생들의 중간고사와 기말고사의 사회 성적의 평균 구하기	3점

07 답 풀이 참조, 양의 상관관계

주어진 표의 자료를 이용하여 산점도를 완성하면 오른쪽 그림과 같다. …… ❶

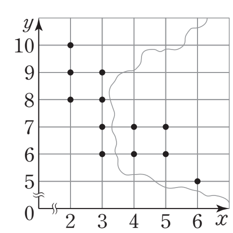


중간고사 수학 성적이 높아질수록 과학 성적도 대체로 높아지는 관계가 있으므로 중간고사 수학 성적과 과학 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ 산점도 완성하기	3점
❷ 두 성적 사이의 상관관계 구하기	1점

08 답 음의 상관관계

주어진 변량을 추가하여 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다. …… ❶



변량 x의 값이 증가함에 따라 y의 값은 대체로 감소하는 관계가 있으므로 두 변량 x와 y 사이에는 음의 상관관계가 있다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ 산점도 완성하기	2점
❷ x와 y 사이의 상관관계 구하기	2점

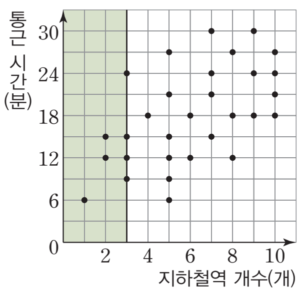
실전 중단원 학교 시험 1회

88쪽~92쪽

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ④	09 ①	10 ②
11 ②	12 ③	13 ①, ⑤	14 ④	15 ②
16 ⑤	17 ⑤	18 ④	19 풀이 참조	20 52
21 6.5만 원	22 331.5 kg		23 풀이 참조	

01 답 ⑤ 유형01

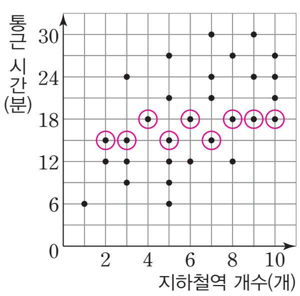
3개 이하의 지하철역을 이용하는 직원을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 3개 이하의 지하철 역을 이용하는 직원은 7명이다.



02 답 ③ 유형01

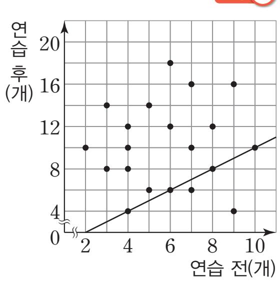
통근 시간이 12분 초과 18분 이하인 직원을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 점이다. 따라서 통근 시간이 12분 초과 18분 이하인 직원은 9명이고 전체 직원이 30명이므로 전체의

$\frac{9}{30}\times100=30(\%)$



03 답 ④ 유형01

연습 전과 연습 후의 제기차기 개수가 같은 외국인을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 직선 위의 점이다. 따라서 연습 전과 후의 제기차기 개수가 같은 외국인은 4명이다.



04 답 ⑤ 유형01

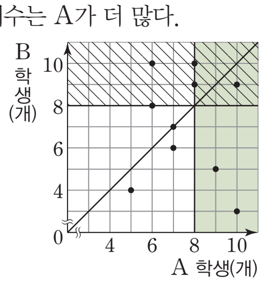
① 10 프레임 동안 쓰러뜨린 볼링핀의 개수는

A 학생 : $5+6\times2+7\times2+8\times2+9+10\times2=76$(개)

B 학생 : $3+4+5+6+7+8+9\times2+10\times2=71$(개)

따라서 쓰러뜨린 볼링핀의 전체 개수는 A가 더 많다.

② A 학생이 볼링핀을 8개 이상 쓰러뜨린 프레임을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 프레임의 수는 5이다. 또, B 학생이 볼링핀을 8개 이상 쓰러뜨린 프레임을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속하므로 프레임의 수는 5이다. 따라서 볼링핀을 8개 이상 쓰러뜨린 프레임의 수는 두 학생이 같다.



③ 두 학생이 같은 개수의 볼링핀을 쓰러뜨린 프레임을 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선 위의 점이다. 즉, 두 학생이 같은 개수의 볼링핀을 쓰러뜨린 프레임의 수는 1이다.

④ 10 프레임 중 쓰러뜨린 볼링핀의 개수가 가장 적은 학생은 B이고 그때의 쓰러뜨린 볼링핀의 개수는 3개이다.

⑤ A, B 두 학생이 10개의 볼링핀을 모두 쓰러뜨린 프레임의 수는 각각 2로 서로 같다.

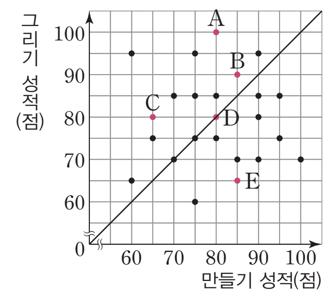
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

05 답 ③ 유형01

① 만들기 성적이 그리기 성적보다 더 높은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽(경계선 제외)에 속하므로 10명이다.

또, 그리기 성적이 만들기 성적보다 더 높은 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선의 위쪽(경계선 제외)에 속하므로 11명이다.

즉, 그리기 성적이 만들기 성적보다 높은 학생이 더 많다.



② (A의 두 수행평가 성적의 합)$=80+100=180$(점)

(B의 두 수행평가 성적의 합)$=85+90=175$(점)

즉, 두 수행평가 성적의 합은 A가 B보다 더 크다.

③ (C의 두 수행평가 성적의 차)$=80-65=15$(점)

(E의 두 수행평가 성적의 차)$=85-65=20$(점)

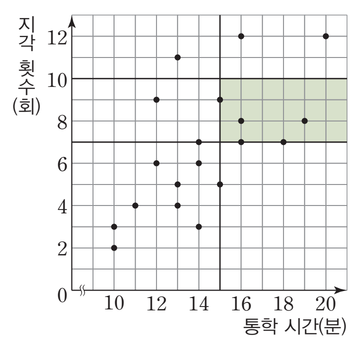
즉, 두 수행평가 성적의 차는 C보다 E가 더 크다.

④ D는 만들기 성적과 그리기 성적이 80점으로 같다.

⑤ 동점자는 그리기 성적을 85점 받은 학생들이 5명으로 제일 많다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

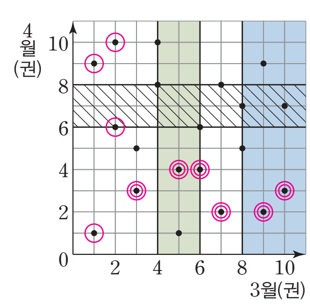
06 답 ④ 유형01



통학 시간이 15분 이상인 학생 중 지각 횟수가 7회 이상 10회 이하인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다. 이 학생들의 통학 시간은 각각 15분, 16분, 16분, 18분, 19분이므로 통학 시간의 평균은

$\frac{15+16\times2+18+19}{5}=\frac{84}{5}=16.8$(분)

07 답 ④ 유형01



① 3월에 2권 이하의 책을 대여한 회원을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다. 따라서 구하는 책의 평균 권수는

$\dfrac{1+6+9+10}{4}=\dfrac{26}{4}=\dfrac{13}{2}$(권)

② 3월에 4권 이상 6권 이하의 책을 대여한 회원을 나타내는 점은 앞의 그림에서 초록색으로 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 구하는 책의 평균 권수는

$\dfrac{1+4+4+6+8+10}{6}=\dfrac{33}{6}=\dfrac{11}{2}$(권)

③ 3월에 8권 이상의 책을 대여한 회원을 나타내는 점은 앞의 그림에서 파란색으로 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 구하는 책의 평균 권수는

$\dfrac{2+3+5+7+7+9}{6}=\dfrac{33}{6}=\dfrac{11}{2}$(권)

④ 4월에 2권 이상 4권 이하의 책을 대여한 회원을 나타내는 점은 앞의 그림에서 ◎ 표시한 점이다. 따라서 구하는 책의 평균 권수는

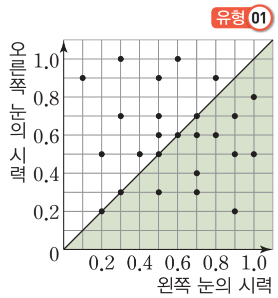
$\dfrac{3+5+6+7+9+10}{6}=\dfrac{40}{6}=\dfrac{20}{3}$(권)

⑤ 4월에 6권 이상 8권 이하의 책을 대여한 회원을 나타내는 점은 앞의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 구하는 책의 평균 권수는

$\dfrac{2+4+6+7+8+10}{6}=\dfrac{37}{6}$(권)

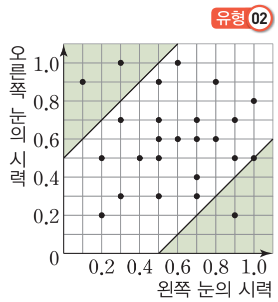
따라서 가장 큰 값은 ④이다.

08 답 ④ 유형 01



왼쪽 눈이 오른쪽 눈보다 시력이 좋은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.
따라서 왼쪽 눈이 오른쪽 눈보다 시력이 좋은 학생은 10명이고 전체 학생은 25명이므로 그 비율은 $\dfrac{10}{25}=\dfrac{2}{5}$

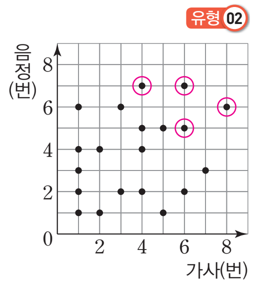
09 답 ① 유형 02



양쪽 눈의 시력이 0.5 이상 차이 나는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 양쪽 눈의 시력이 0.5 이상 차이나는 학생은 4명이고 전체 학생은 25명이므로 전체의

$\dfrac{4}{25}\times100=16(\%)$

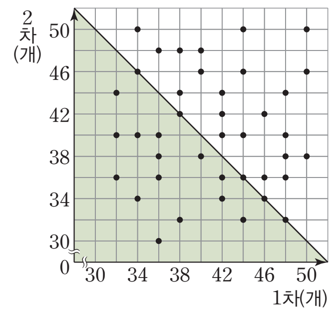
10 답 ② 유형 02



오디션 참가자 수는 20명이므로 가사와 음정을 합쳐 가장 많이 틀린 순으로 $20\times\dfrac{20}{100}=4$(명)이 탈락한다. 즉, 탈락자를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 점이다.

탈락자가 가사와 음정을 합쳐 틀린 횟수는 각각
$4+7=6+5=11$(번), $6+7=13$(번), $8+6=14$(번)이므로
탈락자는 최소 11번 이상 틀렸다.

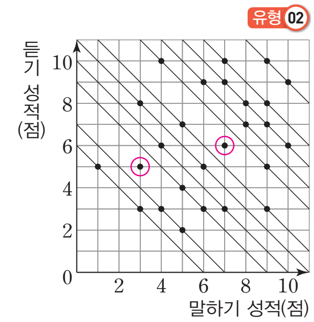
11 답 ② 유형 02



두 시험을 합쳐 문제가 총 100개이므로 전체의 80 % 이상을 맞히려면 두 시험을 합쳐 80개 이상의 문제를 맞혀야 한다. 즉, 두 시험을 합쳐 80개 미만으로 맞히면 재시험을 치러야 한다.
따라서 두 시험을 합쳐 80개 미만으로 맞힌 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 14명이다.

참고 1차 시험에서 맞힌 개수를 x개, 2차 시험에서 맞힌 개수를 y개라 하고 직선 $x+y=80$, 즉 $y=-x+80$을 그어 생각한다.

12 답 ③ 유형 02



두 성적의 평균이 같으려면 두 성적의 합이 서로 같아야 한다. 즉, 두 성적의 합이 같은 학생들끼리 직선으로 표시하면 오른쪽 그림과 같다. 따라서 짝이 없는 학생을 나타내는 점은 ○ 표시한 점이므로 두 학생의 말하기 성적의 합은 $3+7=10$(점)

참고 위의 그림과 같이 대각선에 수직인 직선을 그으면 같은 직선 위의 점은 말하기 성적과 듣기 성적의 합이 서로 같다.

13 답 ①, ⑤ 유형 03

변량 x의 값이 증가함에 따라 변량 y의 값이 증가 또는 감소하는 경향이 뚜렷하지 않은 것은 ㄱ, ㅁ이다.

14 답 ④ 유형 03

점들이 기울기가 양수인 직선을 중심으로 가까이 모여 있을수록 강한 양의 상관관계를 나타내며, 점들이 기울기가 음수인 직선을 중심으로 가까이 모여 있을수록 강한 음의 상관관계를 나타낸다.
따라서 가장 강한 양의 상관관계를 나타내는 것은 ㄹ이고 가장 강한 음의 상관관계를 나타내는 것은 ㅂ이다.

15 답 ② 유형 03

속력이 빠를수록 브레이크를 밟았을 때 더 많은 거리를 가서 멈추게 되므로 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 산점도로 알맞은 것은 ②이다.

16 답 ⑤ 유형 03

ㄴ. 산점도에서 변량 x의 값이 증가함에 따라 변량 y의 값도 대체로 증가하는 경향이 있을 때, 두 변량 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다고 한다.

ㄹ. 강한 상관관계를 나타내는 산점도일수록 변량을 나타내는 점들이 기울기가 양수 또는 음수인 한 직선을 중심으로 가까이 모여 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

17 답 ⑤ 유형 04

E는 관객 평점이 비슷한 영화들에 비해 관객 수가 적은 편이다.

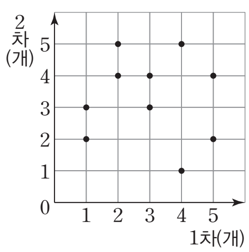
18 답 ④ 유형 04

④ C는 F보다 수면 시간이 더 긴 대신에 TV 시청 시간이 짧다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 답 풀이 참조 유형 01

주어진 자료를 이용하여 산점도를 나타내면 다음 그림과 같다.



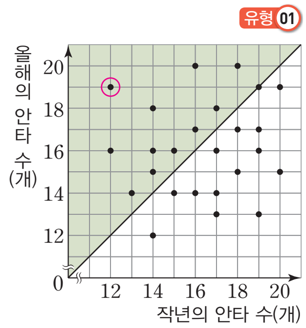
채점 기준	배점
점의 위치를 모두 맞게 완성한 경우	4점
점의 위치를 1개 틀린 경우	3점
점의 위치를 2개 틀린 경우	2점
점의 위치를 3개 이상 틀린 경우	0점

20 답 52 유형 01

작년보다 올해 안타가 더 많은 타자를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 즉, 11명이므로 전체의

$\frac{11}{25}\times 100=44\,(\%)$

$\therefore\ a=44$ ...... ❶



작년과 올해의 안타 수가 같은 타자를 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선 위의 점이다.

즉, 1명이므로 $b=1$ ...... ❷

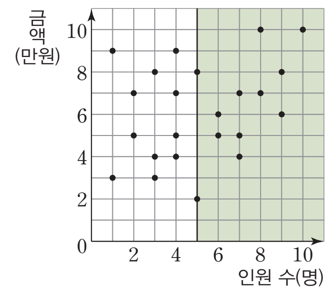
작년과 올해의 안타 수가 가장 많이 차이나는 타자를 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다. 그 타자의 작년 5월의 안타 수는 12개, 올해 5월의 안타 수는 19개이므로

$c=19-12=7$ ...... ❸

$\therefore\ a+b+c=44+1+7=52$ ...... ❹

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점
❸ c의 값 구하기	2점
❹ $a+b+c$의 값 구하기	1점

21 답 6.5만 원 유형 01



5인 이상이면 단체 손님으로 구분하므로 단체 손님 테이블을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. ...... ❶

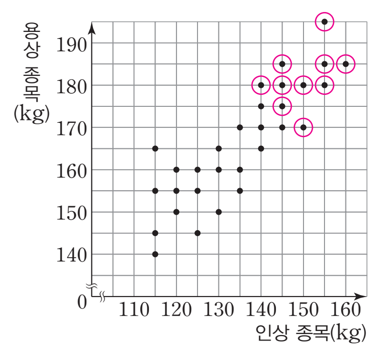
따라서 식사 금액의 평균은

$$\frac{2+4+5\times2+6\times2+7\times2+8\times2+10\times2}{12}$$

$=\frac{78}{12}=\frac{13}{2}=6.5$(만 원) ...... ❷

채점 기준	배점
❶ 단체 손님 테이블을 나타내는 점이 속하는 범위 찾기	2점
❷ 단체 손님 테이블의 평균 식사 금액 구하기	4점

22 답 331.5 kg 유형 02



인상, 용상 기록의 합계로 상위 10명이 결선에 진출하므로 결선에 진출하는 선수들을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다.

상위 10명의 인상 종목의 평균 기록은

$\frac{140+145\times3+150\times2+155\times3+160}{10}=150\,(\text{kg})$ ...... ❶

상위 10명의 용상 종목의 평균 기록은

$\frac{170+175+180\times4+185\times3+195}{10}=181.5\,(\text{kg})$ ...... ❷

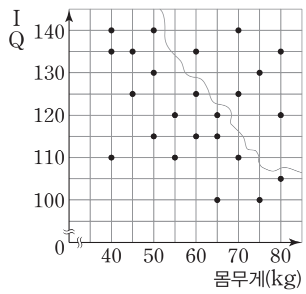
따라서 두 종목의 평균 기록의 합은

$150+181.5=331.5\,(\text{kg})$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ 상위 10명의 인상 종목의 평균 기록 구하기	3점
❷ 상위 10명의 용상 종목의 평균 기록 구하기	3점
❸ 두 종목의 평균 기록의 합 구하기	1점

23 답 풀이 참조 유형 04

찢어진 부분의 자료를 이용하여 산점도를 완성하면 오른쪽 그림과 같다. ······ ❶



몸무게가 증가할 때 IQ가 뚜렷하게 증가 또는 감소하는 경향을 보이지 않고, 마찬가지로 IQ가 증가할 때 몸무게가 뚜렷하게 증가 또는 감소하는 경향을 보이지 않는다. ······ ❷

따라서 몸무게와 IQ는 상관관계가 없다. ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 찢어진 부분의 산점도 완성하기	2점
❷ 상관관계가 없는 이유 설명하기	2점
❸ 상관관계가 없음을 알기	2점

실전 중단원 학교 시험 2회

93쪽~97쪽

01 ②	**02** ③	**03** ⑤	**04** ⑤	**05** ④
06 ④	**07** ②	**08** ③	**09** ④	**10** ⑤
11 ⑤	**12** ③	**13** ⑤	**14** ①	**15** ④
16 ①	**17** ②	**18** ③	**19** 55 %	**20** 35
21 7개	**22** 28명	**23** 24점		

01 답 ② 유형 01

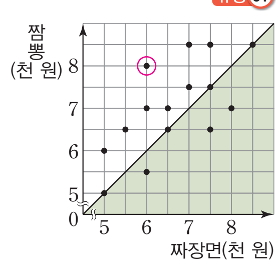
주어진 표의 자료를 산점도로 바르게 나타낸 것은 ②이다.

02 답 ③ 유형 01

맛에 대한 별점이 서비스에 대한 별점보다 높은 음식점은 A, C, G의 3곳이다.

03 답 ⑤ 유형 01

② 짜장면과 짬뽕의 가격이 같은 중국집을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선 위의 점이므로 4곳이다.



③ 짬뽕보다 짜장면의 가격이 더 높은 중국집을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 3곳이다. 따라서 전체의

$\frac{3}{15}\times100=20(\%)$

④ 짜장면과 짬뽕의 가격이 가장 많이 차이나는 중국집을 나타내는 점은 위의 그림에서 대각선으로부터 가장 멀리 떨어진 ○ 표시한 점이다.

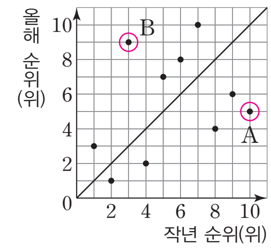
따라서 $8000-6000=2000$(원) 차이가 난다.

⑤ 산점도의 점들이 대각선을 기준으로 위쪽에 많이 분포되어 있으므로 대체로 짬뽕이 짜장면보다 비싸다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 답 ⑤ 유형 01

작년에 비해 올해 순위가 가장 많이 향상된 팀은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽에서 대각선으로부터 가장 많이 떨어진 A팀이다.



A팀의 올해 순위는 5위이므로

$a=5$

작년에 비해 올해 순위가 가장 많이 하락한 팀은 위쪽 그림에서 대각선의 위쪽에서 대각선으로부터 가장 많이 떨어진 B팀이다.

B팀의 올해 순위는 9이므로 $b=9$

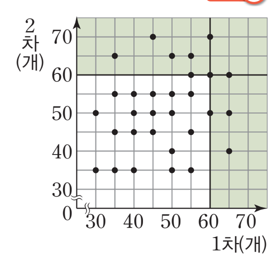
$\therefore a+b=5+9=14$

오답 피하기

순위가 작을수록 순위가 높음에 주의한다.

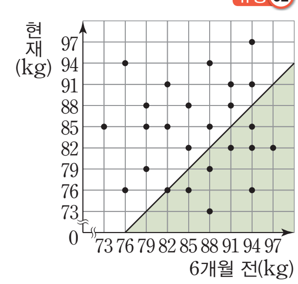
05 답 ④ 유형 01

1차, 2차 시기 중 한번이라도 윗몸일으키기를 60개 이상 하면 실기 성적이 만점이므로 만점인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 11명이다.



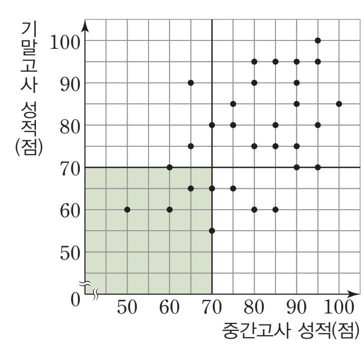
06 답 ④ 유형 02

6개월 동안 6 kg 이상 감량한 참가자를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 9명이므로 전체의



$\frac{9}{25}\times100=36(\%)$

07 답 ② 유형 01

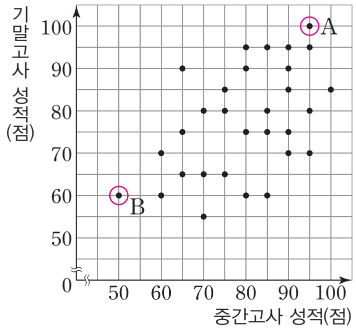


중간고사와 기말고사의 성적이 모두 70점 이하인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

따라서 6명이므로 전체의

$\frac{6}{30}\times100=20(\%)$

08 답 ③ 유형 02



위의 산점도에서 중간고사와 기말고사의 수학 성적의 평균이 가장 높은 학생은 A이고, 중간고사와 기말고사의 수학 성적의 평균이 가장 낮은 학생은 B이다.

(A의 평균)$=\frac{95+100}{2}=97.5$(점)

(B의 평균)$=\frac{50+60}{2}=55$(점)

따라서 두 학생의 평균의 차는

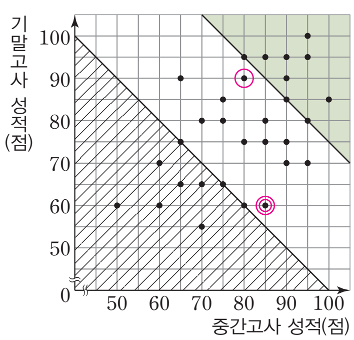
$97.5-55=42.5$(점)

09 답 ④ 유형 02

전체 학생은 총 30명이므로 상반과 하반의 학생은 각각

$30\times\frac{30}{100}=9$(명)이다.

즉, 아래 그림과 같이 상반에 속하는 학생들을 나타내는 점은 색칠한 부분(경계선 포함), 하반에 속하는 학생들을 나타내는 점은 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.



중반에 속하는 학생 중 중간고사와 기말고사 성적의 평균이 가장 높은 학생과 평균이 가장 낮은 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 각각 ○, ◎ 표시한 점이다.

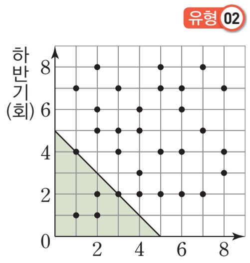
따라서 중반에 속하는 학생 중 평균이 가장 높은 학생의 평균은

$\frac{80+90}{2}=85$(점)

평균이 가장 낮은 학생의 평균은 $\frac{85+60}{2}=72.5$(점)

10 답 ⑤ 유형 02

상반기와 하반기를 합쳐 경고가 5회 이하인 선수를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 5명이다.



11 답 ⑤ 유형 02

A팀과 B팀의 각 경기별 점수를 표로 나타내면 다음과 같다.

A팀(점)	1	2	2	2	2	3	3	4
B팀(점)	10	3	4	10	12	2	6	1

A팀(점)	4	5	7	7	7	7	8	8
B팀(점)	5	1	1	2	3	12	0	1

① A팀과 B팀이 각각 8번씩 이겼으므로 상대전적은 8승 8패이다.

② 득점이 가장 많았던 경기는 A팀이 7점, B팀이 12점 득점한 경기로 B팀이 이겼다.

③ 두 팀의 득점의 합이 8점 이하인 경기는 7경기이다.

④ A팀의 전체 득점의 평균은

$\frac{1+2\times4+3\times2+4\times2+5+7\times4+8\times2}{16}$

$=\frac{72}{16}=4.5$(점)

B팀의 전체 득점의 평균은

$\frac{1\times4+2\times2+3\times2+4+5+6+10\times2+12\times2}{16}$

$=\frac{73}{16}=4.5625$(점)

즉, 전체 득점의 평균은 B팀이 더 높다.

⑤ A팀이 이긴 경기에서 A팀의 득점의 평균은

$\frac{3+4+5+7\times3+8\times2}{8}=\frac{49}{8}=6.125$(점)

B팀이 이긴 경기에서 B팀의 득점의 평균은

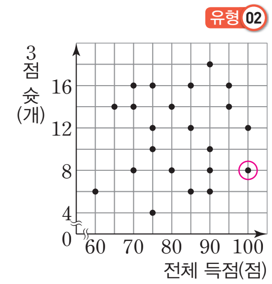
$\frac{3+4+5+6+10\times2+12\times2}{8}=\frac{62}{8}=7.75$(점)

즉, 각 팀이 이긴 경기에서 득점의 평균은 B팀이 더 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 답 ③ 유형 02

전체 득점이 높고, 3점 슛의 개수가 적을수록 2점 슛의 개수가 많아진다. 즉, 오른쪽 산점도에서 ○ 표시한 점이 2점 슛의 개수가 최대인 점이다.



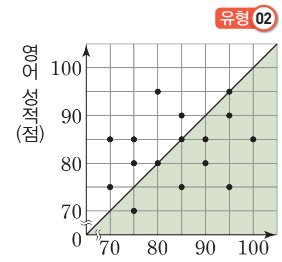
따라서 전체 득점이 100점, 3점 슛의 개수가 8개일 때이므로

(2점 슛의 개수)$=\frac{100-3\times8}{2}=38$(개)

즉, 2점 슛의 최대 개수는 38개이다.

13 답 ⑤ 유형 02

영어 성적보다 수학 성적이 높은 학생들을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.



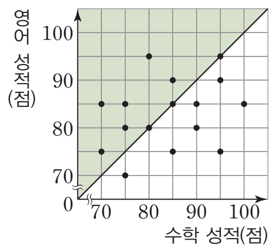
이 부분에 속하는 학생들의 수학 성적의 평균은

$\frac{75+85+90\times2+95\times2+100}{7}$

$=\frac{630}{7}=90$(점)

14 답 ① 유형 02

수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생들을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 이 부분에 속하는 학생들의 영어 성적의 평균은



$\frac{75+80+85\times2+90+95}{6}$

$=\frac{510}{6}=85$(점)

15 답 ④ 유형 03

주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.

①, ⑤ 양의 상관관계

②, ③ 상관관계가 없다.

④ 음의 상관관계

16 답 ① 유형 03

① 음의 상관관계

②, ③, ④, ⑤ 상관관계가 없다.

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

17 답 ② 유형 04

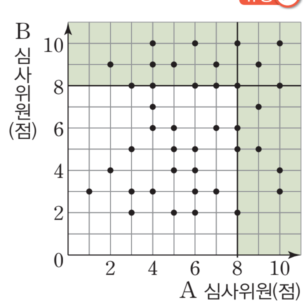
② B는 판매 가격과 판매량이 모두 높은 편이다.

18 답 ③ 유형 04

③ C보다 D가 소득이 더 많다.

19 답 55 % 유형 01

한 명 이상의 심사위원에게 8점 이상을 받은 선수를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 22명이다. ······❶

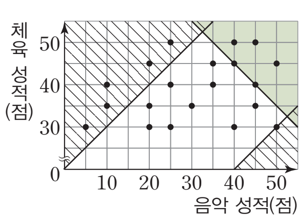


따라서 결승전에 진출하는 선수는 전체의

$\frac{22}{40}\times100=55(\%)$ ······❷

채점 기준	배점
❶ 결승전에 진출하는 선수의 수 구하기	2점
❷ 결승전에 진출하는 선수는 전체의 몇 %인지 구하기	2점

20 답 35 유형 02



두 과목 성적의 합이 85점 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다.

$\therefore a=5$ ······❶

두 과목의 성적의 차가 20점 이상인 학생을 나타내는 점은 앞의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속하므로 6명이다.

따라서 전체의

$\frac{6}{20}\times100=30(\%)$ $\therefore b=30$ ······❷

$\therefore a+b=5+30=35$ ······❸

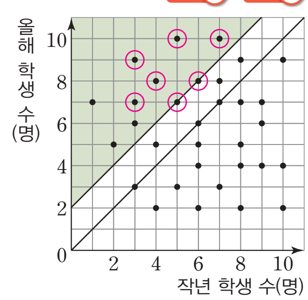
채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	3점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

오답 피하기

두 과목의 성적의 차가 20점 이상인 학생을 구할 때, 음악 성적이 체육 성적보다 20점 이상 높거나 체육 성적이 음악 성적보다 20점 이상 높은 학생을 모두 포함하여 구한다.

21 답 7개 유형 01 + 유형 02

조건 (가)를 만족시키는 동아리를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽(경계선 제외)에 속한다. ······❶



조건 (가), (나)를 동시에 만족시키는 동아리를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. ······❷

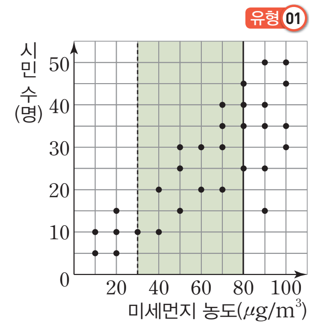
조건 (가), (나), (다)를 동시에 만족시키는 동아리를 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다. ······❸

따라서 조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 점은 7개이므로 활동비를 지원받을 수 있는 동아리는 7개이다. ······❹

채점 기준	배점
❶ 조건 (가)를 만족시키는 점이 속하는 범위 찾기	2점
❷ 조건 (가), (나)를 동시에 만족시키는 점이 속하는 범위 찾기	2점
❸ 조건 (가), (나), (다)를 동시에 만족시키는 점이 속하는 범위 찾기	2점
❹ 지원받을 수 있는 동아리의 수 구하기	1점

22 답 28명 유형 01

미세먼지 상태가 보통인 지역을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(점선 제외, 실선 포함)에 속한다. 즉, 15곳이다. ······❶



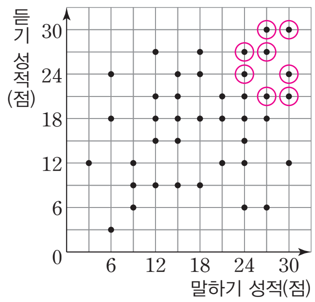
따라서 미세먼지 상태가 보통인 지역에 있는 마스크를 착용한 시민의 수의 평균은

$\frac{10+15+20\times3+25\times2+30\times3+35\times2+40\times2+45}{15}$

$=\frac{420}{15}=28$(명) ······❷

채점 기준	배점
❶ 미세먼지 상태가 보통인 지역의 수 구하기	4점
❷ 마스크를 착용한 시민의 수의 평균 구하기	3점

23 답 24점 유형 02



전체 학생이 40명이므로 상위 20 %에 해당하는 학생은 $40\times\frac{20}{100}=8$(명)이다. ······ ❶

즉, 상위 20 %에 해당하는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 점이므로 말하기, 듣기 시험 성적의 합이 높은 순서대로 8명의 성적을 순서쌍 (말하기 성적, 듣기 성적)으로 나타내면 (30, 30), (27, 30), (27, 27), (30, 24), (24, 27), (30, 21), (24, 24), (27, 21)이다. ······ ❷

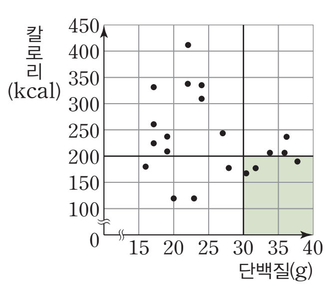
따라서 2차 예선에 진출하려면 말하기, 듣기 시험 성적의 평균이 최소 $\frac{27+21}{2}=\frac{48}{2}=24$(점) 이상이어야 한다. ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 상위 20 %에 해당하는 학생 수 구하기	2점
❷ 8명에 해당하는 학생들의 점수 알기	2점
❸ 평균이 최소 몇 점 이상이어야 하는지 구하기	2점

교과서 속 특이 문제

98쪽~99쪽

01 답 3개

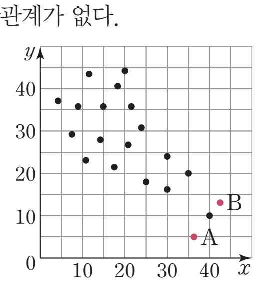


50 g당 단백질 함유량이 15 g 이상, 칼로리가 100 kcal 이하이려면 100 g 당 단백질 함유량이 30 g 이상, 칼로리가 200 kcal 이하여야 한다. 즉, 주어진 조건을 만족하는 부위를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 다이어트에 적합한 부위는 3개이다.

02 답 (1) 상관관계가 없다. (2) 음의 상관관계

(1) 주어진 산점도에서 두 점 A, B를 지우면 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 그 관계가 분명하지 않다. 따라서 x와 y 사이에는 상관관계가 없다.

(2) 기존의 산점도에 주어진 5개의 자료를 추가하면 산점도는 오른쪽 그림과 같다.

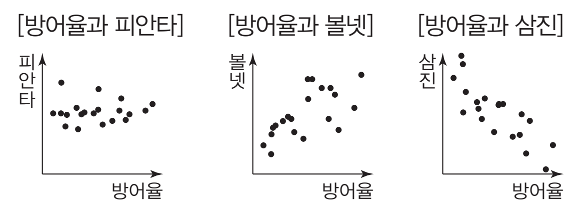


즉, x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 감소하는 관계가 있으므로 두 변량 x, y 사이에는 음의 상관관계가 있다.

03 답 방어율과 피안타 : 상관관계가 없다.
방어율과 볼넷 : 양의 상관관계
방어율과 삼진 : 음의 상관관계

방어율이 증가함에 따라 피안타가 증가하는지 감소하는지 그 관계가 분명하지 않으므로 방어율과 피안타 사이에는 상관관계가 없다.
방어율이 증가함에 따라 볼넷은 대체로 증가하는 경향이 있으므로 방어율과 볼넷 사이에는 양의 상관관계가 있다.
또, 방어율이 증가함에 따라 삼진은 대체로 감소하는 경향이 있으므로 방어율과 삼진 사이에는 음의 상관관계가 있다.

참고 산점도를 그려 보면 다음과 같다.



04 답 ㄹ

ㄱ. 손을 자주 씻을수록 유행성 결막염에 걸릴 확률이 낮아지므로 음의 상관관계가 있다.
ㄴ. 실내 환기를 자주할수록 유행성 결막염에 걸릴 확률이 낮아지므로 음의 상관관계가 있다.
ㄷ. 침구와 베개 커버를 자주 세탁할수록 유행성 결막염에 걸릴 확률이 낮아지므로 음의 상관관계가 있다.
ㄹ. 사람이 많은 장소일수록 유행성 결막염에 걸릴 확률이 높아지므로 양의 상관관계가 있다.
ㅁ. 루테인이 풍부한 녹황색 채소를 자주 먹을수록 유행성 결막염에 걸릴 확률이 낮아지므로 음의 상관관계가 있다.

따라서 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ㄹ이다.

05 답 (1) A 나라 (2) ㄱ

(1) 산점도에서 점들이 한 직선 주위에 몰려 있을수록 상관관계가 강하므로 인구수와 통행량에 대한 상관관계가 가장 강한 나라는 A이다.

(2) 주어진 산점도는 양의 상관관계가 있다.
ㄱ. 양의 상관관계
ㄴ, ㄷ. 상관관계가 없다.
ㄹ. 음의 상관관계
따라서 같은 상관관계가 있는 것은 ㄱ이다.

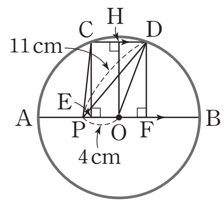
06 답 풀이 참조

아이스크림 판매량과 최고 기온 사이에는 양의 상관관계가 있고 물놀이 사고 건수와 최고 기온 사이에도 양의 상관관계가 있지만, 아이스크림 판매량과 물놀이 사고 건수 사이에 양의 상관관계가 있는지는 알 수 없다. 또, 양의 상관관계가 있다고 해도 아이스크림 판매량과 물놀이 사고 건수 사이에 인과관계가 없기 때문에 아이스크림 판매량을 줄인다고 해서 그 결과로 물놀이 사고 건수가 줄어든다고 볼 수 없다.

고난도 50

102쪽~111쪽

01 답 $\sqrt{73}$ cm



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 두 점 C, D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{CH}=x$ cm라 하면

$\overline{DH}=\overline{CH}=\overline{EO}=\overline{FO}=x$ cm,

$\overline{PF}=4+x$ (cm)

$\triangle$DPF에서 $\overline{DF}^2=11^2-(4+x)^2$

$\triangle$DOF에서 $\overline{DF}^2=9^2-x^2$이므로

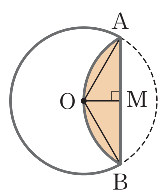
$11^2-(4+x)^2=9^2-x^2$, $8x=24$ $\quad\therefore x=3$

즉, $\overline{DF}=\overline{CE}=6\sqrt{2}$ cm, $\overline{PE}=4-3=1$ (cm)이므로

$\triangle$CEP에서

$\overline{PC}=\sqrt{1^2+(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{73}$ (cm)

02 답 $\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{OA}=10$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times10=5$

$\cos(\angle AOM)=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{1}{2}$이므로

$\angle AOM=60^\circ$

마찬가지 방법으로 $\angle BOM=60^\circ$

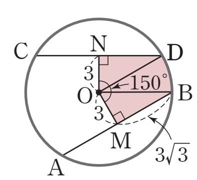
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 OAB의 넓이)$-\triangle$OAB

$=\pi\times10^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}$

03 답 $9\sqrt{3}+3\pi$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\overline{BM}=\overline{DN}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

$\tan(\angle BOM)=\frac{\overline{BM}}{\overline{OM}}=\sqrt{3}$이므로

$\angle BOM=60^\circ$

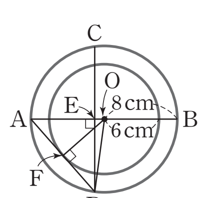
마찬가지 방법으로 $\angle DON=60^\circ$

$\therefore \angle DOB=150^\circ-(60^\circ+60^\circ)=30^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\right)+\pi\times6^2\times\frac{30}{360}=9\sqrt{3}+3\pi$

04 답 $6\sqrt{7}$ cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면

$\overline{OF}\perp\overline{AD}$, $\overline{AF}=\overline{DF}$

$\triangle$AFO에서 $\overline{AF}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$ (cm)

$\therefore \overline{AD}=2\overline{AF}=4\sqrt{7}$ (cm)

$\triangle$OAD에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{OF}=\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times\overline{DE}$이므로

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}\times6=\frac{1}{2}\times8\times\overline{DE}$ $\quad\therefore \overline{DE}=3\sqrt{7}$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=2\overline{DE}=6\sqrt{7}$ (cm)

05 답 3 cm

$\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{BD}+\overline{BF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=9+12+7=28$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BF}=\frac{1}{2}\times28=14$ (cm)이므로

$\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{BD}-\overline{AB}=14-9=5$ (cm)

$\overline{AP}=\overline{AR}=x$ cm라 하면

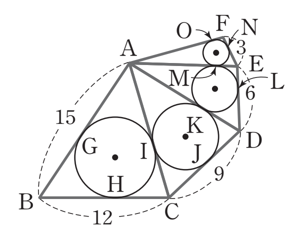
$\overline{BQ}=\overline{BP}=(9-x)$ cm, $\overline{CQ}=\overline{CR}=(7-x)$ cm

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}$이므로

$(9-x)+(7-x)=12$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{RE}=\overline{AE}-\overline{AR}=5-2=3$ (cm)

06 답 9



오른쪽 그림과 같이 네 원과 삼각형의 접점을 각각 G, H, I, J, K, L, M, N, O라 하고

$\overline{AG}=x$라 하면

$\overline{BG}=\overline{BH}=15-x$

$\overline{CH}=\overline{CI}=\overline{CJ}$

$=12-(15-x)$

$=x-3$

$\overline{DJ}=\overline{DK}=\overline{DL}=9-(x-3)=12-x$

$\overline{EL}=\overline{EM}=\overline{EN}=6-(12-x)=x-6$

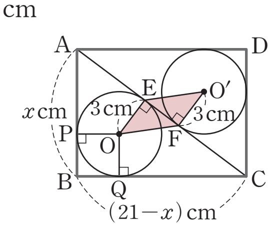
$\overline{FN}=\overline{FO}=3-(x-6)=9-x$

이때 $\overline{AO}=\overline{AM}=\overline{AK}=\overline{AI}=\overline{AG}=x$이므로

$\overline{AF}=\overline{AO}+\overline{FO}=x+(9-x)=9$

07 답 9 cm^2

$\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=(21-x)$ cm



오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 접점을 각각 P, Q라 하면 □PBQO는 정사각형이므로

$\overline{BP}=\overline{BQ}=3$ cm

$\overline{AE}=\overline{AP}=(x-3)$ cm

$\overline{CE}=\overline{CQ}$

$=21-x-3=18-x$ (cm)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AE}+\overline{CE}=(x-3)+(18-x)=15$ (cm)

$\triangle$ABC에서 $15^2=x^2+(21-x)^2$, $x^2-21x+108=0$

$(x-9)(x-12)=0$

$\therefore x=9$ 또는 $x=12$

이때 $\overline{AB}<\overline{BC}$이므로 $x=9$

따라서 $\overline{AE}=9-3=6$ (cm)이고

마찬가지 방법으로 $\overline{CF}=6$ cm이므로

$\overline{EF}=\overline{AC}-(\overline{AE}+\overline{CF})$

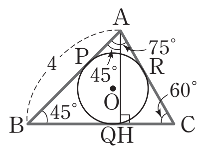
$=15-(6+6)=3$ (cm)

이때 $\triangle$OFE$\equiv\triangle$O′EF(SAS 합동)이므로

□EOFO′$=2\triangle$OFE$=2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)=9$ (cm^2)

08 답 $2+\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BH}=4\cos 45^\circ=2\sqrt{2}$

$\overline{CH}=2\sqrt{2}\tan 30^\circ=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

$\overline{AC}=\dfrac{\frac{2\sqrt{6}}{3}}{\sin 30^\circ}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\overline{BQ}=x$라 하면 $\overline{BP}=\overline{BQ}=x$

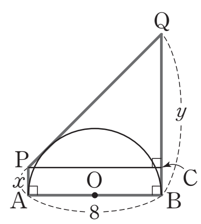
$\overline{AR}=\overline{AP}=4-x$, $\overline{CR}=\overline{CQ}=2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-x$

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$에서 $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=(4-x)+\left(2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-x\right)$

$\therefore x=2+\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

09 답 $x=4(\sqrt{2}-1)$, $y=4(\sqrt{2}+1)$

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{QB}$에 내린 수선의 발을 C라 하면



$\overline{PQ}=x+y$, $\overline{QC}=y-x$, $\overline{PC}=8$

$\overline{PC}\,/\!/\,\overline{AB}$이므로 △PQC에서

$\angle QPC=45^\circ$

$y-x=8\tan 45^\circ=8$ …… ㉠

$x+y=\dfrac{8}{\cos 45^\circ}=8\sqrt{2}$ …… ㉡

㉡－㉠에서 $2x=8\sqrt{2}-8$

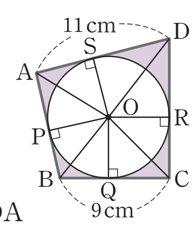
$\therefore x=4\sqrt{2}-4=4(\sqrt{2}-1)$

$\therefore y=x+8=4(\sqrt{2}+1)$

10 답 $(100-25\pi)\,\text{cm}^2$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=11+9=20\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OP}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OR}$, $\overline{OD}$, $\overline{OS}$를 그으면



$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}=\overline{OS}=5\,\text{cm}$

$\therefore$ □ABCD

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\dfrac{5}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\dfrac{5}{2}\times(20+20)=\dfrac{5}{2}\times 40=100\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=□ABCD－(원 O의 넓이)

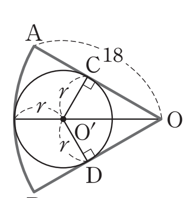
$=100-25\pi\,(\text{cm}^2)$

11 답 12π

부채꼴 AOB의 중심각의 크기를 x라 하면

$54\pi=\pi\times 18^2\times\dfrac{x}{360}$　　$\therefore x=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 원 O′이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$와 접하는 점을 각각 C, D라 하면



△O′OC≡△O′OD (RHS 합동)이므로

$\angle O'OC=\angle O'OD=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이때 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OO'}=18-r$이고 △O′OD에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{O'D}}{\overline{OO'}}=\dfrac{r}{18-r}=\dfrac{1}{2}$, $2r=18-r$　　$\therefore r=6$

따라서 원 O′의 둘레의 길이는 $2\pi\times 6=12\pi$

12 답 $\dfrac{40}{13}$

$\overline{CP}=\overline{CA}=5$, $\overline{DP}=\overline{DB}=8$

$\angle CAB=\angle DBA=90^\circ$이므로 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{BD}$이다.

△AQC와 △DQB에서

$\angle ACQ=\angle DBQ$(엇각), $\angle CAQ=\angle BDQ$(엇각)

이므로 △AQC∽△DQB (AA 닮음)

$\therefore \overline{CQ}:\overline{BQ}=\overline{AC}:\overline{DB}=5:8$

△CPQ와 △CDB에서

$\overline{CQ}:\overline{CB}=\overline{CP}:\overline{CD}=5:13$, ∠BCD는 공통

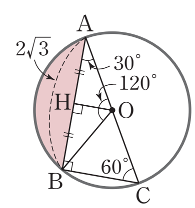
이므로 △CPQ∽△CDB (SAS 닮음)

따라서 $\overline{PQ}:\overline{DB}=5:13$이므로 $\overline{PQ}=\dfrac{5}{13}\overline{DB}=\dfrac{40}{13}$

13 답 $\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

조건 ㈎에서 $\angle ABC=90^\circ$이므로 $\angle CAB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

직각삼각형 OAH에서

$\overline{OA}=\dfrac{\overline{AH}}{\cos 30^\circ}=\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2$

$\overline{OH}=\overline{AH}\tan 30^\circ=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=1$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 OAB의 넓이)－△OAB

$=\pi\times 2^2\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1$

$=\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

14 답 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ cm

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=\widehat{EA}$이므로

$\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\dfrac{1}{5}$　　$\therefore \angle ACB=180^\circ\times\dfrac{1}{5}=36^\circ$

$\widehat{CDE}$의 길이는 원주의 $\dfrac{2}{5}$　　$\therefore \angle CBE=180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$

△BCF에서

$\angle CFB=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$이므로 $\overline{BC}=\overline{CF}$

△ABC와 △AFB에서 ∠BAC는 공통, $\angle ACB=\angle ABF$

이므로 △ABC∽△AFB (AA 닮음)

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{FC}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AB}$이므로 $x:1=(1+x):x$

$x^2=1+x$, $x^2-x-1=0$　　$\therefore x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

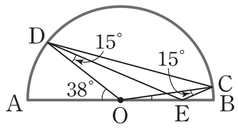
이때 $x>0$이므로 $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \overline{FC}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ cm

15 답 8°

$\triangle$DOE에서

$\angle \mathrm{OED}=38^\circ-15^\circ=23^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{DC}}$를 그으면

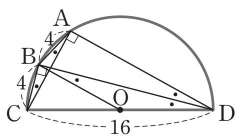
$\triangle$OCD에서 $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$이고

$\angle \mathrm{OCE}=\angle \mathrm{ODE}=15^\circ$에서 네 점 D, O, E, C는 한 원 위에 있으므로 $\angle \mathrm{ODC}=\angle \mathrm{OCD}=\angle \mathrm{OED}=23^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{COD}=180^\circ-(23^\circ+23^\circ)=134^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{COE}=180^\circ-(38^\circ+134^\circ)=8^\circ$

16 답 14



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BO}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면 $\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{CBD}=90^\circ$

$\triangle$BCD에서 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{16^2-4^2}=4\sqrt{15}$

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{BC}}$

$\therefore\ \angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{BDC}=\angle \mathrm{BAC}$

$\triangle$BOD에서 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OD}}$이므로 $\angle \mathrm{OBD}=\angle \mathrm{ODB}$

즉, $\angle \mathrm{BCA}=\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{ODB}=\angle \mathrm{OBD}$이므로

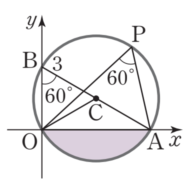
$\triangle \mathrm{ABC}\backsim\triangle \mathrm{BOD}$ (AA 닮음)

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BO}}=\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BD}}$이므로

$4:8=\overline{\mathrm{AC}}:4\sqrt{15}$, $8\overline{\mathrm{AC}}=16\sqrt{15}$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=2\sqrt{15}$

따라서 $\triangle$ACD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{16^2-(2\sqrt{15})^2}=14$

17 답 $3\pi-\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AB}}$는 원의 지름이다.

$\angle \mathrm{OBA}=\angle \mathrm{OPA}=60^\circ$이고

$\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{\overline{\mathrm{BO}}}{\cos 60^\circ}=\dfrac{3}{\cos 60^\circ}=6$이므로

원 C의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$

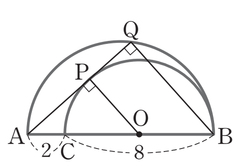
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 COA의 넓이) $-\triangle$COA

$=\pi\times 3^2\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=3\pi-\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

18 답 $\dfrac{10\sqrt{5}}{3}$



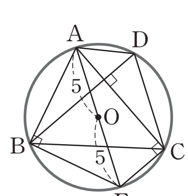
오른쪽 그림과 같이 작은 반원의 중심을 O라 하고 $\overline{\mathrm{PO}}$, $\overline{\mathrm{QB}}$를 그으면

$\triangle$AOP에서 $\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

이때 $\triangle \mathrm{AOP}\backsim\triangle \mathrm{ABQ}$ (AA 닮음)이므로 $\overline{\mathrm{AO}}:\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{AQ}}$

$6:10=2\sqrt{5}:\overline{\mathrm{AQ}}$, $6\overline{\mathrm{AQ}}=20\sqrt{5}$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{AQ}}=\dfrac{10\sqrt{5}}{3}$

19 답 100



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AO}}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 E라 하고, $\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$를 그으면 $\angle \mathrm{ACE}=90^\circ$

즉, $\overline{\mathrm{BD}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{EC}}$이므로

$\angle \mathrm{BCE}=\angle \mathrm{DBC}$ (엇각)

이때 $\widehat{\mathrm{BE}}$와 $\widehat{\mathrm{CD}}$의 원주각의 크기가 같으므로

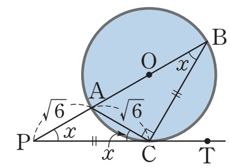
$\widehat{\mathrm{BE}}=\widehat{\mathrm{CD}}$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CD}}$

또, $\triangle$ABE에서 $\angle \mathrm{ABE}=90^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BE}}^2=\overline{\mathrm{AE}}^2=10^2=100$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BE}}^2=100$

20 답 6π



$\triangle$BPC에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{PC}}$이므로

$\angle \mathrm{BPC}=\angle \mathrm{PBC}=\angle x$라 하자.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면

$\angle \mathrm{ACP}=\angle \mathrm{ABC}=\angle x$이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{6}$

$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$이므로

$\triangle$BPC에서 $\angle x+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$

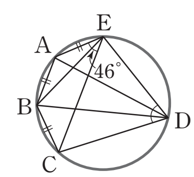
$3\angle x=90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=30^\circ$

직각삼각형 BAC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 30^\circ}=2\sqrt{6}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{6}$이므로 구하는 넓이는

$\pi\times(\sqrt{6})^2=6\pi$

21 답 69°



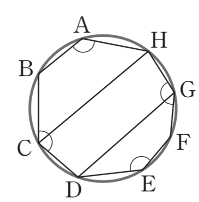
오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면

$\angle \mathrm{AEB}=\angle \mathrm{BEC}=\dfrac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{D}=\angle \mathrm{EDA}+\angle \mathrm{ADB}+\angle \mathrm{BDC}$

$\qquad=3\times 23^\circ=69^\circ$

22 답 540°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{DG}}$를 그으면

□ABCH, □CDGH, □DEFG가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{BCH}=180^\circ$

$\angle \mathrm{HCD}+\angle \mathrm{DGH}=180^\circ$

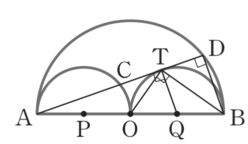
$\angle \mathrm{DGF}+\angle \mathrm{E}=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}+\angle \mathrm{E}+\angle \mathrm{G}$

$\quad=\angle \mathrm{A}+(\angle \mathrm{BCH}+\angle \mathrm{HCD})+(\angle \mathrm{DGH}+\angle \mathrm{DGF})+\angle \mathrm{E}$

$\quad=180^\circ\times 3=540^\circ$

23 답 $\sqrt{2}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{TO}}$, $\overline{\mathrm{TQ}}$, $\overline{\mathrm{TB}}$, $\overline{\mathrm{DB}}$를 그으면

$\angle \mathrm{ATQ}=\angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{OTB}=90^\circ$

두 반원 P, Q의 반지름의 길이를 a라 하면

$\triangle \mathrm{ATQ}\backsim\triangle \mathrm{ADB}$ (AA 닮음)이고

$\overline{\mathrm{AQ}}=3a$, $\overline{\mathrm{TQ}}=a$, $\overline{\mathrm{BA}}=4a$, $\overline{\mathrm{DB}}=\dfrac{4}{3}a$, $\overline{\mathrm{AT}}=2\sqrt{2}a$이므로

$\overline{\mathrm{DT}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a$

이때 $\overline{\mathrm{TD}}$는 반원 Q의 접선이므로 $\angle \mathrm{BOT}=\angle \mathrm{BTD}$

$\therefore\ \dfrac{\overline{\mathrm{BT}}}{\overline{\mathrm{OT}}}=\tan(\angle \mathrm{BOT})$

$\qquad=\tan(\angle \mathrm{BTD})=\dfrac{\overline{\mathrm{DB}}}{\overline{\mathrm{DT}}}=\sqrt{2}$

24 답 6개

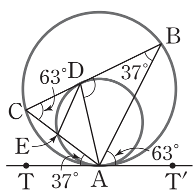
(ⅰ) 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$인 경우
$\angle ADH=\angle AFH=90°$, $\angle BDH=\angle BEH=90°$, $\angle CEH=\angle CFH=90°$이므로 □ADHF, □DBEH, □FHEC의 3개

(ⅱ) 한 변에 대해 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같은 경우
$\angle AFB=\angle AEB$, $\angle ADC=\angle AEC$, $\angle BDC=\angle BFC$이므로 □ABEF, □ADEC, □DBCF의 3개

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 원에 내접하는 사각형은 6개이다.

25 답 $103°$

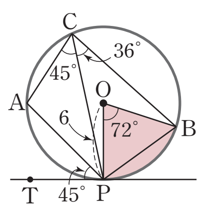
$\angle CAT=\angle CBA=37°$
$\angle BCA=\angle BAT'=63°$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 작은 원이 만나는 점을 E라 하고 $\overline{DE}$를 그으면



$\angle ADE=\angle CAT=37°$
$\angle DAE=\angle CDE=\angle x$라 하면
$\triangle ACD$에서 $63°+(37°+\angle x)+\angle x=180°$ $\quad\therefore \angle x=40°$
$\therefore \angle BDA=180°-(37°+40°)=103°$

26 답 $\dfrac{36}{5}\pi$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$를 그으면
$\angle ACP=\angle APT=45°$
$\angle PCB=81°-45°=36°$이므로
$\angle POB=2\times 36°=72°$
따라서 부채꼴 OPB의 넓이는



$\pi\times 6^2\times\dfrac{72}{360}=\dfrac{36}{5}\pi$

27 답 $84°$

$\angle BDC=\angle BCE=32°$
$\triangle BCD$에서 $\overline{BD}$가 지름이므로 $\angle BCD=90°$
$\therefore \angle CBD=90°-32°=58°$
$\angle CAD=\angle CBD=58°$, $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로 $\angle ACE=58°$ (엇각)
$\therefore \angle ACB=58°-32°=26°$
따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle DPC=58°+26°=84°$

28 답 $\angle x=57°$, $\angle y=54°$, $\angle z=111°$

$\angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180°-66°)=57°$
$\therefore \angle x=\angle PBA=57°$
또, $\angle DCB=\angle DEB=90°$이므로
$\angle DCF=90°-57°=33°$
따라서 $\triangle DFC$에서 $\angle y=21°+33°=54°$이므로
$\triangle FGC$에서 $\angle z=\angle x+\angle y=57°+54°=111°$

29 답 $3:4$

남학생 수를 m, 여학생 수를 n이라 하면
전체 학생이 매긴 평점의 평균이 7.9점이므로
$\dfrac{7.5m+8.2n}{m+n}=7.9$
$7.9m+7.9n=7.5m+8.2n$, $0.4m=0.3n$
$4m=3n$ $\quad\therefore m:n=3:4$
따라서 남학생 수와 여학생 수의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내면 $3:4$이다.

30 답 8

변량이 8개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 4번째와 5번째 변량의 평균이다. 중앙값이 6이므로 세 수 a, b, c 중 하나는 6이다.
또, 최빈값이 9이려면 세 수 a, b, c 중 두 수가 9이어야 한다.
따라서 세 수 a, b, c의 평균은
$\dfrac{6+9+9}{3}=\dfrac{24}{3}=8$

31 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. 주어진 변량 중 10이 3개이고 나머지는 모두 하나씩이므로 어떤 한 개의 변량이 추가되어도 최빈값은 10으로 변하지 않는다.
ㄴ. 주어진 변량의 평균은
$\dfrac{10+13+7+15+10+11+5+8+10+9}{10}=\dfrac{98}{10}=9.8$
따라서 추가하는 변량이 9.8인 경우에 평균은 변하지 않는다.
ㄷ. 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 13, 15
한 개의 변량을 추가하면 변량이 11개이므로 크기순으로 나열했을 때, 6번째 변량이 중앙값이 된다. 이때 중앙값은 추가하는 변량의 값에 관계없이 10이므로 중앙값은 변하지 않는다.

따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

32 답 140 cm, 155 cm

새로 들어온 학생의 키를 x cm라 하면
5명의 키의 평균은
$\dfrac{150+152+158+160+x}{5}=\dfrac{620+x}{5}$ (cm)

(ⅰ) $x<152$인 경우
중앙값이 152 cm이므로
$\dfrac{620+x}{5}=152$, $620+x=760$ $\quad\therefore x=140$

(ⅱ) $152\le x\le 158$인 경우
중앙값이 x cm이므로
$\dfrac{620+x}{5}=x$, $5x=620+x$, $4x=620$ $\quad\therefore x=155$

(ⅲ) $x>158$인 경우
중앙값이 158 cm이므로
$\dfrac{620+x}{5}=158$, $620+x=790$ $\quad\therefore x=170$
이때 모든 학생의 키가 170 cm보다 작으므로 새로 들어온 학생의 키로 가능한 값은 140 cm, 155 cm이다.

33 답 6, 7

주어진 자료에서 x를 제외한 나머지 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 6, 7, 9 → 중앙값 : a
3, 5, 9, 10 → 중앙값 : b
3, 6, 8, 10 → 중앙값 : c
(i) $1\le x\le 5$이면 $a=6,\ b=5,\ c=6$
(ii) $x=6$이면 $a=6,\ b=6,\ c=6$
(iii) $x=7$이면 $a=7,\ b=7,\ c=7$
(iv) $x=8$이면 $a=7,\ b=8,\ c=8$
(v) $x\ge 9$이면 $a=7,\ b=9,\ c=8$
(i)~(v)에서 $a=b=c$를 만족시키는 x의 값은 6, 7이다.

34 답 12

소희가 한 윗몸일으키기를 x개라 하면 각 학생들이 한 윗몸일으키기 개수는 차례대로 $x-4,\ x-6,\ x,\ x+3,\ x+2$이다.
5명의 윗몸일으키기 개수의 평균은

$$\frac{(x-4)+(x-6)+x+(x+3)+(x+2)}{5}=x-1$$

이므로 각각의 편차는 −3개, −5개, 1개, 4개, 3개이다.

$$\therefore\ (\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-5)^2+1^2+4^2+3^2}{5}=\frac{60}{5}=12$$

35 답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$점

학생 D의 편차를 d점이라 하면 편차의 총합은 0이므로
$(-2)+1+3+d=0,\ 2+d=0\qquad \therefore\ d=-2$
또, 두 학생 E, F의 점수가 2점 차이이므로 E, F의 점수를 각각 x점, $(x+2)$점 또는 $(x+2)$점, x점으로 놓을 수 있다.
4명의 학생 A, B, C, D의 점수의 평균을 m점이라 하면 A, B, C, D의 점수는 각각 $(m-2)$점, $(m+1)$점, $(m+3)$점, $(m-2)$점이고 6명의 학생 A, B, C, D, E, F의 평균은 $0.8m$점이므로

$$\frac{4m+x+x+2}{6}=0.8m$$

$$\therefore\ x=0.4m-1=\frac{2}{5}m-1$$

이때 6명이 얻은 점수는 모두 한 자리의 자연수이므로
$m=5$
즉, 6명의 학생의 점수는 각각 3점, 6점, 8점, 3점, 1점, 3점이다.
(6명의 점수의 평균)$=0.8m=0.8\times5=4$(점)이므로
6명의 점수의 분산은

$$\frac{(-1)^2+2^2+4^2+(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$$

$$\therefore\ (\text{표준편차})=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\ (\text{점})$$

36 답 71.2

편차의 총합은 0이므로

$$(3x^2-x+2)+(x-3)+(-2x-5)+(-7x+5)+(-2x^2+4x+7)=0$$

$x^2-5x+6=0,\ (x-2)(x-3)=0$
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=3$
이때 $x<3$이므로 $x=2$
각 변량에 대한 편차는 다음과 같다.

변량	A	B	C	D	E
편차	12	−1	−9	−9	7

$$\therefore\ (\text{분산})=\frac{12^2+(-1)^2+(-9)^2+(-9)^2+7^2}{5}=\frac{356}{5}=71.2$$

37 답 $\sqrt{2}$

$x,\ 5,\ 8,\ 2,\ y$의 평균이 5이므로

$$\frac{x+5+8+2+y}{5}=5\qquad \therefore\ x+y=10$$

분산이 4이므로

$$\frac{(x-5)^2+(5-5)^2+(8-5)^2+(2-5)^2+(y-5)^2}{5}=4$$

$(x-5)^2+(y-5)^2+18=20,\ x^2+y^2-10(x+y)+68=20$
$x^2+y^2-10\times10+68=20\qquad \therefore\ x^2+y^2=52$
이때 $x,\ y,\ 7,\ 3,\ 5$의 평균은

$$\frac{x+y+7+3+5}{5}=\frac{10+15}{5}=5\text{이므로}$$

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(7-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2}{5}\\&=\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+8}{5}\\&=\frac{x^2+y^2-10(x+y)+58}{5}\\&=\frac{52-10\times10+58}{5}=\frac{10}{5}=2\end{aligned}$$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{2}$이다.

38 답 6

자료 6개의 변량에 대해 평균이 10에서 9로 1만큼 작아졌으므로 변량 중 하나를 6만큼 크게 본 것이다.
즉, 제대로 본 값은 $13-6=7$이다.
잘못 보고 구한 6개의 변량을 $13,\ a,\ b,\ c,\ d,\ e$라 하면
평균이 10이므로 $\frac{13+a+b+c+d+e}{6}=10$
$\therefore\ a+b+c+d+e=47$
또, 분산이 7이므로

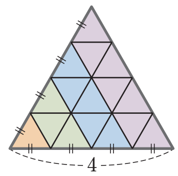
$$\frac{(13-10)^2+(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2}{6}=7$$

$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-20(a+b+c+d+e)+5\times10^2+9=42$
$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-20\times47+509=42$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=473$
따라서 제대로 본 6개의 변량은 $7,\ a,\ b,\ c,\ d,\ e$이고 평균이 9이므로

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{(7-9)^2+(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2+(d-9)^2+(e-9)^2}{6}\\&=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-18(a+b+c+d+e)+5\times9^2+4}{6}\\&=\frac{473-18\times47+405+4}{6}\\&=\frac{36}{6}=6\end{aligned}$$

39 답 $\frac{15}{16}$

오른쪽 그림과 같이 선을 그어 각 조각을 작은 정삼각형으로 나누면 작은 정삼각형 하나의 넓이는



$\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 60^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

즉, 4개의 조각의 넓이는 차례대로

$\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\frac{3\sqrt{3}}{4}$, $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, $\frac{7\sqrt{3}}{4}$이므로

$$(\text{평균})=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{5\sqrt{3}}{4}+\frac{7\sqrt{3}}{4}}{4}=\sqrt{3}$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{1}{4}\times\left\{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{7\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{4}\times\left(\frac{27}{16}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}+\frac{27}{16}\right)=\frac{15}{16}$$

40 답 $y=z<x$

자료 B, C는 모두 변량이 5개이고, 각 변량끼리의 차가 2이므로 분산이 서로 같다. 또, 자료 A는 각 변량끼리의 차가 2로 같지만 변량이 10개로 더 많이 흩어져 있기 때문에 분산이 더 크다.

$\therefore y=z<x$

다른 풀이

각 자료의 분산을 직접 구해 보면 다음과 같다.

$(\text{A의 평균})=\frac{2+4+\cdots+18+20}{10}=11$이므로

$(\text{A의 분산})=\frac{(-9)^2+(-7)^2+\cdots+7^2+9^2}{10}=33$

$\therefore x=33$

$(\text{B의 평균})=\frac{2+4+6+8+10}{5}=6$이므로

$(\text{B의 분산})=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=8$

$\therefore y=8$

$(\text{C의 평균})=\frac{12+14+16+18+20}{5}=16$이므로

$(\text{C의 분산})=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=8$

$\therefore z=8$

따라서 x, y, z의 대소 관계는 $y=z<x$

41 답 $\sqrt{6}$점

A반과 B반의 체육 수행 평가 성적의 평균이 8점으로 같으므로 두 반 전체 학생의 평균도 8점이다.

A반 학생 20명의 표준편차가 3점이므로 (분산)$=3^2=9$이다.

즉, A반 학생의 (편차)^{2}의 총합은 $20\times9=180$

B반 학생 15명의 표준편차가 $\sqrt{2}$점이므로 (분산)$=(\sqrt{2})^2=2$이다.

즉, B반 학생의 (편차)^{2}의 총합은 $15\times2=30$

$\therefore$ (전체 학생의 분산)$=\frac{180+30}{20+15}=\frac{210}{35}=6$

따라서 두 반 전체 학생의 표준편차는 $\sqrt{6}$점이다.

42 답 29

남학생 3명의 일주일 동안의 하루 핸드폰 사용 시간을 각각 x_1시간, x_2시간, x_3시간이라 하고 여학생 3명의 일주일 동안의 하루 핸드폰 사용 시간을 각각 y_1시간, y_2시간, y_3시간이라 하자.

남학생의 핸드폰 사용 시간의 평균이 3시간이므로

$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=3 \qquad \therefore x_1+x_2+x_3=9$

분산이 5이므로

$\frac{(x_1-3)^2+(x_2-3)^2+(x_3-3)^2}{3}=5$

$x_1^2+x_2^2+x_3^2-6(x_1+x_2+x_3)+27=15$

$x_1^2+x_2^2+x_3^2-6\times9+27=15$

$\therefore x_1^2+x_2^2+x_3^2=42$

여학생의 핸드폰 사용 시간의 평균이 5시간이므로

$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=5 \qquad \therefore y_1+y_2+y_3=15$

분산이 3이므로

$\frac{(y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2}{3}=3$

$y_1^2+y_2^2+y_3^2-10(y_1+y_2+y_3)+75=9$

$y_1^2+y_2^2+y_3^2-10\times15+75=9$

$\therefore y_1^2+y_2^2+y_3^2=84$

$\therefore m=\frac{x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3}{6}=\frac{9+15}{6}=\frac{24}{6}=4$

$n=\frac{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2+(y_1-4)^2+(y_2-4)^2+(y_3-4)^2}{6}$

이때

$(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2$

$=x_1^2+x_2^2+x_3^2-8(x_1+x_2+x_3)+48$

$=42-8\times9+48=18$

이고

$(y_1-4)^2+(y_2-4)^2+(y_3-4)^2$

$=y_1^2+y_2^2+y_3^2-8(y_1+y_2+y_3)+48$

$=84-8\times15+48=12$

이므로

$n=\frac{18+12}{6}=5$

$\therefore m+n^2=4+5^2=4+25=29$

43 답 $\sqrt{47.5}$ kg

유찬이네 반 남학생을 a명, 여학생을 b명이라 하면

전체 학생 수가 50이므로 $a+b=50$ ······ ㉠

전체 학생의 몸무게의 평균이 56 kg이므로 $62a+50b=56\times50$

$\therefore 31a+25b=1400$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=25$, $b=25$

남학생 25명의 몸무게를 각각 x_1, x_2, $\cdots$, x_{25}(kg)라 하고 여학생 25명의 몸무게를 각각 y_1, y_2, $\cdots$, y_{25}(kg)라 하자.

$x_1+x_2+\cdots+x_{24}+x_{25}=62\times25=1550$

$y_1+y_2+\cdots+y_{24}+y_{25}=50\times25=1250$

남학생의 몸무게의 분산이 15이므로

$\frac{(x_1-62)^2+(x_2-62)^2+\cdots+(x_{25}-62)^2}{25}=15$

$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{25}^2-124(x_1+x_2+\cdots+x_{25})+25\times62^2$
$=25\times15$
$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{25}^2-124\times1550+96100=375$
$\therefore\ x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{25}^2=96475$
여학생의 몸무게의 분산이 8이므로
$\dfrac{(y_1-50)^2+(y_2-50)^2+\cdots+(y_{25}-50)^2}{25}=8$
$y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{25}^2-100(y_1+y_2+\cdots+y_{25})+25\times50^2=25\times8$
$y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{25}^2-100\times1250+62500=200$
$\therefore\ y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{25}^2=62700$
전체 50명의 평균이 56 kg이므로
남학생의 (편차)^{2}의 총합은
$(x_1-56)^2+(x_2-56)^2+\cdots+(x_{25}-56)^2$
$=(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{25}^2)-112(x_1+x_2+\cdots+x_{25})+25\times56^2$
$=96475-112\times1550+25\times56^2=1275$
여학생의 (편차)^{2}의 총합은
$(y_1-56)^2+(y_2-56)^2+\cdots+(y_{25}-56)^2$
$=(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{25}^2)-112(y_1+y_2+\cdots+y_{25})+25\times56^2$
$=62700-112\times1250+25\times56^2=1100$
이므로
(전체 학생의 분산)$=\dfrac{1275+1100}{50}=\dfrac{2375}{50}=47.5$
$\therefore$ (전체 학생의 표준편차)$=\sqrt{47.5}$ (kg)

44 답 321
모서리의 길이의 평균이 9이므로
$\dfrac{4(a+b+c)}{12}=9\qquad\therefore\ a+b+c=27$
표준편차가 $\sqrt{26}$이므로 (분산)$=(\sqrt{26})^2=26$에서
$\dfrac{4\{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2\}}{12}=26$
$a^2+b^2+c^2-18(a+b+c)+3\times9^2=78$
$a^2+b^2+c^2-18\times27+243=78$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=321$

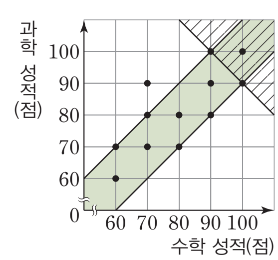
45 답 B 학생
두 학생이 화살을 쏜 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

	6점	7점	8점	9점	10점
A 학생(번)	2	3	0	3	2
B 학생(번)	2	0	5	2	1

(A 학생의 점수의 평균)
$=\dfrac{6\times2+7\times3+8\times0+9\times3+10\times2}{10}=\dfrac{80}{10}=8$(점)
(B 학생의 점수의 평균)
$=\dfrac{6\times2+7\times0+8\times5+9\times2+10\times1}{10}=\dfrac{80}{10}=8$(점)
즉, 두 학생의 평균이 같으므로 점수가 고른 학생을 대표 선수로 뽑아야 한다.
(A 학생의 점수의 분산)
$=\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times3+1^2\times3+2^2\times2}{10}$
$=\dfrac{22}{10}=2.2$
(B 학생의 점수의 분산)
$=\dfrac{(-2)^2\times2+1^2\times2+2^2\times1}{10}=\dfrac{14}{10}=1.4$
따라서 분산이 더 작은 B 학생이 대표 선수로 적합하다.

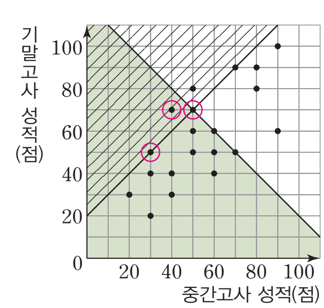
46 답 평균 : 13, 표준편차 : 6
$a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 5이므로
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$
$\therefore\ a+b+c+d=20$
$a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차가 3이므로
$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3^2$
$a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100=36$
$a^2+b^2+c^2+d^2-10\times20+100=36$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2+d^2=136$
따라서 네 변량 $3+2a,\ 3+2b,\ 3+2c,\ 3+2d$에서
(평균)
$=\dfrac{(3+2a)+(3+2b)+(3+2c)+(3+2d)}{4}$
$=\dfrac{12+2(a+b+c+d)}{4}=\dfrac{52}{4}=13$
(분산)
$=\dfrac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$
$=\dfrac{4(a^2+b^2+c^2+d^2)-40(a+b+c+d)+400}{4}$
$=\dfrac{4\times136-40\times20+400}{4}=36$
(표준편차)$=\sqrt{36}=6$

47 답 서로 같다.
조건 ㈎를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.
조건 ㈏를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.



즉, 조건 ㈎, ㈏를 동시에 만족시키는 학생들의 성적을 순서쌍 (수학 성적, 과학 성적)으로 나타내면 (90, 100), (100, 90), (100, 100)이다.
이때 수학 성적과 과학 성적이 각각의 평균에서 떨어진 정도가 같으므로 분산은 서로 같다.

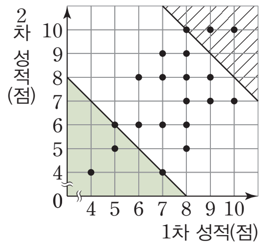
48 답 15 %
조건 ㈎를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 조건 ㈏를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.



따라서 조건 ㈎, ㈏를 동시에 만족시키는 학생은 3명이므로 전체의 $\dfrac{3}{20}\times100=15$(%)

49 답 A 그룹 : 19점, $\frac{2}{3}$, B 그룹 : 10점, $\frac{3}{2}$, C 그룹 : 15점, $\frac{34}{13}$

상위 15%에 속하는 학생 수는 $\frac{15}{100}\times 20=3$이므로 A 그룹에 속하는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.



A 그룹에 속하는 학생들의 성적을 순서쌍 (1차 성적, 2차 성적)으로 나타내면 (8, 10), (9, 10), (10, 10)이므로

$$(\text{A 그룹의 총점의 평균})=\frac{18+19+20}{3}=\frac{57}{3}=19(\text{점})$$

$$(\text{A 그룹의 총점의 분산})=\frac{(-1)^2+0^2+1^2}{3}=\frac{2}{3}$$

하위 20%에 속하는 학생 수는 $\frac{20}{100}\times 20=4$이므로 B 그룹에 속하는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

B 그룹에 속하는 학생들의 성적을 순서쌍 (1차 성적, 2차 성적)으로 나타내면 (4, 4), (5, 5), (5, 6), (7, 4)이므로

$$(\text{B 그룹의 총점의 평균})=\frac{8+10+11+11}{4}=\frac{40}{4}=10(\text{점})$$

$$(\text{B 그룹의 총점의 분산})=\frac{(-2)^2+0^2+1^2+1^2}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

C 그룹에 속하는 학생들의 성적을 순서쌍 (1차 성적, 2차 성적)으로 나타내면

(6, 6), (6, 8), (7, 6), (7, 8), (7, 9), (8, 5), (8, 6), (8, 7), (8, 8), (8, 9), (9, 7), (9, 8), (10, 7)이므로

(C 그룹의 총점의 평균)

$$=\frac{12+14+13+15+16+13+14+15+16+17+16+17+17}{13}$$

$$=\frac{195}{13}=15(\text{점})$$

(C 그룹의 총점의 분산)

$$=\frac{1}{13}\{(-3)^2+(-1)^2+(-2)^2+0^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2+1^2+2^2+2^2\}$$

$$=\frac{34}{13}$$

50 답 ㄱ, ㄹ, ㅅ

ㄱ. 두 산점도 모두 양의 상관관계를 나타내므로 가계 소득액이 큰 가구가 대체로 지출액도 크다.

ㄴ. 가계 소득액과 지출액 사이의 관계는 양의 상관관계이지만 물건 가격과 소비량 사이의 관계는 음의 상관관계이다.

ㄷ. 주어진 산점도를 가지고 A 회사와 B 회사의 가계 소득액의 평균을 알 수 없다.

ㄹ. A 회사보다 B 회사의 상관관계가 약하므로 B 회사의 가계 지출액의 분산이 더 크다.

ㅁ. f는 소득액 대비 지출액의 비율이 d보다 낮다.

ㅂ. 주어진 산점도를 가지고 저축액을 알 수 없다.

ㅅ. b는 c보다 가계 소득에 비해 지출을 적게 하는 편이다.

ㅇ. B 회사 직원 중 d보다 가계 소득액이 적은 사람이 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅅ이다.

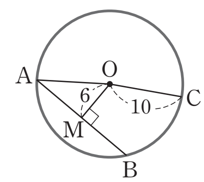
기말고사 대비 실전 모의고사 1회

112쪽~115쪽

01 ④	02 ⑤	03 ④	04 ②	05 ④
06 ③	07 ②	08 ④	09 ④	10 ②
11 ④, ⑤	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ④	18 ②	19 $4\sqrt{7}$ cm	20 70°
21 $a=7$, $b=15$		22 2시간	23 171.25점	

01 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=10$이므로

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 8=16$

02 답 ⑤

$\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$

$=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{CE}+\overline{AC})$

$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$

즉, $7+8+9=2\overline{AD}$이므로 $2\overline{AD}=24$

$\therefore \overline{AD}=12\,(\text{cm})$

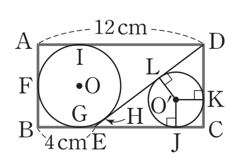
03 답 ④

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$8+\overline{DC}=6+11 \qquad \therefore \overline{DC}=9$

04 답 ②

오른쪽 그림과 같이 접점을 각각 F, G, H, I, J, K, L이라 하고 원 O의 반지름의 길이를 R cm, 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{DH}=\overline{DI}=(12-R)$ cm, $\overline{EH}=\overline{EG}=(4-R)$ cm이므로

$\overline{DE}=(12-R)+(4-R)=16-2R\,(\text{cm})$

△DEC에서 $(16-2R)^2=(2R)^2+8^2$

$64R=192 \qquad \therefore R=3$

즉, $\overline{DE}=10$ cm, $\overline{DC}=6$ cm이므로

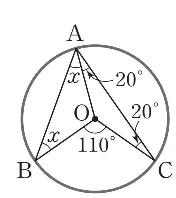
$\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 10\times r+\frac{1}{2}\times 8\times r+\frac{1}{2}\times 6\times r$에서

$12r=24 \qquad \therefore r=2$

따라서 두 원의 반지름의 길이의 합은 $3+2=5\,(\text{cm})$

05 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle OAB=\angle OBA=\angle x$

$\angle OAC=\angle OCA=20°$

$\angle A=\frac{1}{2}\times 110°=55°$이므로

$55°=\angle x+20° \qquad \therefore \angle x=35°$

06 답 ③

$\angle CAB=90°\times\frac{1}{3}=30°$이므로

$\overline{AC}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BC}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$6+3+3\sqrt{3}=9+3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

07 답 ②

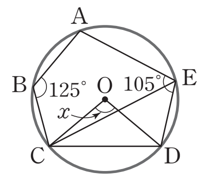
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle AEC=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle CED=2\times(105^\circ-55^\circ)$

$=100^\circ$



08 답 ④

$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle B+44^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로 $\angle QDC=\angle B$

$\triangle CQD$에서 $(\angle B+44^\circ)+36^\circ+\angle B=180^\circ$

$2\angle B=100^\circ$ $\therefore \angle B=50^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle B=2\times 50^\circ=100^\circ$

09 답 ④

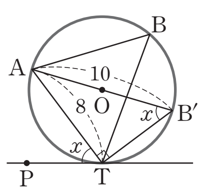
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$의 연장선을 그어 원과 만나는 점을 B′이라 하면

$\overline{PT}$가 원의 접선이므로 $\angle B'=x$

$\angle ATB'=90^\circ$이므로

$\triangle ATB'$에서 $\overline{TB'}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{AT}}{\overline{TB'}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$



10 답 ②

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 10(회)이므로

$(\text{평균})=\frac{4+5+6+7+7+8+8+8+10}{9}=\frac{63}{9}=7(\text{회})$

또, 변량이 9개이므로 중앙값은 5번째 변량인 7회이고, 최빈값은 8회이다.

따라서 평균, 중앙값, 최빈값이 바르게 짝 지어진 것은 ②이다.

11 답 ④, ⑤

① 편차의 총합은 항상 0이다.

② 성적이 가장 낮은 학생이 있는 반은 알 수 없다.

③ 3반의 평균이 가장 높으므로 수학 성적이 가장 우수한 반은 3반이다.

④ 2반의 표준편차가 가장 작으므로 2반의 성적이 가장 고르게 분포되어 있다.

⑤ 1반의 표준편차가 가장 크므로 1반 학생들의 성적이 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있다.

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

12 답 ③

조건 (가)에서 중앙값이 5이므로 5를 제외한 나머지 두 수를 a, b라 하자. (단, $a<b$)

조건 (나)에서 평균이 6이므로 $\frac{5+a+b}{3}=6$에서 $5+a+b=18$

$\therefore a+b=13$ ...... ㉠

분산이 14이므로 $\frac{(-1)^2+(a-6)^2+(b-6)^2}{3}=14$에서

$1+(a-6)^2+(b-6)^2=42$, $(a-6)^2+(b-6)^2=41$

$a^2+b^2-12(a+b)+72=41$

위의 식에 ㉠을 대입하면 $a^2+b^2-12\times 13+72=41$

$\therefore a^2+b^2=125$ ...... ㉡

㉠을 만족시키는 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

(1, 12), (2, 11), (3, 10), (4, 9), (5, 8), (6, 7)

이 중 ㉡을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 (2, 11)이므로

$a=2$, $b=11$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 자연수는 11이다.

13 답 ②

ㄱ. $(\text{자료 A의 평균})=\frac{1+3+5+7+9}{5}=\frac{25}{5}=5$

$(\text{자료 B의 평균})=\frac{2+4+6+8+10}{5}=\frac{30}{5}=6$

즉, 자료 B의 평균은 자료 A의 평균보다 크다.

ㄴ. $(\text{자료 A의 분산})=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

$\therefore (\text{자료 A의 표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$(\text{자료 B의 분산})=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

$\therefore (\text{자료 B의 표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

즉, 두 자료 A, B의 표준편차는 서로 같다.

ㄷ. 자료 A의 중앙값은 5이므로 평균과 같다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

14 답 ⑤

세 수 a, b, c의 표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로

분산은 $(2\sqrt{2})^2=8$

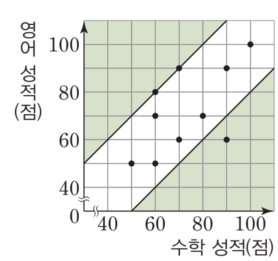
$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=8$에서

$(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=24$

15 답 ④

수학 성적과 영어 성적의 차가 20점 이상인 학생들을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

이 학생들의 성적을 순서쌍 (수학 성적, 영어 성적)으로 나타내면



(60, 80), (70, 90), (90, 60)이므로 이 학생들의 영어 성적의 평균은 $\frac{80+90+60}{3}=\frac{230}{3}(\text{점})$

16 답 ①

ㄴ. A, B 두 점을 지워도 양의 상관관계가 있다.

ㄷ. 하루 동안 1시간 이하로 달린 회원은 4명이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

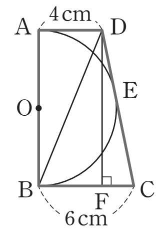
17 답 ④

생산된 사과의 양이 많을수록 사과의 가격이 떨어지므로 x와 y

사이에는 음의 상관관계가 있다.
따라서 음의 상관관계를 나타낸 산점도는 ④이다.

18 답 ②
책의 쪽수에 비해 가격이 가장 비싼 것은 B이다.

19 답 $4\sqrt{7}$ cm
$\overline{DE}=\overline{AD}=4$(cm), $\overline{CE}=\overline{BC}=6$(cm)
이므로 $\overline{CD}=4+6=10$(cm) …… ❶
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\overline{CF}=6-4=2$(cm)
△CDF에서
$\overline{DF}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$(cm) …… ❷
△DBF에서
$\overline{BD}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{6})^2}=4\sqrt{7}$(cm) …… ❸



채점 기준	배점
❶ $\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{DF}$를 그어 $\overline{DF}$의 길이 구하기	2점
❸ $\overline{BD}$의 길이 구하기	2점

20 답 $70°$
$\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=4:3:2$이므로 $\angle B=180°\times\frac{2}{9}=40°$ …… ❶
$\overline{BE}$는 원 O의 접선이므로 $\angle BED=\angle x$
$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ ∠B의 크기 구하기	4점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	3점

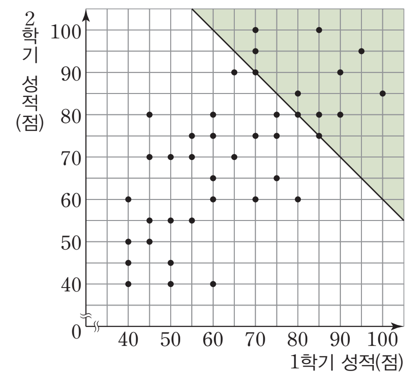
21 답 $a=7$, $b=15$
변량이 9개이므로 중앙값은 5번째 변량인 7이다. 이때 중앙값과 최빈값이 같으므로 최빈값도 7이다. $\therefore a=7$ …… ❶
(평균)$=\frac{3+4+5+5+7+7+7+10+b}{9}=7$에서
$48+b=63$ $\therefore b=15$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점

22 답 2시간
편차의 총합은 항상 0이므로
$(-1)+(-2)+x+1+3+0+2=0$
$x+3=0$ $\therefore x=-3$ …… ❶
(분산)$=\frac{(-1)^2+(-2)^2+(-3)^2+1^2+3^2+0^2+2^2}{7}$
$=\frac{28}{7}=4$ …… ❷
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(시간) …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	2점
❷ 핸드폰 사용 시간의 분산 구하기	2점
❸ 핸드폰 사용 시간의 표준편차 구하기	2점

23 답 171.25점
상위 30 %에 속하는 학생 수는
$40\times\frac{30}{100}=12$ …… ❶



1, 2학기 성적의 합이 상위 30 %에 속하는 12명을 나타내는 점은 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 이 학생들의 1, 2학기 성적의 합은 각각 190점, 185점, 185점, 180점, 170점, 170점, 165점, 165점, 165점, 160점, 160점, 160점이다. …… ❷
$\therefore$ (평균)$=\frac{190+185\times2+180+170\times2+165\times3+160\times3}{12}$
$=\frac{2055}{12}=171.25$(점) …… ❸

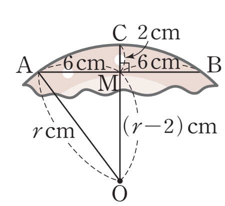
채점 기준	배점
❶ 상위 30 %에 속하는 학생 수 구하기	2점
❷ 상위 30 %에 속하는 학생들의 1, 2학기 성적의 합 구하기	2점
❸ 상위 30 %에 속하는 학생들의 1, 2학기 성적의 합의 평균 구하기	3점

기말고사 대비 실전 모의고사 2회

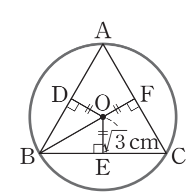
116쪽~119쪽

01 ③	**02** ④	**03** ②	**04** ③	**05** ③
06 ⑤	**07** ①	**08** ③	**09** ④	**10** ①
11 ④	**12** ⑤	**13** ②	**14** ①	**15** ③
16 ①, ④	**17** ④	**18** ①	**19** $140°$	**20** $66°$
21 중앙값 : 3회, 최빈값 : 3회			**22** 0	**23** 2.4회

01 답 ③
오른쪽 그림과 같이 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
△OAM에서 $r^2=6^2+(r-2)^2$
$4r=40$ $\therefore r=10$
따라서 원 모양 접시의 반지름의 길이는 10 cm이다.



02 답 ④
$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
즉, △ABC는 정삼각형이다.
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면
$\angle OBE=\frac{1}{2}\times60°=30°$이므로

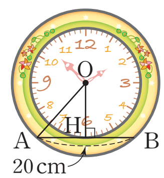


$\overline{BE}=\dfrac{\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}=3\,(\text{cm})$

$\overline{BC}=2\overline{BE}=2\times3=6\,(\text{cm})$이므로

△ABC의 둘레의 길이는 $6\times3=18\,(\text{cm})$

03 답 ②



오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{OA}=R$ cm, $\overline{OH}=r$ cm라 하면

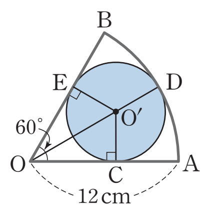
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$이므로

△OAH에서 $R^2=10^2+r^2$, $R^2-r^2=100$

따라서 시계의 테두리 부분의 넓이는

$\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=100\pi\,(\text{cm}^2)$

04 답 ③



오른쪽 그림과 같이 원 O′과 부채꼴 OAB의 접점을 각각 C, D, E라 하고 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△O′OC≡△O′OE (RHS 합동)

이므로 $\angle O'OC=\dfrac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\overline{OO'}=12-r\,(\text{cm})$이므로

△OCO′에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{r}{12-r}=\dfrac{1}{2}$, $12-r=2r$

$3r=12$ $\therefore r=4$

따라서 원 O′의 넓이는

$\pi\times4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

05 답 ③

$\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\angle A=\angle D=40^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

06 답 ⑤

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=4:1$이므로 $\angle CBP=\angle a$라 하면

$\angle ACB=4\angle a$

△CBP에서 $4\angle a=\angle a+45^\circ$ $\therefore \angle a=15^\circ$

$\angle ADB=\angle ACB=4\angle a$이므로

△QBD에서

$\angle x=\angle a+4\angle a=5\angle a=5\times15=75^\circ$

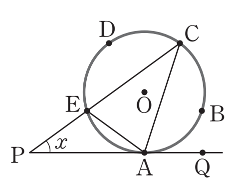
07 답 ①

□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle CBD=\angle CAD=20^\circ$

$\angle ABC=\angle EDC=85^\circ$이므로

$\angle x=\angle ABC-\angle CBD=85^\circ-20^\circ=65^\circ$

08 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EA}$, $\overline{CA}$를 그으면

$\angle ECA=180^\circ\times\dfrac{1}{5}=36^\circ$

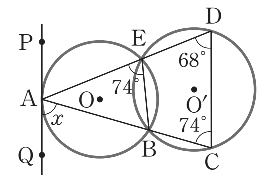
$\angle AEC=180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$

$\overrightarrow{PA}$는 원 O의 접선이므로

$\angle CAQ=\angle AEC=72^\circ$

△PAC에서 $\angle x+36^\circ=72^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$°

09 답 ④



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EB}$를 그으면

□BCDE는 원 O′에 내접하므로

$\angle AEB=\angle C=74^\circ$

직선 PQ는 원 O의 접선이므로

$\angle x=\angle AEB=74^\circ$

10 답 ①

$(\text{평균})=\dfrac{90+84+82+x+74}{5}=80$

$330+x=400$ $\therefore x=70$

11 답 ④

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 7, 8, 8, 10(시간)

이므로 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균인 $\dfrac{7+8}{2}=7.5$(시간)

12 답 ⑤

ㄱ. 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-1)+(-2)+(-3)+(-4)+x=0$ $\therefore x=10$

ㄴ. B 학생과 D 학생의 독서량의 차이는 $-2-(-4)=2$(권)

ㄷ. (편차)=(변량)−(평균)이고 E 학생의 편차는 10권이므로 E 학생의 독서량은 평균보다 높다.

ㄹ. $(\text{분산})=\dfrac{(-1)^2+(-2)^2+(-3)^2+(-4)^2+10^2}{5}$

$=\dfrac{130}{5}=26$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

13 답 ②

② 학생 5명의 수행 평가 성적이 모두 2점씩 감점되면 평균은 2점 작아지지만 편차는 변하지 않으므로 표준편차는 그대로이다.

14 답 ①

제대로 본 나머지 2개의 변량을 a, b라 하면

지은이가 잘못 보고 계산한 변량은 1, 8, a, b이므로

$(\text{평균})=\dfrac{1+8+a+b}{4}=5$에서 $a+b=11$

$(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+3^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=\dfrac{15}{2}$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2=5$

이때 바르게 본 변량은 3, 6, a, b이므로

$(\text{평균})=\dfrac{3+6+a+b}{4}=\dfrac{3+6+11}{4}=\dfrac{20}{4}=5$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+1^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}$

$=\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+5}{4}$

$=\dfrac{5+5}{4}=\dfrac{5}{2}$

15 답 ③

A 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $6\times3=18$

B 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times10=40$

C 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $8\times4=32$
D 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $7\times5=35$
따라서 아영이네 반 전체 학생들의 분산은

$$\frac{18+40+32+35}{6+4+8+7}=\frac{125}{25}=5$$

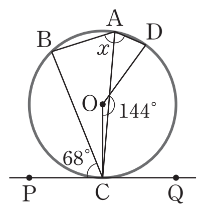
16 답 ①, ④
② 총 20명의 학생을 조사한 것이다.
③ 신발 사이즈가 250 mm 미만인 학생은 14명이다.
⑤ 신발 사이즈가 260 mm인 학생은 2명이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

17 답 ④
④ 점들이 한 직선 주위에 가까이 모여 있을수록 상관관계가 강하므로 ㄴ이 ㄹ보다 상관관계가 강하다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

18 답 ①
음의 상관관계는 x의 값이 증가함에 따라 y의 값은 대체로 감소하는 관계이다.
따라서 점을 추가하여 음의 상관관계가 되는 것은 ①이다.

19 답 $140°$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\overline{PQ}$는 원 O의 접선이므로
$\angle BAC=\angle BCP=68°$

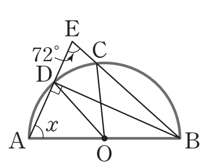
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times144°=72°$ ······ ❶



$\therefore\ \angle x=\angle BAC+\angle CAD$
$=68°+72°=140°$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ $\angle BAC$, $\angle CAD$의 크기 각각 구하기	4점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점

20 답 $66°$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 그으면
$\angle ADB=90°$이므로 $\triangle EBD$에서
$\angle EBD=90°-72°=18°$ ······ ❶
$\widehat{AD}:\widehat{DC}=4:3$이므로
$\angle ABD:\angle CBD=4:3$
$\angle ABD:18°=4:3$에서
$3\angle ABD=72°$　　$\therefore\ \angle ABD=24°$ ······ ❷
$\triangle ABD$에서 $\angle x=90°-24°=66°$ ······ ❸



채점 기준	배점
❶ $\angle EBD$의 크기 구하기	3점
❷ $\angle ABD$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle x$의 크기 구하기	2점

21 답 중앙값 : 3회, 최빈값 : 3회
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5(회)이므로
중앙값은 8번째 변량인 3회이다. ······ ❶
또, 가장 많은 학생들의 배구 서브 횟수는 3회이므로 최빈값은 3회이다. ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 중앙값 구하기	2점
❷ 최빈값 구하기	2점

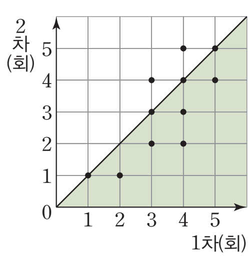
22 답 0
편차의 총합은 항상 0이므로
$(-1)+2+x+(-3)+(-1)+y=0$
$x+y-3=0$　　$\therefore\ x+y=3$ ······ ❶
분산이 4이므로

$$\frac{(-1)^2+2^2+x^2+(-3)^2+(-1)^2+y^2}{6}=4$$

$x^2+y^2+15=24$　　$\therefore\ x^2+y^2=9$ ······ ❷
이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로
$3^2=9+2xy$　　$\therefore\ xy=0$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $x+y$의 값 구하기	2점
❷ x^2+y^2의 값 구하기	2점
❸ xy의 값 구하기	2점

23 답 2.4회
1차보다 2차에 던진 자유투 성공 횟수가 줄어든 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.
이 학생들의 성공 횟수를 순서쌍 (1차 횟수, 2차 횟수)로 나타내면 (2, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3), (5, 4)이다. ······ ❶



따라서 이 학생들의 2차 자유투 성공 횟수의 평균은

$$\frac{1+2+2+3+4}{5}=\frac{12}{5}=2.4(\text{회})$$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 1차보다 2차에 던진 자유투 성공 횟수가 줄어든 학생의 성공 횟수 구하기	4점
❷ 이 학생들의 2차 자유투 성공 횟수의 평균 구하기	3점

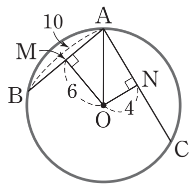
기말고사 대비 실전 모의고사 3회

120쪽~123쪽

01 ①	**02** ④	**03** ⑤	**04** ②	**05** ②
06 ③	**07** ③	**08** ④	**09** ①	**10** ②
11 ②	**12** ⑤	**13** ③	**14** ④	**15** ①
16 ⑤	**17** ④	**18** ③	**19** $\sqrt{70}$	
20 (1) $124°$	(2) $68°$	(3) $192°$	**21** $x=5$, $y=7$	
22 $2\sqrt{2}$ 점	**23** 50 %			

01 답 ①

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



△OAM에서

$\overline{OA}=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{61}$

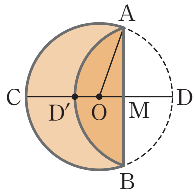
△OAN에서

$\overline{AN}=\sqrt{(\sqrt{61})^2-4^2}=3\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AC}=2\overline{AN}=6\sqrt{5}$

02 답 ④

$\overline{D'M}=\overline{DM}$이므로 점 D′과 M은 원의 지름 CD의 삼등분점이고, $\overline{D'M}$의 중점은 원의 중심이다. 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{CD}=2\times9=18$이고

$\overline{CD'}=\overline{D'M}=\overline{MD}=\frac{1}{3}\times18=6$

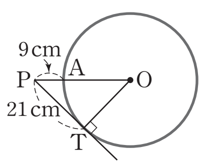
$\overline{D'O}=\overline{OM}=\frac{1}{2}\times6=3$이므로

△OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

03 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA}=\overline{OT}=r$ cm, $\overline{OP}=(r+9)$ cm

△OPT에서

$(r+9)^2=r^2+21^2$, $18r=360$

$\therefore\ r=20$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 20 cm이다.

04 답 ②

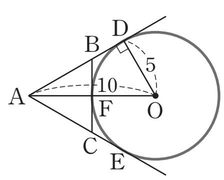
세 점 D, E, F는 접점이므로 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$

$\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{AC}+(\overline{BF}+\overline{CF})$

$=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



△OAD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$2\overline{AD}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

05 답 ②

$\overline{AB}=2\times4=8$이므로 $\overline{AB}+\overline{CD}=8+10=18$

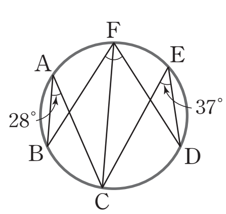
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times18\times8=72$

06 답 ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{FC}$를 그으면



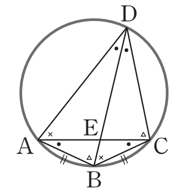
$\angle BFC=\angle BAC=28°$

$\angle CFD=\angle CED=37°$

$\therefore\ \angle BFD=28°+37°=65°$

07 답 ③

①, ② $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로



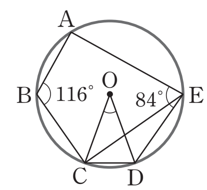
$\angle ADB=\angle BAC$, $\angle ACB=\angle BDC$

④ $\angle EAB=\angle ADB$, $\angle B$는 공통
이므로 △AEB∽△DAB (AA 닮음)

⑤ $\angle ADE=\angle BCE$, $\angle DAE=\angle CBE$
이므로 △ADE∽△BCE (AA 닮음)

08 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle AEC=180°$

$\therefore\ \angle AEC=180°-116°=64°$

$\angle CED=84°-64°=20°$이므로

$\angle COD=2\angle CED=2\times20°=40°$

09 답 ①

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle PAB=\angle C=\angle x$라 하면

△PCD에서 $\angle PDQ=32°+\angle x$

△ADQ에서 $\angle BAD=24°+(32°+\angle x)=56°+\angle x$

이때 $\angle BAD+\angle BCD=180°$이므로

$(56°+\angle x)+\angle x=180°$ $\therefore\ \angle x=62°$

$\therefore\ \angle BAD=180°-62°=118°$

10 답 ②

등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기와 윗변의 양 끝 각의 크기가 각각 서로 같다. 또, 직사각형과 정사각형은 네 각의 크기가 모두 90°이다. 즉, 대각의 크기의 합이 항상 180°이므로 항상 원에 내접한다.

따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형의 3개이다.

11 답 ②

수현이네 반 학생들은 모두 20명이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 10번째와 11번째 변량의 평균이 중앙값이다.

$\therefore\ a=\frac{19+21}{2}=20$

또, 최빈값은 21시간이므로 $b=21$

$\therefore\ a+b=20+21=41$

12 답 ⑤

① 자료 A는 대푯값으로 평균이나 중앙값이 적절하다.

② 자료 A는 평균과 중앙값이 4로 같다.

③ 자료 B는 극단적인 값이 있으므로 대푯값으로 평균이 적절하지 않다.

④ 자료 C의 평균은 $\frac{1+3+3+5+5+5+7}{7}=\frac{29}{7}$이다.

⑤ 자료 C는 중앙값과 최빈값이 5로 같다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

13 답 ③

① 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-4)+2+0+x+3=0$

$x+1=0 \qquad \therefore x=-1$

② C 학생의 편차는 0점이므로 C 학생의 국어 성적은 평균과 같다.

③ $(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+2^2+0^2+(-1)^2+3^2}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

④ A 학생과 B 학생의 성적의 차는 $2-(-4)=6$(점)

⑤ (편차)=(변량)−(평균)이므로 편차가 클수록 변량이 크다.
즉, E 학생의 성적이 가장 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

14 답 ④

B가 읽은 책의 수를 x라 하면 A, C, D, E가 읽은 책의 수는 각각 $x-4$, $x-6$, $x+3$, $x+7$이므로

$(\text{평균})=\dfrac{(x-4)+x+(x-6)+(x+3)+(x+7)}{5}=\dfrac{5x}{5}=x$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+0^2+(-6)^2+3^2+7^2}{5}=\dfrac{110}{5}=22$

15 답 ①

표준편차가 작을수록 점수가 고르므로 점수가 가장 고른 선수는 A이다.

16 답 ⑤

a, b, c의 평균이 2이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=2$에서 $a+b+c=6$

a, b, c의 분산이 2이므로

$\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=2$에서

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=6$

$4a-1$, $4b-1$, $4c-1$의 평균은

$\dfrac{(4a-1)+(4b-1)+(4c-1)}{3}$

$=\dfrac{4(a+b+c)-3}{3}=\dfrac{4\times6-3}{3}=7$

따라서 $4a-1$, $4b-1$, $4c-1$의 분산은

$\dfrac{(4a-1-7)^2+(4b-1-7)^2+(4c-1-7)^2}{3}$

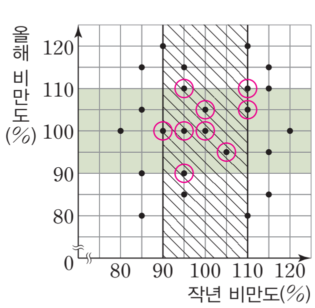
$=\dfrac{(4a-8)^2+(4b-8)^2+(4c-8)^2}{3}$

$=\dfrac{16\{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2\}}{3}$

$=\dfrac{16\times6}{3}=32$

17 답 ④

작년과 올해 모두 비만도가 90 % 이상 110 % 이하인 학생들을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)과 빗금친 부분(경계선 포함)에 모두 속하는 점이다. 즉, ○표시한 점이므로 9명이다.

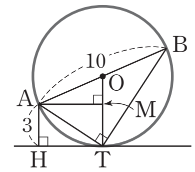


18 답 ③

양의 상관관계가 있는 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ의 3개이다.

19 답 $\sqrt{70}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그어 점 A에서 $\overline{OT}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=5$, $\overline{OM}=5-3=2$

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ ······ ❶

△AHT에서 $\overline{AT}=\sqrt{3^2+(\sqrt{21})^2}=\sqrt{30}$ ······ ❷

∠ATB=90°이므로 △ABT에서

$\overline{BT}=\sqrt{10^2-(\sqrt{30})^2}=\sqrt{70}$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이 구하기	3점
❷ $\overline{AT}$의 길이 구하기	2점
❸ $\overline{BT}$의 길이 구하기	2점

20 답 (1) 124° (2) 68° (3) 192°

(1) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 ∠ACB=∠ADB=90°
□ECFD에서
$56°+90°+\angle x+90°=360° \qquad \therefore \angle x=124°$ ······ ❶

(2) ∠EDA=∠ECB=90°이므로
$\angle EAD=\angle EBC=180°-(90°+56°)=34°$
$\therefore \angle y=2\angle EAD=2\times34°=68°$ ······ ❷

(3) $\angle x+\angle y=124°+68°=192°$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	3점
❷ $\angle y$의 크기 구하기	3점
❸ $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	1점

21 답 $x=5$, $y=7$

$x<y$이고 중앙값이 8이므로

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 x, y, 9, 15

중앙값이 8이므로 $\dfrac{y+9}{2}=8$에서

$y+9=16 \qquad \therefore y=7$ ······ ❶

평균이 9이므로 $\dfrac{x+7+9+15}{4}=9$에서

$x+31=36 \qquad \therefore x=5$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ y의 값 구하기	2점
❷ x의 값 구하기	2점

22 답 $2\sqrt{2}$점

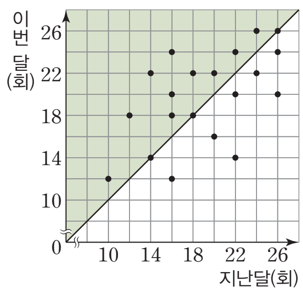
$(\text{평균})=\dfrac{82+80+88+86+84}{5}=\dfrac{420}{5}=84(\text{점})$ ······ ❶

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-4)^2+4^2+2^2+0^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$ ······ ❷

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{점})$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 중간고사 성적의 평균 구하기	2점
❷ 중간고사 성적의 분산 구하기	2점
❸ 중간고사 성적의 표준편차 구하기	2점

23 답 50 %



이번 달의 방문 횟수가 지난달의 방문 횟수보다 많은 회원을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 10명이다. …… ❶

따라서 전체 회원이 20명이므로 전체의

$\frac{10}{20}\times 100=50(\%)$ …… ❷

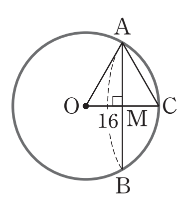
채점 기준	배점
❶ 이번 달의 방문 횟수가 지난달의 방문 횟수보다 많은 회원 수 구하기	3점
❷ 이번 달의 방문 횟수가 지난달의 방문 횟수보다 많은 회원은 전체의 몇 %인지 구하기	3점

기말고사 대비 실전 모의고사 4회

124쪽~127쪽

01 ⑤	02 ③	03 ②	04 ④	05 ⑤
06 ②	07 ④	08 ①	09 ②	10 ③
11 ②	12 ③	13 ②	14 ②	15 ④
16 ②	17 ③	18 ⑤	19 $24-4\pi$	
20 (1) 28° (2) 130° (3) 158°			21 6	
22 풀이 참조, 음의 상관관계	23 (1) 6명 (2) 25 % (3) 82.5점			

01 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 $\overline{OC}$의 교점을 M이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면

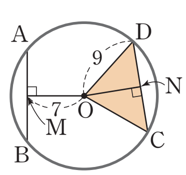
$\overline{AM}=\overline{BM}=8$

$\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\therefore \overline{CM}=10-6=4$

$\triangle AMC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$

02 답 ③



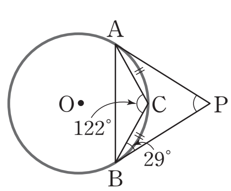
오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=7$

$\triangle DON$에서 $\overline{DN}=\sqrt{9^2-7^2}=4\sqrt{2}$

$\overline{CD}=2\overline{DN}=8\sqrt{2}$이므로 $\triangle OCD=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 7=28\sqrt{2}$

03 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면

$\angle CAB=\angle CBA$

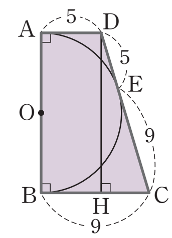
$=\frac{1}{2}\times(180°-122°)=29°$

$\therefore \angle PBA=29°+29°=58°$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle APB=180°-2\times 58°=64°$

04 답 ④



$\overline{DE}=\overline{DA}=5$, $\overline{CE}=\overline{CB}=9$이므로

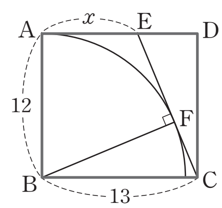
$\overline{CD}=5+9=14$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CDH$에서

$\overline{DH}=\sqrt{14^2-4^2}=6\sqrt{5}$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+9)\times 6\sqrt{5}=42\sqrt{5}$

05 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}$를 그으면

$\overline{BF}=12$이므로

$\triangle BCF$에서 $\overline{CF}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\overline{AE}=x$라 하면

$\overline{EF}=\overline{EA}=x$, $\overline{DE}=13-x$

$\triangle CDE$에서 $(x+5)^2=(13-x)^2+12^2$

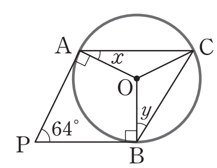
$36x=288$ $\quad\therefore x=8$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 8이다.

06 답 ②

$\square OAPB$에서 $\angle AOB=360°-(90°+90°+64°)=116°$

$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 116°=58°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OB}$이므로

$\angle x+\angle y=\angle ACO+\angle BCO$

$=\angle ACB=58°$

07 답 ④

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=3:4$이므로 $\angle ADB:\angle CAD=3:4$

$\therefore \angle CAD=\frac{4}{3}\angle ADB$

$\angle ADP+\angle CAD=105°$에서 $\angle ADP+\frac{4}{3}\angle ADP=105°$

$\frac{7}{3}\angle ADP=105°$ $\quad\therefore \angle ADP=45°$

08 답 ①

$\square ABQP$가 원 O_1에 내접하므로

$\angle x=\angle PQS$, $\angle y=\angle APQ$

$\square PQSR$가 원 O_2에 내접하므로

$\angle PQS=\angle SRD$, $\angle APQ=\angle QSR$

$\square RSCD$가 원 O_3에 내접하므로

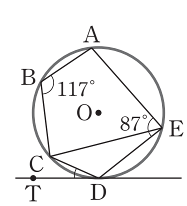
$\angle SRD=180°-80°=100°$

$\therefore \angle x=\angle SRD=100°$

$\therefore \angle y=\angle QSR=\angle CDR=95°$

$\therefore \angle x-\angle y=100°-95°=5°$

09 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

$\square ABCE$는 원에 내접하므로

$\angle AEC=180°-117°=63°$

$\therefore \angle CDT=\angle CED=87°-63°$

$=24°$

10 답 ③

$\angle BTQ = \angle BAT = 71°$, $\angle CTQ = \angle CDT = 58°$이고

$\angle DTC + \angle CTQ + \angle QTB = 180°$이므로

$\angle DTC = 180° - (71° + 58°) = 51°$

11 답 ②

$(\text{평균}) = \dfrac{20+45+30+60+55}{5} = \dfrac{210}{5} = 42(\text{회})$

$\therefore$ (C 학생의 윗몸일으키기 횟수의 편차) $= 30 - 42 = -12$(회)

12 답 ③

주어진 자료의 분포가 가장 고른 것은 ③이다.

다른 풀이

직접 분산을 구해 보면 다음과 같다.

① 1.6　② 2　③ 0.4　④ 5.2　⑤ 0.8

13 답 ②

x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 7, 11, 12, 13, 15

전체 변량이 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균이다.

이때 중앙값이 10이므로

$7 < x < 11$이고 $\dfrac{x+11}{2} = 10$

$x + 11 = 20$　$\therefore x = 9$

14 답 ②

a, b, c의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c}{3} = 5$에서 $a+b+c = 15$

a, b, c의 분산이 14이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3} = 14$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2 = 42$

3, a, b, c, 7의 평균은

$\dfrac{3+a+b+c+7}{5} = \dfrac{10+15}{5} = \dfrac{25}{5} = 5$

따라서 3, a, b, c, 7의 분산은

$\dfrac{(-2)^2+(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+2^2}{5}$

$= \dfrac{8+42}{5} = \dfrac{50}{5} = 10$

15 답 ④

④ 표준편차가 작을수록 변량이 평균에 가까이 모여 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

16 답 ②

남학생 12명과 여학생 8명의 평균이 16점으로 서로 같으므로 전체 학생 20명의 평균도 16점이다.

남학생의 (편차)^{2}의 총합은 $12 \times (\sqrt{3})^2 = 36$

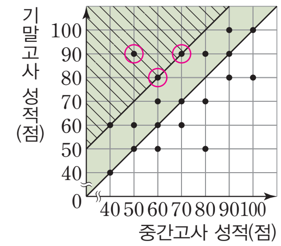
여학생의 (편차)^{2}의 총합은 $8 \times (2\sqrt{2})^2 = 64$

따라서 전체 학생 20명의 분산은 $\dfrac{36+64}{20} = \dfrac{100}{20} = 5$이므로

(표준편차) $= \sqrt{5}$(점)

17 답 ③

조건 ㈎를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 조건 ㈎, ㈏를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.



조건 ㈎, ㈏, ㈐를 만족시키는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 점이다.

따라서 세 조건을 모두 만족시키는 학생은 3명이다.

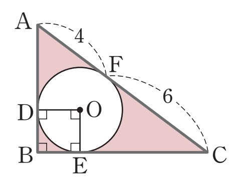
18 답 ⑤

⑤ B 학생은 A 학생보다 키가 작다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19 답 $24 - 4\pi$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{BD} = \overline{BE} = r$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 6$

$\triangle ABC$에서 $(r+4)^2 + (r+6)^2 = 10^2$

$r^2 + 10r - 24 = 0$

$(r+12)(r-2) = 0$

$\therefore r = 2$ ($\because r > 0$)　…… ❶

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 - \pi \times 2^2 = 24 - 4\pi$　…… ❷

채점 기준	배점
❶ 원 O의 반지름의 길이 구하기	3점
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	3점

20 답 (1) 28°　(2) 130°　(3) 158°

(1) □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCE = 68°$

$\therefore \angle x = 68° - 40° = 28°$　…… ❶

(2) $\angle ACD = 90°$이므로

$\angle ADC = 180° - (40° + 90°) = 50°$

$\therefore \angle y = 180° - 50° = 130°$　…… ❷

(3) $\angle x + \angle y = 28° + 130° = 158°$　…… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	3점
❷ $\angle y$의 크기 구하기	3점
❸ $\angle x + \angle y$의 크기 구하기	1점

21 답 6

$\dfrac{4+a+8+9+3+b}{6} = 6$에서

$a + b + 24 = 36$

$\therefore a+b=12$

$a+b=12$, $a-b=2$를 연립하여 풀면

$a=7$, $b=5$ ······ ❶

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

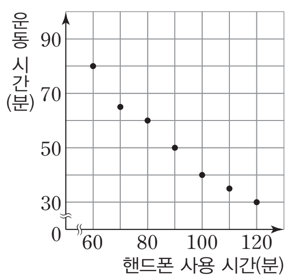
3, 4, 5, 7, 8, 9이므로 중앙값은

$\dfrac{5+7}{2}=6$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ a, b의 값 각각 구하기	2점
❷ 중앙값 구하기	2점

22 답 풀이 참조, 음의 상관관계

주어진 자료를 산점도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다. ······ ❶

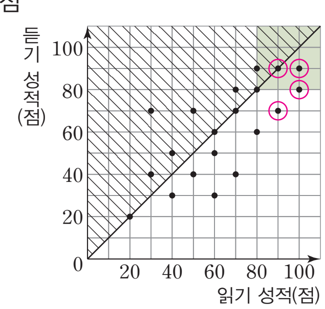


이때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 감소하는 경향이 있으므로 음의 상관관계가 있다. ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 산점도로 나타내기	4점
❷ 상관관계 알기	2점

23 답 (1) 6명 (2) 25 % (3) 82.5점

(1) 듣기 성적이 읽기 성적보다 높은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 제외)에 속한다.



따라서 6명이다. ······ ❶

(2) 듣기 성적과 읽기 성적이 모두 80점 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

따라서 5명이므로 전체의

$\dfrac{5}{20}\times100=25(\%)$ ······ ❷

(3) 읽기 성적이 90점 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 것이다. 이 학생들의 점수를 순서쌍 (읽기 점수, 듣기 점수)로 나타내면

(90, 70), (90, 90), (100, 80), (100, 90)이므로

이 학생들의 듣기 성적의 평균은

$\dfrac{70+90+80+90}{4}=\dfrac{330}{4}=82.5$(점) ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 듣기 성적이 읽기 성적보다 높은 학생 수 구하기	2점
❷ 두 성적이 모두 80점 이상인 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	2점
❸ 읽기 성적이 90점 이상인 학생의 듣기 성적의 평균 구하기	3점

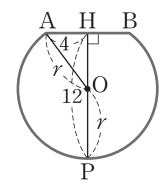
기말고사 대비 실전 모의고사 5회

128쪽~131쪽

01 ④	02 ④	03 ①	04 ②	05 ③
06 ①	07 ④	08 ②	09 ①	10 ⑤
11 ④	12 ①	13 ④	14 ③	15 ②
16 ②	17 ③	18 ⑤	19 $\dfrac{192}{25}$	20 58°
21 26°	22 2시간	23 (1) 80점 (2) 70점 (3) $\dfrac{260}{3}$		

01 답 ④

$\overline{HP}$는 현 AB를 수직이등분하므로 $\overline{HP}$는 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지난다.



원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle OAH$에서

$r^2=4^2+(12-r)^2$, $24r=160$ $\quad\therefore r=\dfrac{20}{3}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{20}{3}$이다.

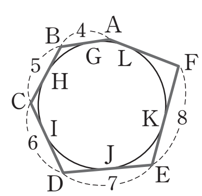
02 답 ④

$\triangle ABC$는 정삼각형이다.

④ $\triangle OMB$에서 $\overline{OM}=9\tan30^\circ=9\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

03 답 ①

오른쪽 그림과 같이 원과 접하는 접점을 각각 G, H, I, J, K, L이라 하고



$\overline{AG}=\overline{AL}=x$라 하면

$\overline{BG}=\overline{BH}=4-x$

$\overline{CH}=\overline{CI}=5-(4-x)=1+x$

$\overline{DI}=\overline{DJ}=6-(1+x)=5-x$

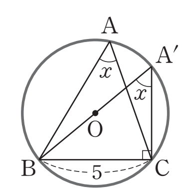
$\overline{EJ}=\overline{EK}=7-(5-x)=2+x$

$\overline{FK}=\overline{FL}=8-(2+x)=6-x$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AL}+\overline{FL}=x+(6-x)=6$

04 답 ②

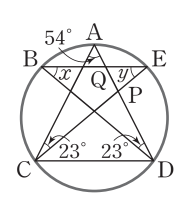
오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle A'BC$에서 $\angle A'=\angle A=x$



$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}=\dfrac{5}{2r}$이므로 $r=\dfrac{5}{2\sin A}$

05 답 ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\angle ECD=\angle x$, $\angle BDC=\angle y$

$\triangle ABC$에서

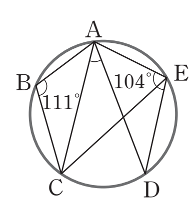
$54^\circ+(23^\circ+\angle x)+(23^\circ+\angle y)=180^\circ$

$\angle x+\angle y+100^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=80^\circ$

06 답 ①

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\square ABCE$가 원에 내접하므로

$\angle AEC=180^\circ-111^\circ=69^\circ$

$\angle CED = 104° - 69° = 35°$

$\therefore \angle CAD = \angle CED = 35°$

07 답 ④

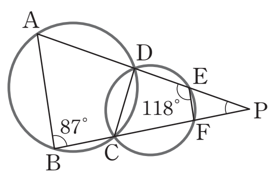
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB = \angle ADB = 24°$

$\triangle APC$에서 $\angle CAD = 38° + 24° = 62°$

$\triangle DAQ$에서 $\angle CQD = 62° + 24° = 86°$

08 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 $\angle CDE = \angle ABC = 87°$

□DCFE가 원에 내접하므로

$\angle DCF = 180° - 118° = 62°$

$\triangle DCP$에서

$\angle P = 180° - (62° + 87°) = 31°$

09 답 ①

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 10

$a = \dfrac{3+5+7+7+8+8+8+10}{8} = \dfrac{56}{8} = 7$

중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균이므로 $b = \dfrac{7+8}{2} = 7.5$

최빈값은 8이므로 $c = 8$

$\therefore a < b < c$

10 답 ⑤

중앙값이 8이 되려면 x의 값은 8보다 작거나 같아야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

11 답 ④

a, b의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b}{2} = 5 \qquad \therefore a+b = 10$

따라서 전체 자료의 평균은

$\dfrac{4+a+b+7+11+10}{6} = \dfrac{a+b+32}{6} = \dfrac{10+32}{6} = \dfrac{42}{6} = 7$

12 답 ①

B 학생의 편차를 x시간이라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-1)+x+4+(-2)+1=0$, $x+2=0 \qquad \therefore x=-2$

평균이 5시간이므로 B 학생의 컴퓨터 사용 시간은

$5+(-2)=3$(시간)

13 답 ④

3, 5, x, y의 평균이 5이므로

$\dfrac{3+5+x+y}{4} = 5$, $8+x+y=20 \qquad \therefore x+y=12$ ······ ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 분산은 2이다. 즉,

$\dfrac{(-2)^2+0^2+(x-5)^2+(y-5)^2}{4} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+4=8$

$x^2+y^2-10(x+y)+50+4=8$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-10\times12+50+4=8 \qquad \therefore x^2+y^2=74$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$74=12^2-2xy$, $2xy=70 \qquad \therefore xy=35$

14 답 ③

편차의 총합은 항상 0이므로

$a\times1+(-3)\times2+(-1)\times9+1\times3+3\times3+5\times2=0$

$a+7=0 \qquad \therefore a=-7$

일주일 동안의 운동 시간의 분산은

$\dfrac{(-7)^2\times1+(-3)^2\times2+(-1)^2\times9+1^2\times3+3^2\times3+5^2\times2}{20}$

$= \dfrac{156}{20} = 7.8$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{7.8}$(시간)

15 답 ②

A 모둠 학생 5명의 (편차)^{2}의 총합은 $5\times4=20$

이때 제외한 한 명의 학생의 성적은 평균과 같으므로

남은 4명의 학생의 (편차)^{2}의 총합은 변하지 않는다.

따라서 남은 학생 4명의 분산은 $\dfrac{20}{4}=5$이므로

(표준편차)$=\sqrt{5}$(점)

16 답 ②

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

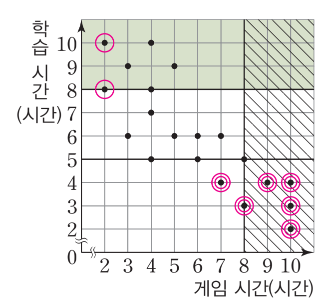
(평균)$= \dfrac{(x-2)+x+(x+2)}{3} = \dfrac{3x}{3} = x$

$\therefore$ (분산)$= \dfrac{(-2)^2+0^2+2^2}{3} = \dfrac{8}{3}$

다른 풀이

연속하는 세 홀수를 $2x-1$, $2x+1$, $2x+3$이라 하고 분산을 구해도 그 값은 같다.

17 답 ③



① 게임 시간과 학습 시간은 음의 상관관계가 있다.

② 게임 시간이 8시간 이상인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다. 따라서 6명이다.

③ 학습 시간이 8시간 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 즉, 6명이므로

전체의 $\dfrac{6}{20}\times100=30(\%)$

④ 게임 시간이 2시간 이하인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○ 표시한 것이다. 이 학생들의 학습 시간의 평균은

$\dfrac{8+10}{2}=9$(시간)

⑤ 학습 시간이 5시간 미만인 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ◎ 표시한 것이다. 이 학생들의 게임 시간의 평균은

$\dfrac{7+8+9+10+10+10}{6} = \dfrac{54}{6} = 9$(시간)

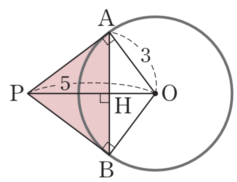
따라서 옳은 것은 ③이다.

18 답 ⑤

①, ② 양의 상관관계

③, ④ 음의 상관관계

19 답 $\dfrac{192}{25}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하면 $\angle PAO=90°$이므로

$\overline{PA}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ ······ ❶

또, $\overline{PO}\perp\overline{AH}$이므로

$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{PO}\times\overline{AH}$

$4\times3=5\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{12}{5}$

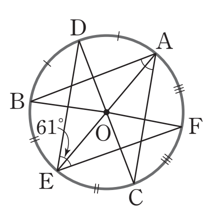
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=\dfrac{24}{5}$ ······ ❷

$\triangle APH$에서 $\overline{PH}=\sqrt{4^2-\left(\dfrac{12}{5}\right)^2}=\dfrac{16}{5}$ ······ ❸

$\therefore \triangle PAB=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{24}{5}\times\dfrac{16}{5}=\dfrac{192}{25}$ ······ ❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{PA}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
❸ $\overline{PH}$의 길이 구하기	2점
❹ $\triangle PAB$의 넓이 구하기	2점

20 답 $58°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{DC}$를 그으면

$\angle DEA+\angle AEF=61°$이므로

$\angle AOD+\angle AOF=2\times61°$

$=122°$ ······ ❶

또, $\widehat{AD}=\widehat{BD}$, $\widehat{AF}=\widehat{CF}$이므로

$\angle AOB=2\angle AOD$, $\angle AOC=2\angle AOF$

$\therefore \angle AOB+\angle AOC=2\angle AOD+2\angle AOF$

$=2(\angle AOD+\angle AOF)$

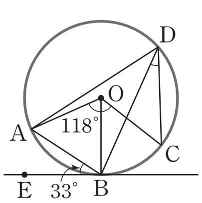
$=2\times122°=244°$ ······ ❷

따라서 $\angle BOC=360°-244°=116°$이므로 ······ ❸

$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times116°=58°$ ······ ❹

채점 기준	배점
❶ $\angle AOD+\angle AOF$의 크기 구하기	1점
❷ $\angle AOB+\angle AOC$의 크기 구하기	1점
❸ $\angle BOC$의 크기 구하기	2점
❹ $\angle BAC$의 크기 구하기	2점

21 답 $26°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{AD}$를 그으면

$\angle ADB=\angle ABE=33°$

$\therefore \angle AOB=2\angle ADB$

$=2\times33°=66°$ ······ ❶

$\angle BOC=118°-66°=52°$ ······ ❷

$\therefore \angle BDC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times52°=26°$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle AOB$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle BOC$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle BDC$의 크기 구하기	2점

22 답 2시간

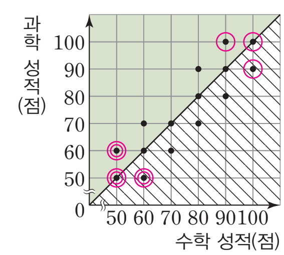
$(\text{평균})=\dfrac{2+4+8+7+5+4}{6}=\dfrac{30}{6}=5(\text{시간})$ ······ ❶

$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+2^2+0^2+(-1)^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$ ······ ❷

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4}=2(\text{시간})$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 봉사 활동 시간의 평균 구하기	1점
❷ 봉사 활동 시간의 분산 구하기	2점
❸ 봉사 활동 시간의 표준편차 구하기	1점

23 답 (1) 80점 (2) 70점 (3) $\dfrac{260}{3}$



(1) 수학 성적보다 과학 성적이 높은 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다. 따라서 과학 성적은 각각 60점, 70점, 90점, 100점이므로 그 평균은

$\dfrac{60+70+90+100}{4}=\dfrac{320}{4}=80(\text{점})$ ······ ❶

(2) 과학 성적보다 수학 성적이 높은 학생 수는 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 제외)에 속한다. 따라서 과학 성적은 각각 50점, 60점, 70점, 80점, 90점이므로 그 평균은

$\dfrac{50+60+70+80+90}{5}=\dfrac{350}{5}=70(\text{점})$ ······ ❷

(3) 전체 학생이 15명이므로 상위, 하위 20 %에 속하는 학생은

각각 $15\times\dfrac{20}{100}=3(\text{명})$

상위 20 %에 속하는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ○표시한 것이므로 두 과목 성적의 합은 각각 190점, 190점, 200점이다.

$\therefore a=\dfrac{190+190+200}{3}=\dfrac{580}{3}$

하위 20 %에 속하는 학생을 나타내는 점은 위의 그림에서 ◎ 표시한 것이므로 두 과목 성적의 합은 각각 100점, 110점, 110점이다.

$\therefore b=\dfrac{100+110+110}{3}=\dfrac{320}{3}$

$\therefore a-b=\dfrac{580}{3}-\dfrac{320}{3}=\dfrac{260}{3}$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 수학 성적보다 과학 성적이 높은 학생의 과학 성적의 평균 구하기	2점
❷ 과학 성적보다 수학 성적이 높은 학생의 과학 성적의 평균 구하기	2점
❸ $a-b$의 값 구하기	3점